



## Movimentos no plano

### Contidos

1. Vectores  
 Concepto de vector. Coordenadas  
 Vectores equipolentes  
 Suma de vectores
2. Translacións  
 Translación segundo un vector  
 Composición de translacións
3. Xiros  
 Xiro de centro  $O$  e ángulo  $\alpha$   
 Simetría central  
 Figuras invariantes de orde  $n$
4. Simetría axial  
 Simetría de eixe  $e$   
 Figuras con eixe de simetría  
 Composición de simetrías axiais

### Obxectivos

- Manexar o concepto de vector como elemento direccional do plano.
- Recoñecer os movementos principais no plano: translacións, xiros e simetrías.
- Aplicar un ou máis movementos a unha figura xeométrica.
- Recoñecer movementos xeométricos na arte, a natureza, etc..

### Antes de empezar

**Lembra**

... que no plano cada punto ten as súas coordenadas.

Pulsa no botón

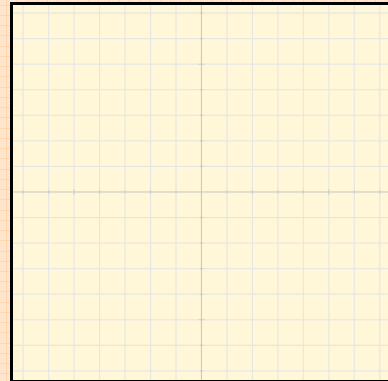


para facer uns exercicios.

### EXERCICIO de Reforzo

Representa sobre o sistema de coordenadas os seguintes puntos:

- a) P(-1,3)
- b) Q(0,-2)
- c) R(2,-5)
- d) S(2,5)
- e) T(-2,5)



Pulsa



para ir á páxina seguinte.

## 1. Vectores

### 1.a. Concepto de vector. Coordenadas

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado e fai clic no botón *play* da escena para ver a animación.

**EXERCICIO:**

Dado un vector  $\vec{AB}$  determinado por  $A(x_1, y_1)$  e  $B(x_2, y_2)$ , completa:

ORIXE:	
EXTREMO:	
COORDENADAS:	
MÓDULO:	
DIRECCIÓN:	
SENTIDO:	

Cando comprendas ben os conceptos...

Pulsa en



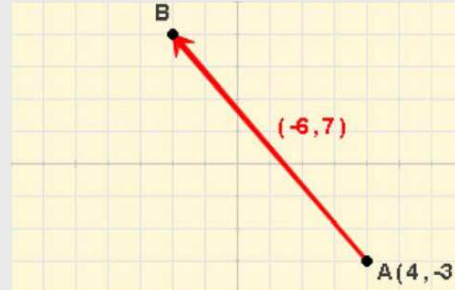
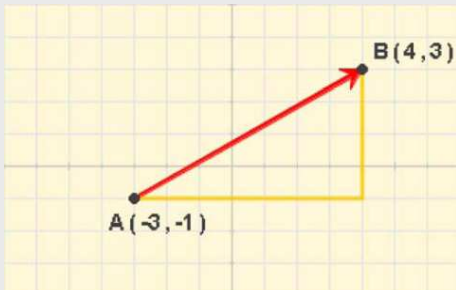
para facer uns exercicios.

### EXERCICIOS

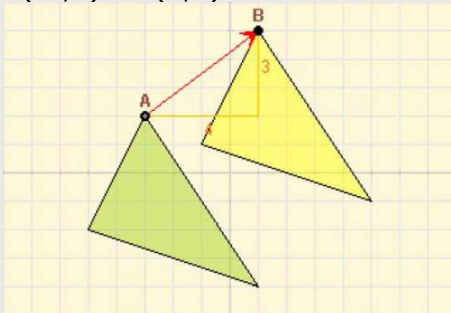
1. As coordenadas do vector  $\vec{AB}$  son as de B menos as de A. Calcula:

a) As coordenadas do vector  $\vec{AB}$

b) As coordenadas do punto B.



2. Os triángulos amarelo e verde son iguais, que distancia hai entre os puntos homólogos A(-3,2) e B(1,5)?



Cando remates... Pulsa  para ir á páxina seguinte.


### 1.b. Vectores equipolentes

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado.

**Completa:**

Dous vectores  $\vec{AB}$  e  $\vec{CD}$  chámanse EQUIPOLENTES se \_\_\_\_\_.

Se os vectores  $\vec{AB}$  e  $\vec{CD}$  son equipolentes, o polígono ABDCA é un \_\_\_\_\_.

Pulsa o botón  da escena para ver a animación sobre vectores equipolentes e sobre o paralelogramo formado por dous vectores equipolentes.

**Completa:**

Dous vectores equipolentes considéranse representantes do \_\_\_\_\_.

Cando comprendas ben o concepto...

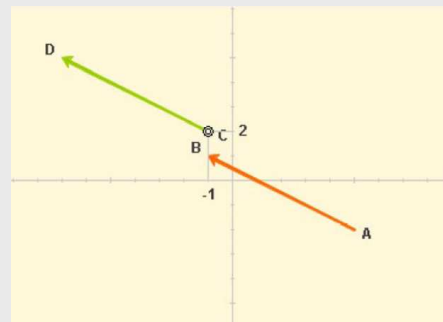
Pulsa en



para facer uns exercicios.

### EXERCICIO

3. Os vectores equipolentes teñen as mesmas coordenadas. Dados o punto A(5,-2) e o B(-1,1), cales son as coordenadas do punto D?



### EXERCICIOS de Reforzo

a) Sabendo que os vectores  $\vec{AB}$  e  $\vec{CD}$  son equipolentes ao vector  $\vec{u}$  de coordenadas (2,-1) completa a táboa seguinte:

Vector	Orixe	Extremo
$\vec{AB}$	A(1,1)	
$\vec{CD}$		D(0,0)

b) Dados dous puntos calquera A e B:

Como son os módulos de  $\vec{AB}$  e  $\vec{BA}$ ? \_\_\_\_\_

E as súas direccións? \_\_\_\_\_

E os seus sentidos? \_\_\_\_\_

Son equipolentes eses vectores? \_\_\_\_\_

Cando remates... Pulsa  para ir á páxina seguinte.

### 1.c. Suma de vectores

Le o texto de pantalla: "A suma de dous vectores "...

#### Completa:

A suma de dous vectores,  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ , é outro vector,  $\vec{u} + \vec{v}$ , que podemos construír de dúas formas:

• _____ _____
• _____ _____

Observa a escena para ver detalladamente como se suman dous vectores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ .

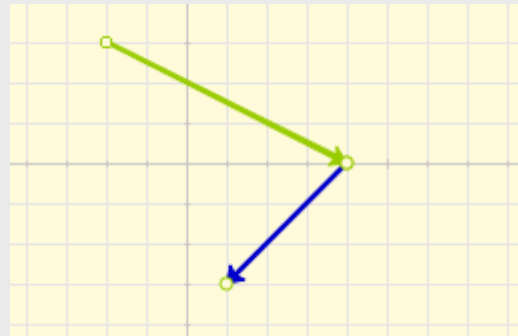
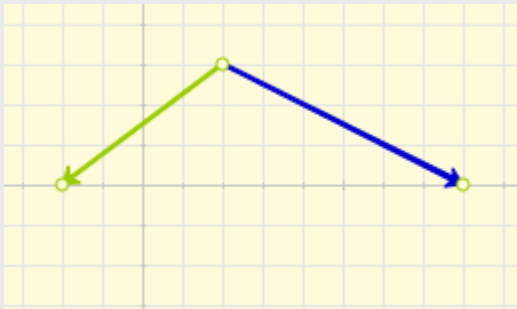
Despois... Pulsa en  para facer uns exercicios.

**EXERCICIO**

4. Suma en cada caso gráfica e analiticamente, os vectores verde  $\vec{u}$ , e azul  $\vec{v}$ .

a)  $\vec{u} = (-4, -3)$   $\vec{v} = (6, -3)$

b)  $\vec{u} = (6, -3)$   $\vec{v} = (-3, -3)$



Cando remates... Pulsa  para ir á páxina seguinte.

**2. Vectores**

**2.a. Translación segundo un vector**

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado.

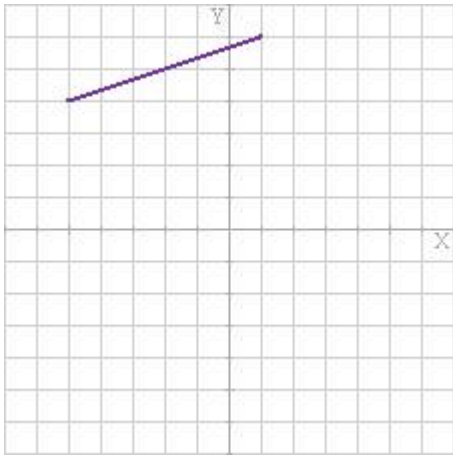
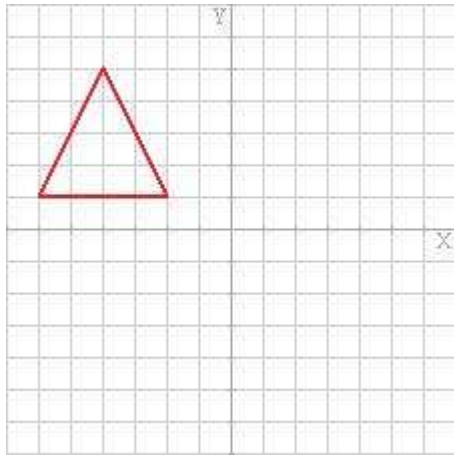
**Completa:**

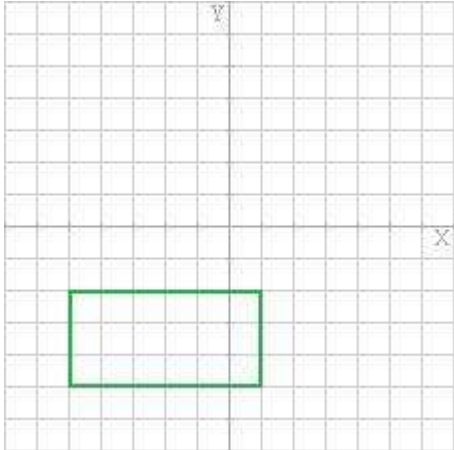
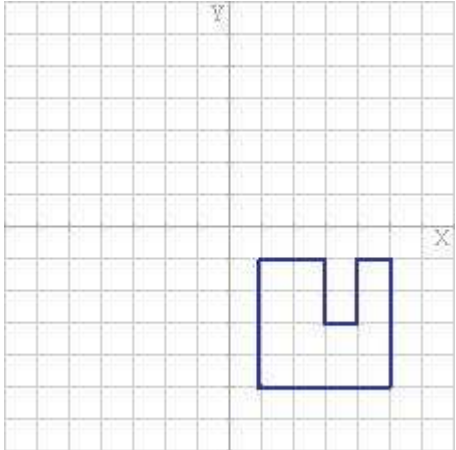
Unha translación de vector  $\vec{u}$  é un movemento que transforma \_\_\_\_\_

Unha translación é un movemento directo ( \_\_\_\_\_ ) e isomorfo ( \_\_\_\_\_ ).

Practica coa escena para ver translacións de distintas figuras.

**EXERCICIO:** Copia exemplos de translacións de distintas figuras:

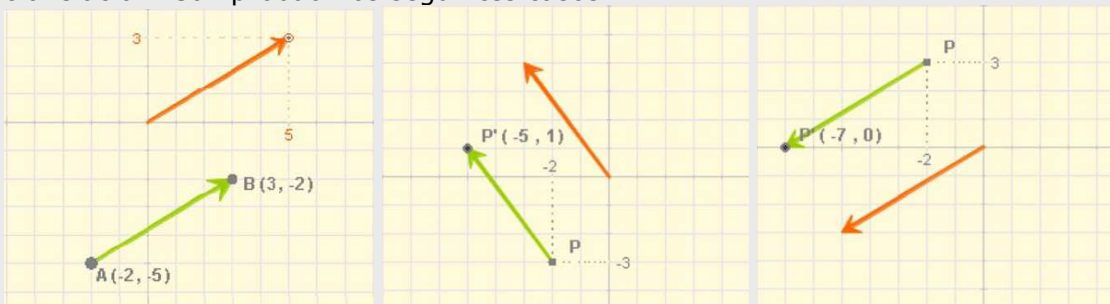
SEGMENTO	TRIÁNGULO
	

<p><b>RECTÁNGULO</b></p> 	<p><b>POLÍGONO</b></p> 
--	---

Despois... Pulsa en  para facer uns exercicios.

### EXERCICIOS

5. Ao trasladarse, as coordenadas dun punto vense incrementadas polas do vector de translación. Compróboo nos seguintes casos:



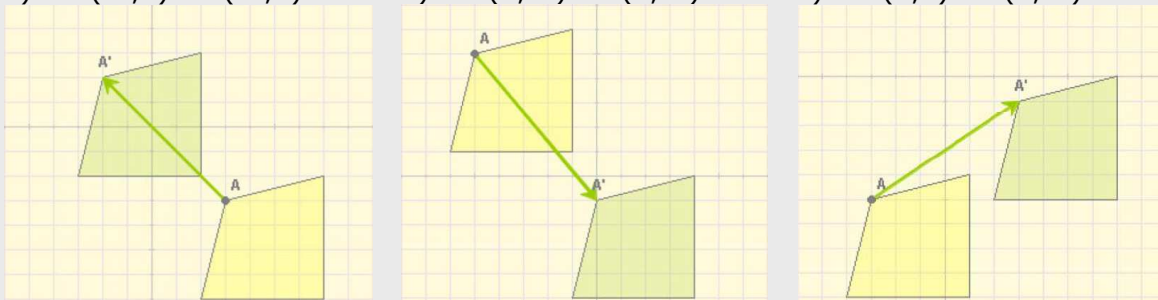
$\vec{u} =$		$\vec{u} =$		$\vec{u} =$	
A( __ , __ )	B( __ , __ )	P( __ , __ )	P'( __ , __ )	P( __ , __ )	P'( __ , __ )

6. O cuadrilátero verde é p trasladado do amarelo en cada caso. Calcula as coordenadas do punto A.

a)  $\vec{v} = (-5, 5)$     A'(-2, 2)

b)  $\vec{v} = (5, -6)$     A'(0, -1)

c)  $\vec{v} = (6, 4)$     A'(3, -1)



Cando remates... Pulsa  para ir á páxina seguinte.

## 2.b. Composición de translacións

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado e observa na escena como se constrúe un friso e un mosaico a partir de cada unha das figuras que aparecen.

**EXERCICIO:** Copia un par de exemplos de frisos e outro par de mosaicos:

FRISO 1	FRISO 2
MOSAICO 1	MOSAICO 2

Despois... Pulsa en  para ver unhas fotografías.

### EXERCICIO

7. A arte amosa translacións como podes apreciar nos exemplos seguintes. Debuxa sobre eles o vector de translación que deu lugar aos frisos.



Cando remates... Pulsa  para ir á páxina seguinte.

### 3. Xiros

#### 3.a. Xiro de centro O e ángulo $\alpha$

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado.

**Completa:**

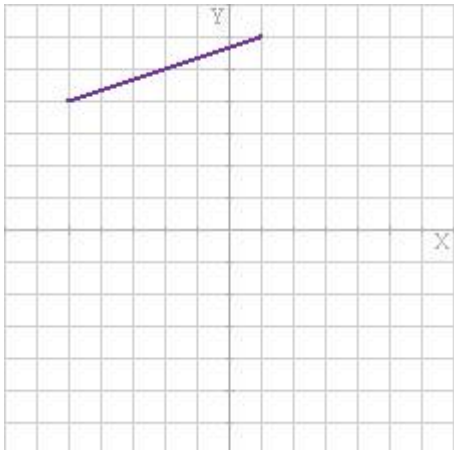
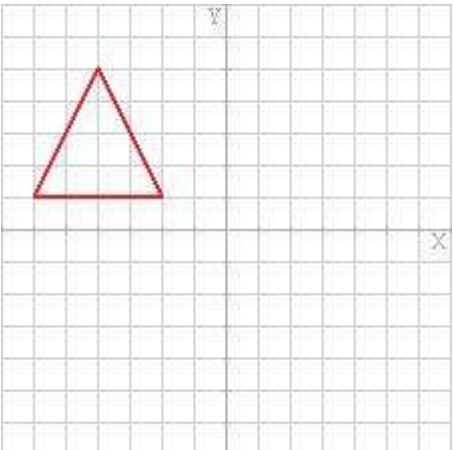
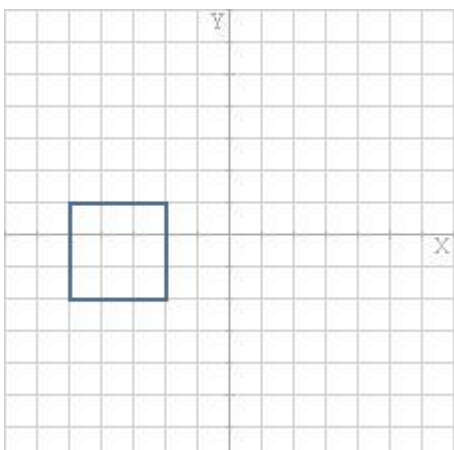
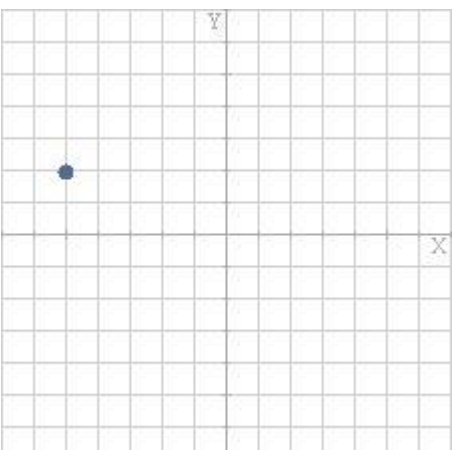
Un xiro, de centro un punto O e amplitude un ángulo  $\alpha$ , transforma \_\_\_\_\_


Debes ter en conta que un xiro pode ter **orientación positiva** ( \_\_\_\_\_ ) ou **negativa** ( \_\_\_\_\_ ).

Practica coa escena para ver xiros de distintas figuras.

**EXERCICIO:**

Copia exemplos de xiros de diferentes figuras usando distintos centros e ángulos (positivos e negativos):

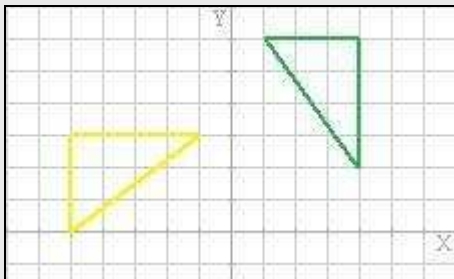
<p style="text-align: center;">SEGMENTO</p> 	<p style="text-align: center;">TRIÁNGULO</p> 
<p style="text-align: center;">CADRADO</p> 	<p style="text-align: center;">PUNTO</p> 

Despois... Pulsa en  para ver como se determina o centro e o ángulo de xiro.



### EXERCICIO

8. Cal é o centro de xiro que transforma o triángulo amarelo no verde?



Cando remates... Pulsa  para ir á páxina seguinte.

### 3.b. Simetría central

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado.

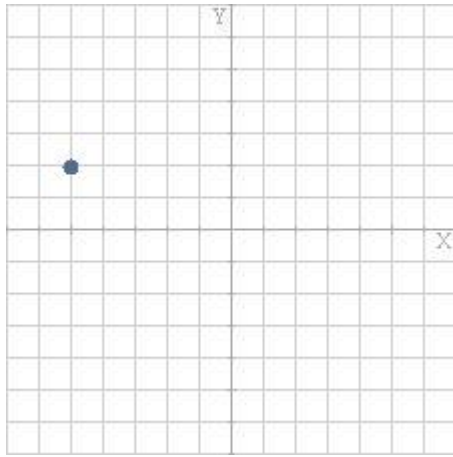
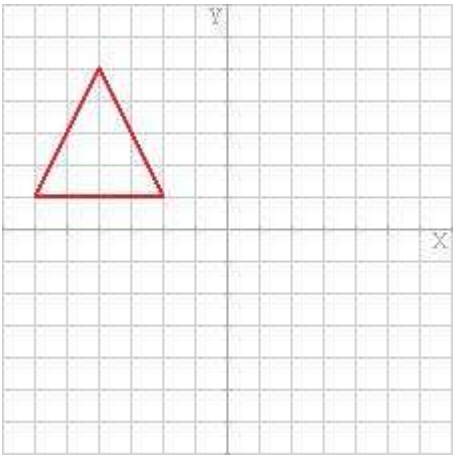
**Define:**

Simetría central: \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

Centro de simetría: \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

Practica coa escena para ver simetrías centrais de distintas figuras, exemplos de centro de simetría e unha aplicación das simetrías centrais á produción de mosaicos.

**EXERCICIO:** Copia dous exemplos de simetrías centrais aplicadas a distintas figuras.

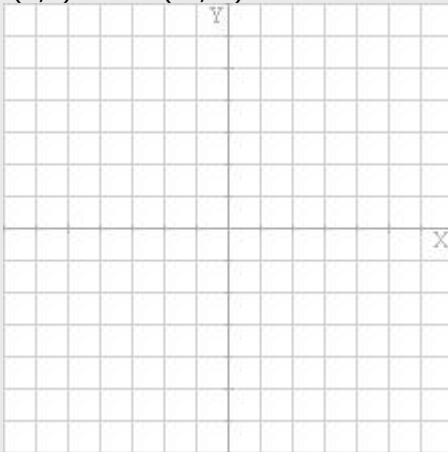
PUNTO	TRIÁNGULO
	

Despois... Pulsa en  para facer uns exercicios.

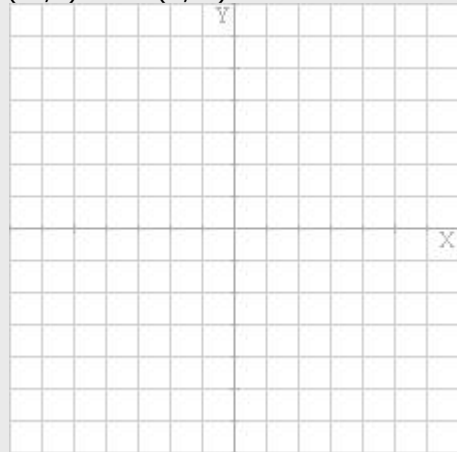
### EXERCICIOS

9. Cales son as coordenadas d punto P', simétrico del P na simetría de centro o punto O?

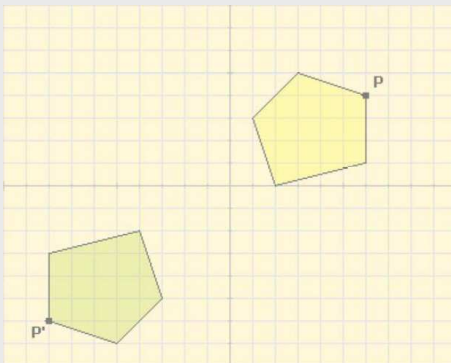
a) O(1,1) P(-3,-3)



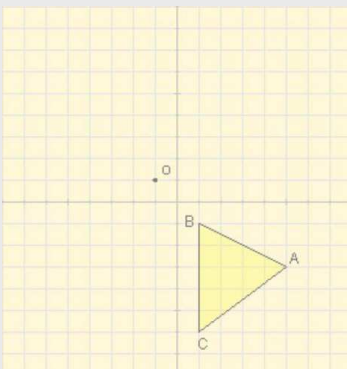
b) O(-2,1) P(2,-3)



10. Na imaxe amósase un polígono (cor amarelo) e o seu simétrico (cor verde) respecto ao punto O, cales son as coordenadas de O?

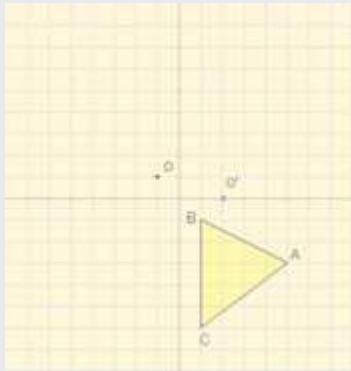


11. Ao triángulo amarelo aplicámoslle sucesivamente dúas simetrías centrais respecto ao mesmo punto, O, cal é o resultado?



### EXERCICIO

12. Aplícase ao triángulo amarelo unha simetría de centro  $O$ , e despois outra de centro  $O'$ , cal é o resultado?



Cando remates... Pulsa  para ir á páxina seguinte.

### 3.c. Figuras invariantes de orde n

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado.

**Define:**

Centro de xiro: _____ _____ _____
Figura invariante de orde n: _____ _____

Observa na escena diferentes figuras con centro de xiro. Fíxate ben en como se acha o centro de xiro e cál é a amplitude do xiro nas sucesivas coincidencias.

**EXERCICIO:**

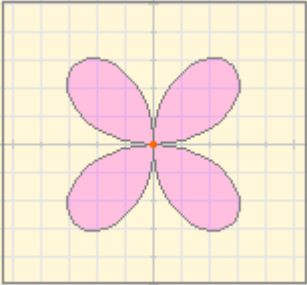
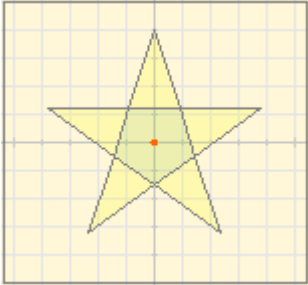
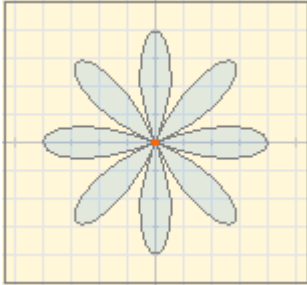
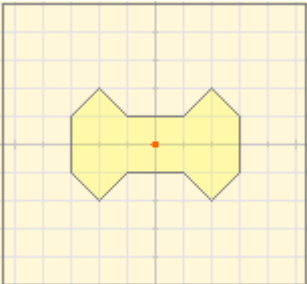
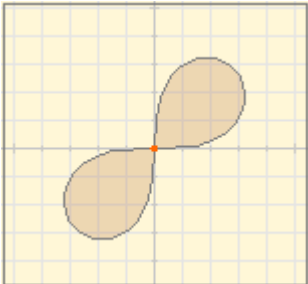
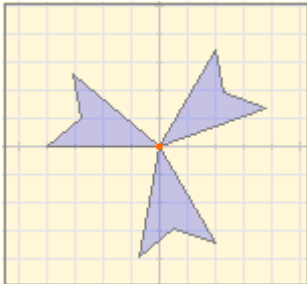
Debuxa figuras con centro de xiro sinalando nelas o devandito centro de xiro:

FIGURA INVARIANTE DE ORDE 3	FIGURA INVARIANTE DE ORDE 6
-----------------------------	-----------------------------

Despois... Pulsa en  para facer uns exercicios.

**EXERCICIO:**

Indica a orde do centro de xiro das seguintes figuras (número de coincidencias) e a amplitude do xiro en que se produce a primeira coincidencia:

FIGURA 1	FIGURA 2	FIGURA 3
		
Orde: ____ Ángulo: ____	Orde: ____ Ángulo: ____	Orde: ____ Ángulo: ____
FIGURA 4	FIGURA 5	FIGURA 6
		
Orde: ____ Ángulo: ____	Orde: ____ Ángulo: ____	Orde: ____ Ángulo: ____

Cando remates... Pulsa  para ir á páxina seguinte.

## 4. Simetría axial

### 4.a. Simetría de eixe e

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado.

**Completa:**

Unha simetría respecto a un eixe <b>e</b> é un movemento que transforma _____
Segundo esta definición, debe cumprirse que:
<ul style="list-style-type: none"> <li>• _____</li> <li>• _____</li> </ul>
Unha simetría axial é un <b>movemento</b> _____ porque se _____ o sentido de xiro.

Practica coa escena para ver como se acha o simétrico dun punto, como se obtén o eixe de simetría dado un punto e o seu simétrico, o efecto dunha simetría na orientación e que acontece cando o eixe de simetría coincide cun lado do triángulo.

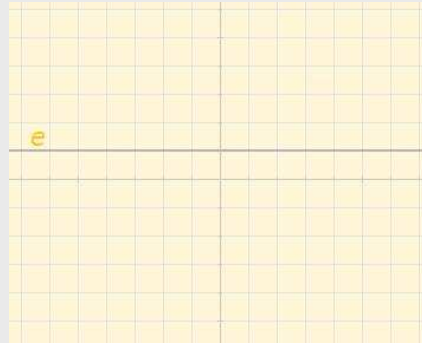
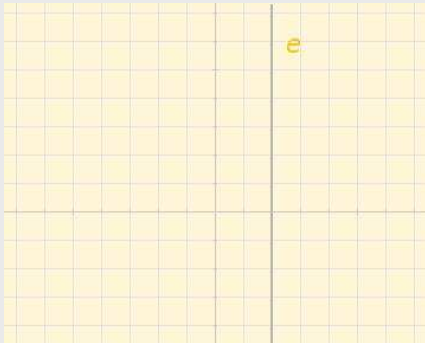
Despois... Pulsa en  para facer uns exercicios.

### EXERCICIOS

13. Calcula as coordenadas do punto P', simétrico do P respecto ao eixe da figura.

a) P (-2,4)

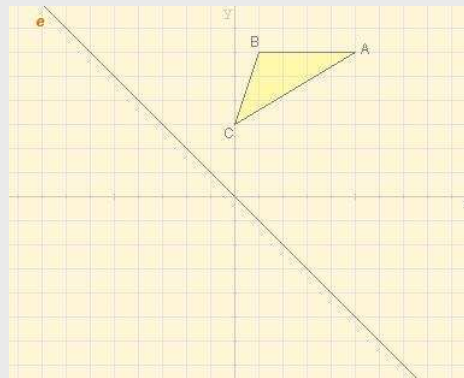
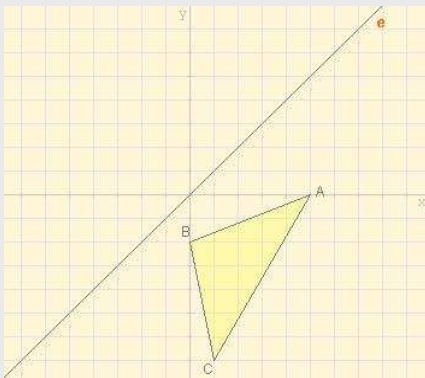
b) P (2,3)



14. En cada caso debuxa o triángulo simétrico respecto ao eixe e, do de cor amarelo e indica as coordenadas dos vértices do transformado.

a) A (5,0), B (0,-2), C (1,-7)

b) A (5,6), B (1,6), C (0,3)



Cando remates... Pulsa  para ir á páxina seguinte.

#### 4.b. Figuras con eixe de simetría

Le na pantalla o texto "Hai figuras que son..." e observa na escena da dereita os eixes de simetría dalgunhas figuras.

**Contesta:**

Que é unha figura invariante ao aplicarlle unha simetría axial? _____ _____
Que é o eixe de simetría dunha figura? _____ _____
Cantos eixes de simetría ten un triángulo equilátero? _____ E un hexágono regular? _____

Despois... Pulsa en  para ver unhas imaxes.

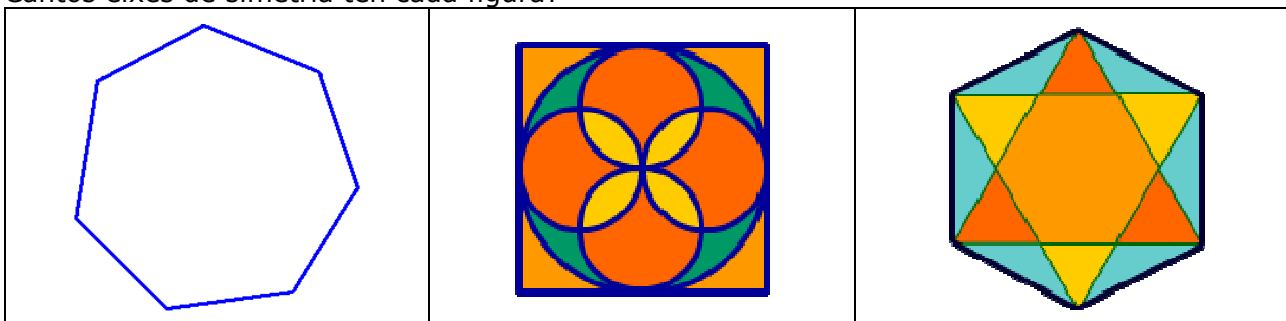
**EXERCICIO:**

Debuxa en cada imaxe un eixe de simetría que a deixe invariante:



**EXERCICIO:**

Cantos eixes de simetría ten cada figura?



Cando remates... Pulsa  para ir á páxina seguinte.

**4.c. Composición de simetrías axiais**

Le na pantalla o texto "A aplicación consecutiva de dúas ..."

**EXERCICIO:**

A aplicación consecutiva de dúas simetrías axiais, de eixes  $e$  e  $e'$ , dá lugar a un novo movemento que depende da situación relativa dos eixes  $e$  e  $e'$ :

•	
•	

**Completa:**

O resultado de <b>compoñer dúas simetrías axiais</b> é un _____
---

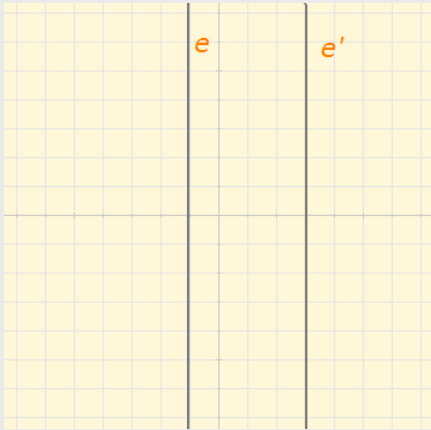
Observa na escena os dous casos posibles na composición de dúas simetrías axiais.

Despois... Pulsa en  para facer uns exercicios.

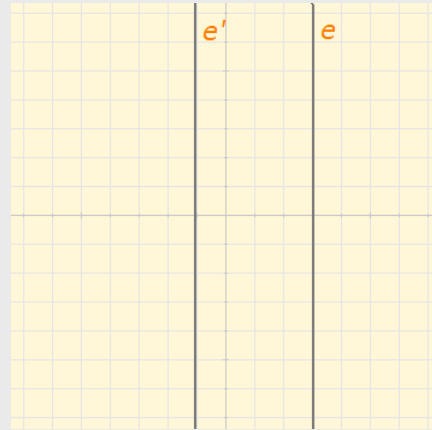
**EXERCICIOS**

15. Calcula as coordenadas do punto que resulta ao aplicarlle ao P primeiro unha simetría de eixe e e despois outra de eixe e'.

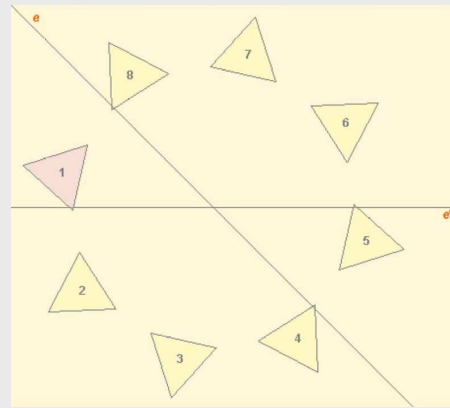
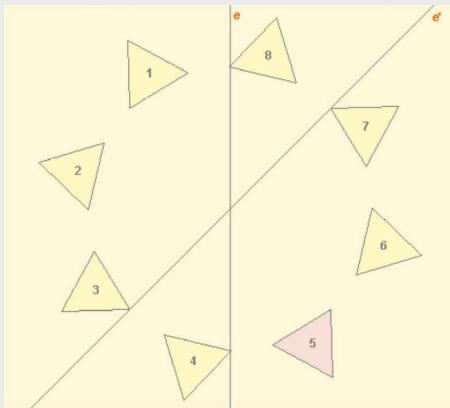
a) P (-2,3)



b) P (2,3)



16. Cal é o transformado do triángulo de cor morada respecto á composición de simetrías de eixes e e e'?



Cando remates... Pulsa  para ir á páxina seguinte.



## Lembra o máis importante - RESUMO

Un vector ten **MÓDULO** que é \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_, **DIRECCIÓN** que é \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_ e **SENTIDO** que é \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_.


Unha translación de vector  $\vec{u}$  é un \_\_\_\_\_ que transforma cada punto **A** do plano, noutro punto **B** de xeito que o vector  $\vec{AB}$  é igual ao vector \_\_\_\_\_.

Un **xiro**, de centro un punto **O** e amplitude un ángulo  $\alpha$ , transforma cada punto **P** do plano noutro punto **P'** de modo que o ángulo \_\_\_\_\_ é igual á  $\alpha$  e as distancias **OP** e **OP'** son \_\_\_\_\_.

Se ao xirar unha figura con centro nun punto **O** e segundo un ángulo menor que  $360^\circ$ , coincide con si mesma, o punto **O** **dise** que é \_\_\_\_\_ da figura.

Unha **simetría central**, ou simetría respecto a un punto **O**, é un \_\_\_\_\_ de centro **O** e amplitude \_\_\_\_\_. Transforma pois, cada punto **P** noutro punto \_\_\_\_\_ de modo que o ángulo \_\_\_\_\_ é igual a  $180^\circ$  e as distancias **OP** e **OP'** son \_\_\_\_\_.

Unha **simetría axial** respecto a un \_\_\_\_\_ **e** é un \_\_\_\_\_ que transforma cada punto **P** do plano noutro **P'** de modo que a recta **e** é \_\_\_\_\_ do segmento de extremos **P** e **P'**

Pulsa  para ir á páxina seguinte



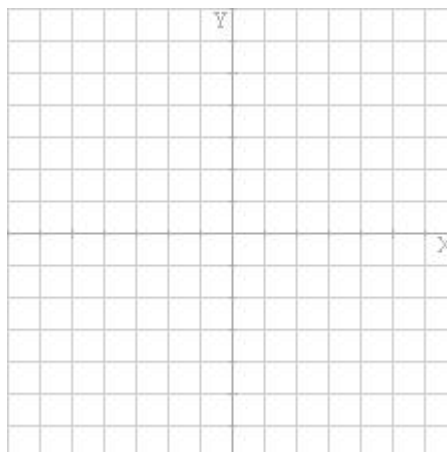


## Para practicar

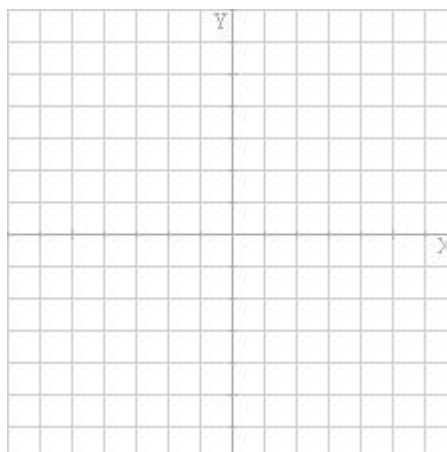
Nesta unidade atoparás exercicios de Translacións, Xiros e Simetrías. Fai polo menos un de cada clase e unha vez resolto comproba a solución.

### Translacións

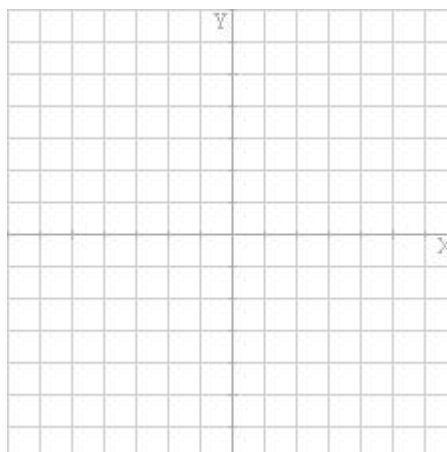
1. Determina as coordenadas e o módulo do vector da translación que transforma o punto A \_\_\_\_\_ no punto B \_\_\_\_\_.



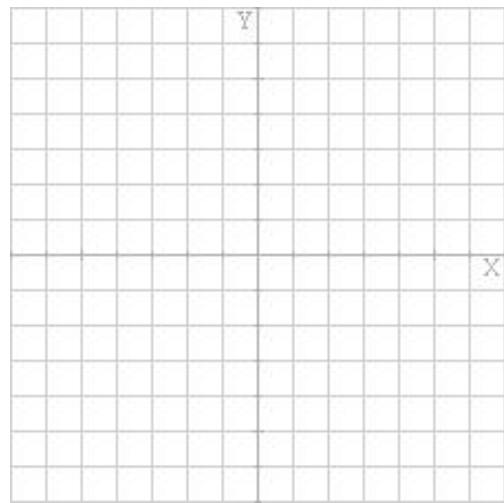
2. Acha o triángulo que deu lugar ao da figura, ao aplicarlle unha translación de vector \_\_\_\_\_.



3. O triángulo da figura trasladouse primeiro da posición 1 á 2, mediante unha translación de vector \_\_\_\_\_, e logo á 3 por unha translación de vector \_\_\_\_\_. Cal é o vector da translación que pasa directamente de 1 a 3?

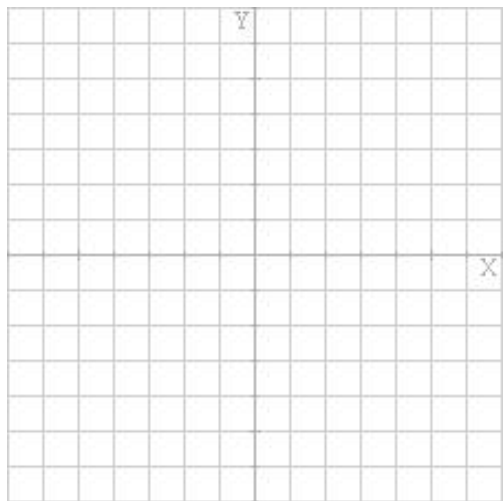


4. Calcula os vértices do triángulo que resulta ao aplicar ao da figura unha translación de vector  $\vec{v} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

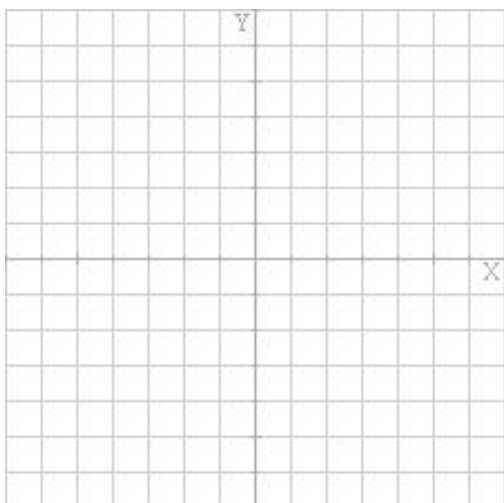


**Xiros**

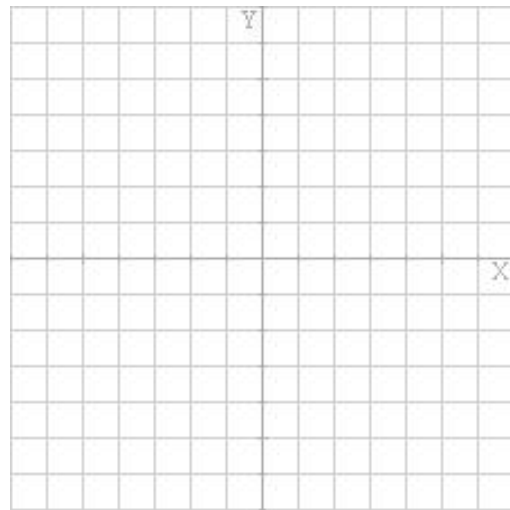
5. O triángulo ABC xira  $90^\circ$  en torno á orixe de coordenadas en \_\_\_\_\_ as agullas do reloxo, en que triángulo se transforma?



6. O triángulo morado resulta ao xirar o azul, sendo os puntos de cor laranxa homólogos no xiro e os de cor verde tamén. Determina o centro de xiro e o ángulo. O xiro realízase en sentido positivo.

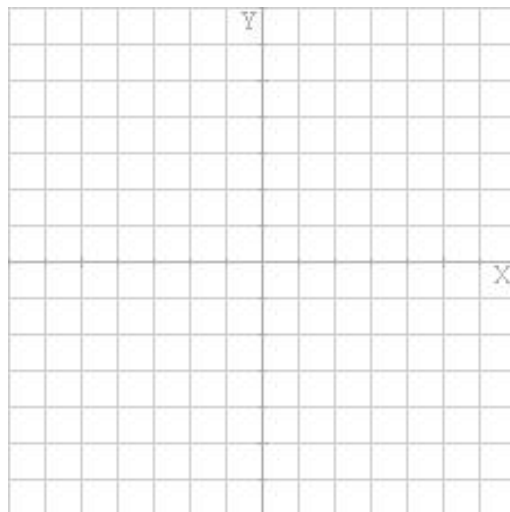


7. O cadrado da figura xira  $45^\circ$  en \_\_\_\_\_ as agullas do reloxo, en torno ao vértice \_\_\_\_\_, cales son os vértices do cadrado transformado?

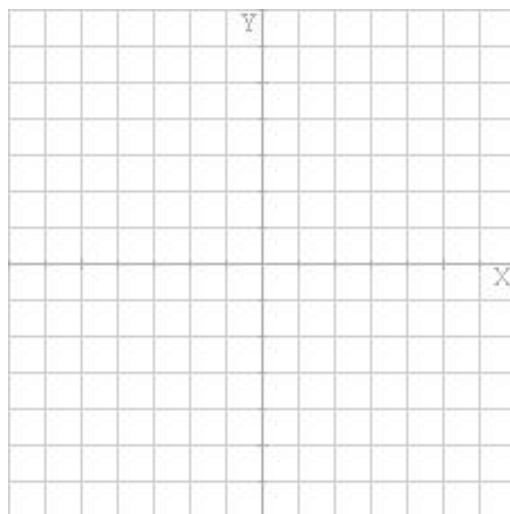


**Simetrías**

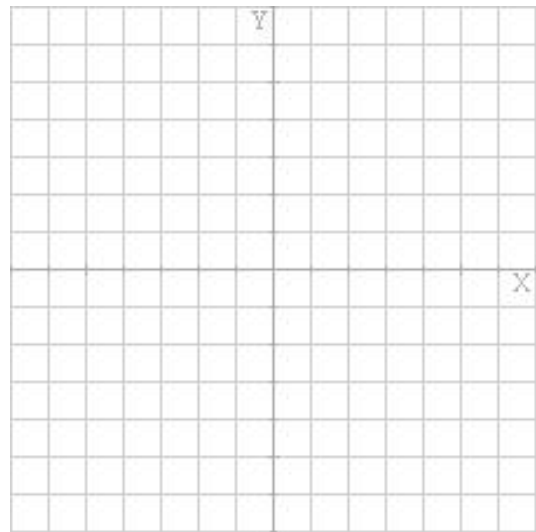
8. Acha a figura transformada do cuadrilátero ABCD por unha simetría de eixe o da figura.



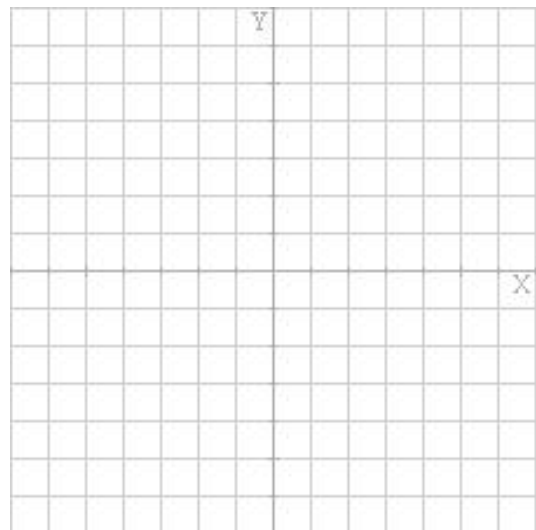
9. Acha a figura transformada do triángulo ABC por unha composición de simetrías, primeiro a de eixe azul e logo a de eixe vermello.



**10.** Acha a figura transformada do cuadrilátero ABCD por unha simetría central, de centro a orixe de coordenadas.



**11.** Acha a figura transformada do cuadrilátero ABCD por unha simetría de eixe o de \_\_\_\_\_.



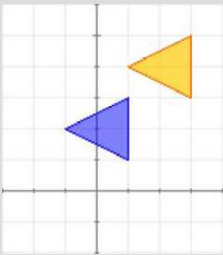
## Autoavaliación



Completa aquí cada un dos enunciados que van aparecendo no ordenador e resólveo, despois introduce o resultado para comprobar se a solución é correcta.

1 Dados os puntos  $A(-2,2)$  e  $B(3,-4)$ , escribe as coordenadas do vector  $\vec{AB}$ .

2 Que punto se obtén ao trasladar o punto  $P(-1,4)$  mediante o vector  $\vec{v}=(4,-1)$ ?

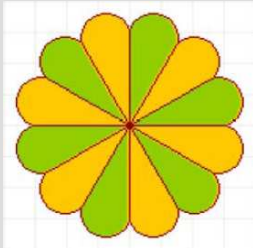
3  Acha as coordenadas do vector da translación que transforma o triángulo azul na laranxa.

4 O punto  $B(4,2)$  é o resultado de trasladar o punto  $A(-4,6)$  mediante unha translación de vector  $\vec{v}$ . Que distancia hai entre A e B?

5 Que punto resulta ao xirar  $P(4,1)$  arredor da orixe de coordenadas, un ángulo de  $90^\circ$  en sentido contrario ás agullas do reloxo?

6 Cal é o centro da simetría que transforma o punto  $P(4,-2)$  no  $P'(-2,0)$ ?

7



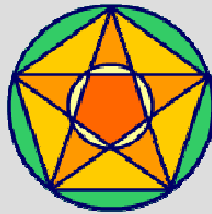
A figura da esquerda ten centro de simetría, Cal é o menor ángulo que ha de xirar para quedar invariante?

8

Cales son as coordenadas do punto simétrico do  $P(4,-2)$  na simetría de eixe a bisectriz do primeiro cuadrante?

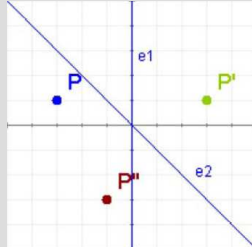
9

Cantos eixes de simetría ten a figura da dereita?



10

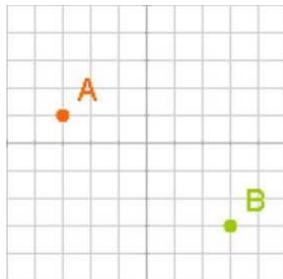
Ao aplicar ao punto  $P$  primeiro unha simetría de eixe  $e_1$  e logo unha simetría de eixe  $e_2$ , resulta o punto  $P''$ . Cal é o ángulo do xiro que transforma directamente  $P$  en  $P''$ .



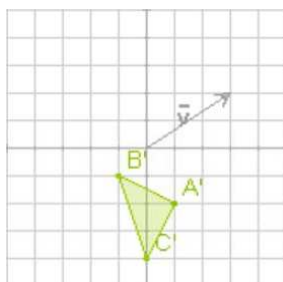


## Para practicar máis

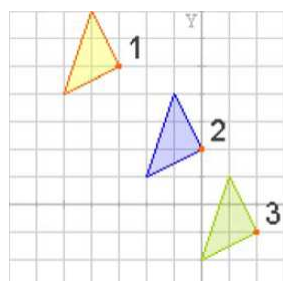
1. Determina as coordenadas e o módulo do vector da translación que transforma o punto A no punto B



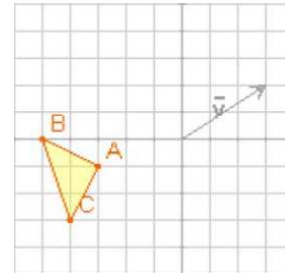
2. Acha o triángulo que deu lugar ao da figura, ao aplicarlle unha translación de vector  $(3,2)$ .



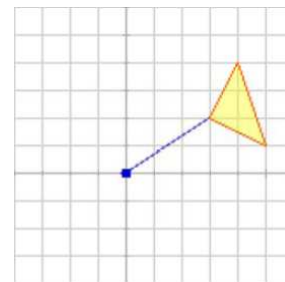
3. O triángulo da figura trasladouse primeiro da posición 1 á 2, mediante unha translación de vector  $(3,-3)$ , e logo á 3 por unha translación de vector  $(2,-3)$ . Cal é o vector da translación que pasa directamente de 1 a 3?



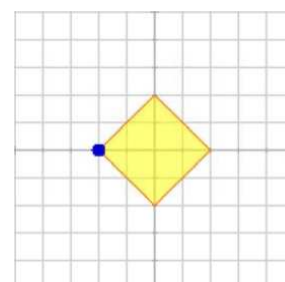
resulta ao aplicar ao da figura unha translación de vector  $\vec{v} = (3,2)$ .



5. O triángulo ABC da figura xira  $90^\circ$  en torno á orixe de coordenadas, en que triángulo se transforma?



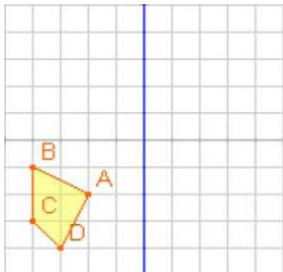
6. O cadrado da figura xira  $45^\circ$  en sentido contrario ás agullas do reloxo, en torno ao vértice sinalado, cales son os vértices do cadrado transformado?



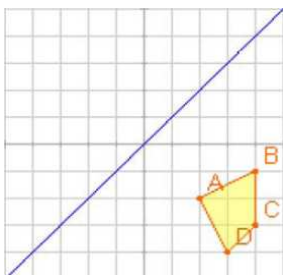
4. Calcula os vértices do triángulo que

7. Acha a figura transformada do cuadrilátero ABCD por unha simetría:

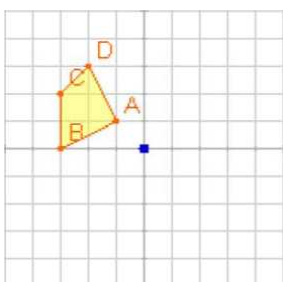
- a) de eixe o de ordenadas
- b) o de abscisas.



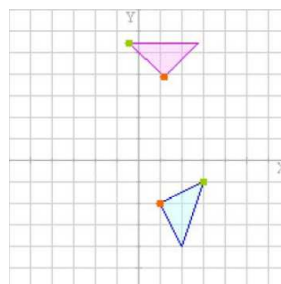
8. Acha a figura transformada do cuadrilátero ABCD por unha simetría de eixe o da figura.



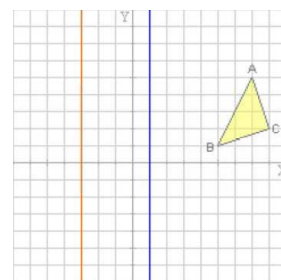
9. Acha a figura transformada do cuadrilátero ABCD por unha simetría central, de centro a orixe de coordenadas.



10. O triángulo azul transfórmase no morado tras un xiro de centro O, debúxao e calcula o centro de xiro.



11. Acha a figura transformada do triángulo ABC por unha composición de simetrías, primeiro a de eixe azul e logo a de eixe vermello.



12. Acha a figura transformada do triángulo ABC por unha composición de simetrías, primeiro a de eixe azul e logo a de eixe vermello.

