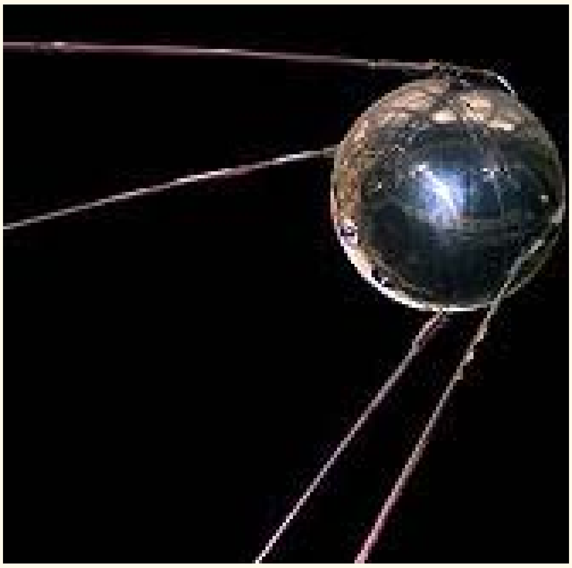
Funcións e gráficas

Obxectivos

Nesta quincena aprenderás a:

- Recoñecer se unha relación entre dúas variables é unha función ou non.
- Distinguir a variable independente e a dependente.
- Expresar unha función utilizando unha táboa de valores, unha gráfica ou unha fórmula.
- Determinar o dominio e o percorrido dunha función.
- Interpretar algunhas características da gráfica dunha función: o crecemento e decrecemento, os extremos relativos, a periodicidade...
- Representar e analizar gráficas de funcións extraídas de distintas situacións cotiás.

Antes de empezar

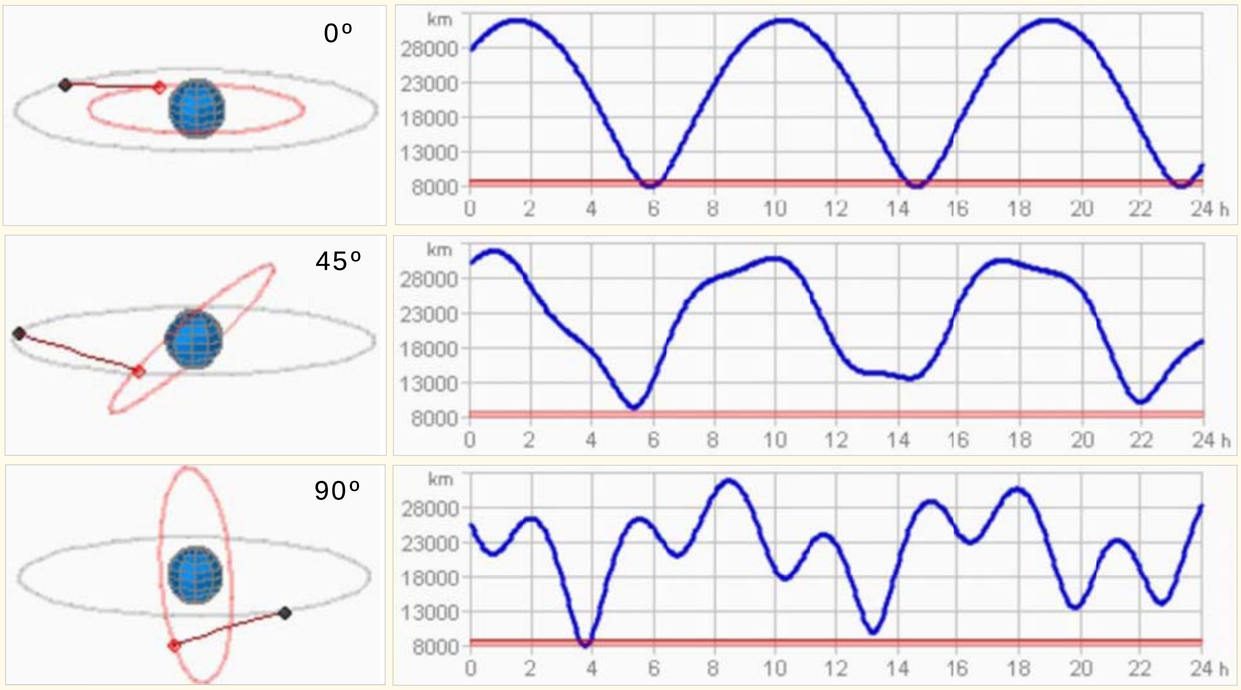


ORBITANDO A TERRA

Dous satélites artificiais xiran arredor da Terra describindo órbitas de 12000 e 20000 km de raio.

Como varía a distancia en liña recta entre estes satélites, a medida que pasa o tempo?

Observa as gráficas feitas ao longo dun día, e variando o ángulo que forman os planos das órbitas dos dous satélites..



Investiga

O período de revolución dun satélite é unha **función** do raio da órbita (se esta é circular). É dicir, se se coñece o raio da órbita saberá o que tarda o satélite en dar unha volta.

Busca o enunciado da **terceira lei de Kepler** para saber de que tipo de función se trata.

1. Relacións funcionais

Concepto e táboa de valores

Unha función é unha relación de causa-efecto entre dúas cantidades matemáticas: a iguais causas, iguais efectos.

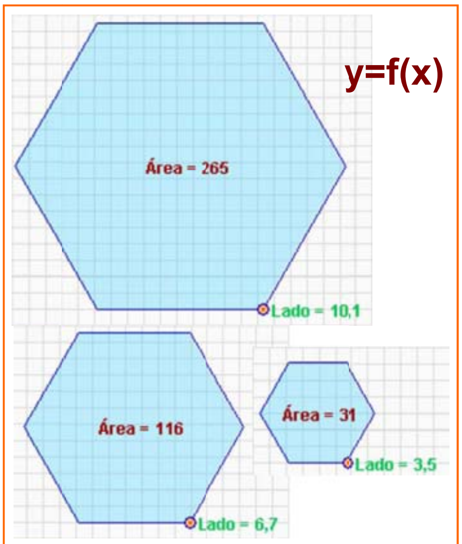
A causa denomínase **variable independente** e denótase coa letra ***x***. O efecto é a **variable dependente**, que se indica coa letra ***y***.

Frecuentemente, en lugar da letra ***y*** utilízase a expresión ***f(x)*** (ou ***g(x)***, ...) para dar a entender que ***y*** efectivamente **depende** do valor de ***x***.

✓ *EXEMPLO: A **área** dun polígono regular é **función** da medida do **lado**.*

*Variable **independente**: **x**=lonxitude do lado*

*Variable **dependente**: **y**= área do polígono*

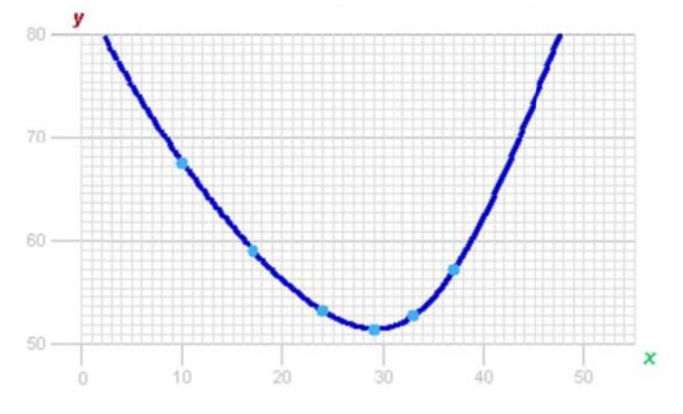


lonxitude do lad	x	10,3	3,9	9,2
área do polígono	y	275	39	219

Gráfica dunha función

Para obter a gráfica dunha función a partir da táboa de valores primeiro debúxanse uns eixes de coordenadas, representándose os valores da variable independente (x) no eixe horizontal (**abscisas**) e os da variable dependente (y) no vertical (**ordenadas**). Cada parella de valores das variables dependente e independente represéntanse mediante un punto ***(x,y)*** no sistema de coordenadas.

Os puntos debuxados uniranse se a variable independente pode tomar calquera valor real no rango estudado: a liña (recta ou curva) que resulta é a **gráfica da función**.

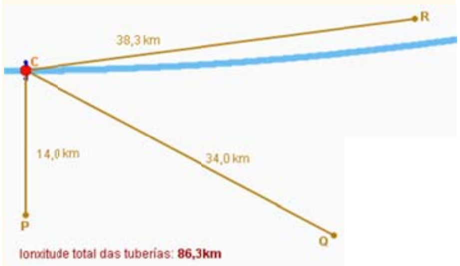


dist. á ponte (km)	x	10	17	24	29	33	37
lonx. tuberías (km)	y	67,6	59,1	53,2	51,4	52,7	57,2

CAPTACIÓN DE AUGAS

Proxéctase a construción dunha estación para captar a auga dun río e distribuíla a tres poboacións próximas mediante canalizacións.

Móstrase a lonxitude das tres canalizacións que unen a estación captadora C, coas tres cidades P, Q e R.



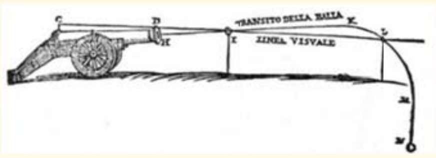
A lonxitude total das canalizacións (**x**) é función da distancia da estación captadora á ponte (**y**).

Así cando a distancia á ponte é de 17 km, a lonxitude total das canalizacións é 59 km..

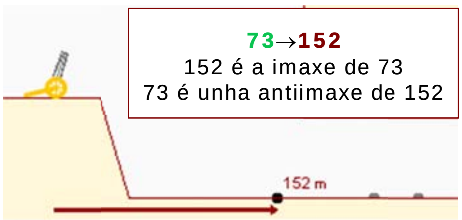
x=17 **y=59**

BALA DE CANÓN

Un canón situado nun punto elevado dispara balas cunha velocidade inicial que forma un certo ángulo coa horizontal



O **alcance** da bala é **función** do **ángulo** que forma o canón coa horizontal.

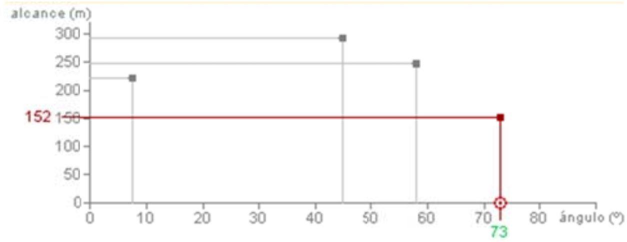


73→152
152 é a imaxe de 73
73 é unha antiimaxe de 152

Imaxe e antiimaxe

Se un punto ***(x,y)*** pertence á gráfica da función entón dise que ***y*** é a **imaxe** de ***x*** e que ***x*** é a **antiimaxe** de ***y***.

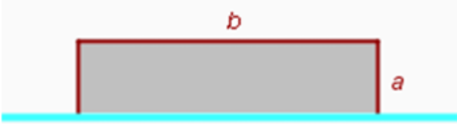
É doado achar imaxes e antiimaxes vendo a gráfica da relación funcional. Así pódese reproducir a táboa de valores a partir da gráfica da función.



Cada valor de x só pode ter unha imaxe, aínda que pode ser antiimaxe de máis dun valor de y.

COLONIZACIÓN DO OESTE

Un colonizador do oeste americano dispón de 30 hm de valo. Díselle que recibirá a propiedade do terreo rectangular que logre delimitar con eses 30 hm, tendo en conta que un dos lados do rectángulo non necesita valo, xa que o terreo lindará co río.



Tomamos a altura **a** como a variable independente, a **área** do rectángulo é a variable dependente.

Supoñamos que **a= 5** hm

Entón como se empregan 10 hm de valo dos 30 dispoñibles quedan 20:

b= 30 – 2·5 = **20** hm

A área do rectángulo é:

$a \cdot b = 5 \cdot 20 = 100\ hm^2$

f(5)=100

Expresión alxébrica

Trátase dunha fórmula que permite obter o valor de **y** cando se sabe o valor de **x** realizando operacións alxébricas. É, polo tanto, un xeito de obter imaxes de valores da variable independente sen ter que recorrer á gráfica da función.

É sinxelo obter a táboa de valores dunha función a partir da súa **expresión alxébrica** ou analítica: non hai máis que ir dando valores a **x** e calcularanse os valores de **y** correspondentes. Así os tres elementos dunha relación funcional (táboa de valores, gráfica e expresión alxébrica) están interconectados.

Cando se coñece a expresión alxébrica dunha función tamén pódense obter analiticamente as antiimaxes dun valor de **y** resolvendo unha ecuación.

Para atopar a **expresión alxébrica** (fórmula) da función hai que substituír os valores concretos da variable independente pola letra x no cálculo da área do rectángulo:

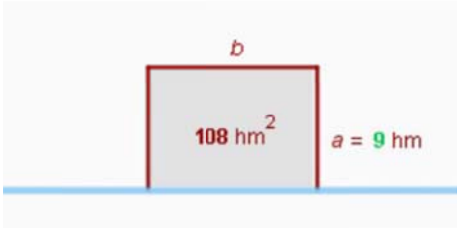
$a = 5{,}0$	$a = x$
$b = 30 - 2 \cdot 5{,}0$	$b = 30 - 2 \cdot x$
$f(5{,}0) = 5{,}0 \cdot (30 - 2 \cdot 5{,}0)$	$\boxed{f(x) = x\,(30 - 2x) = 30x - 2x^2}$

Observa que:

Unha vez coñécese a expresión alxébrica dunha función pódense calcular fácilmente **imaxes**: simplemente hai que substituir a x polo valor dado e realizar a operación.

Por exemplo, a imaxe de $x = 9$ é:

$$y = f(9) = 30 \cdot 9 - 2 \cdot 9^2 = 270 - 2 \cdot 81 = 108$$



Para calcular **antiimaxes** substitúese a y polo valor dado e aíslase a x resolvendo unha ecuación. Por exemplo, as antiimaxes de $y = 88$ son:

$$88 = 30x - 2x^2 \quad \rightarrow \quad 2x^2 - 30x + 88 = 0$$

$$x = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 704}}{4} = \frac{30 \pm 14}{4} = \begin{cases} 11 \\ 4 \end{cases}$$

Hai dúas antiimaxes de $y = 88$.

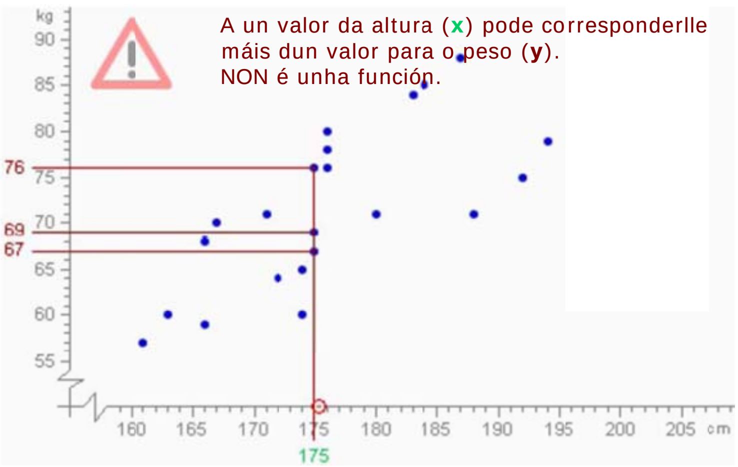
Polo tanto hai dúa maneiras de conseguir un recinto de **88** hm^2.

Relacións que non son funcionis

Nunha relación funcional un valor de **x** só debe ter, como máximo, **unha** imaxe. Non pode ser que unha causa dea dous efectos diferentes.

En cambio, un mesmo efecto pode proceder de diversas causas: un valor de **y** pode ter máis dunha antiimaxe, ou non ter ningunha.

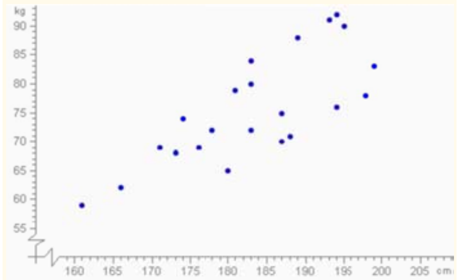
As relacións **estatísticas** son situacións nas que, aínda que non se pode predicir exactamente cal será a imaxe dun valor de **x** (non son, polo tanto, relacións funcionais), si que se pode dar unha estimación deste valor.



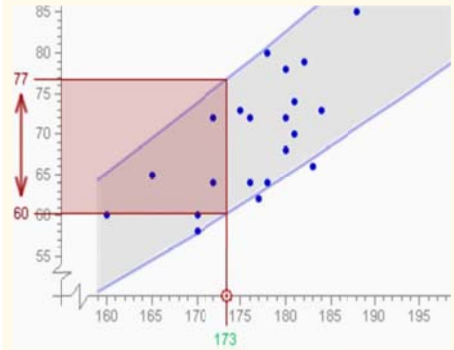
PESO E ALTURA

O **peso** dunha persoa, é **función** da súa **altura**?

Pregúntase a altura (**x**) e o peso (**y**) a os individuos dunha poboación, e represéntanse graficamente.



Non é unha relación **funcional**, dada a altura dunha persoa non se pode predicir a súa altura exactamente. Hai unha relación **estatística**, dada unha altura determinada pódese esperar que o peso estará nun certo **intervalo**.

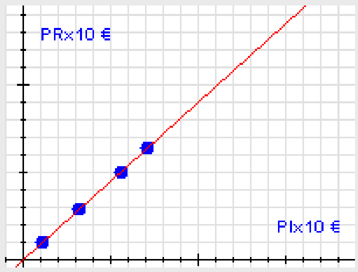


EXERCICIOS resoltos

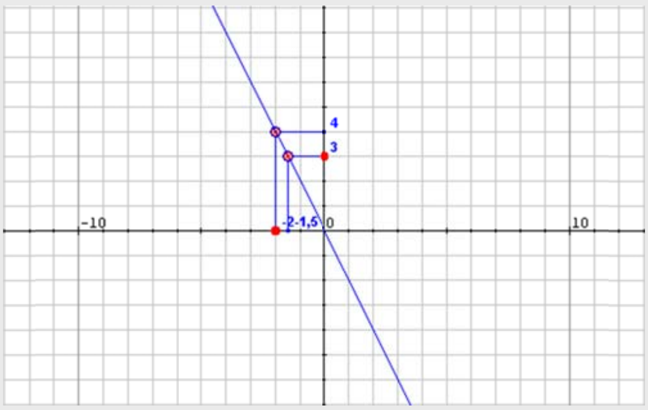
6. As rebaixas: se nun produto nos ofrecen un desconto do 10% pagaremos o 90% do prezo orixinal. Entón, o prezo rebaixado (PR) é función do prezo inicial (PI) a través da expresión PR = f(PI) = 0,9·PI. Constrúe unha táboa de valores para esta función (por exemplo con catro valores) e debuxa a gráfica correspondente.

Eliximos catro valores arbitrarios para o prezo inicial, substituímolos na expresión anterior e obtemos a táboa:

PI	11	32	56	71
PR	9,9	28,8	50,4	63,9



7. Coa axuda da gráfica adxunta calcula as imaxes e antiimaxes pedidas.



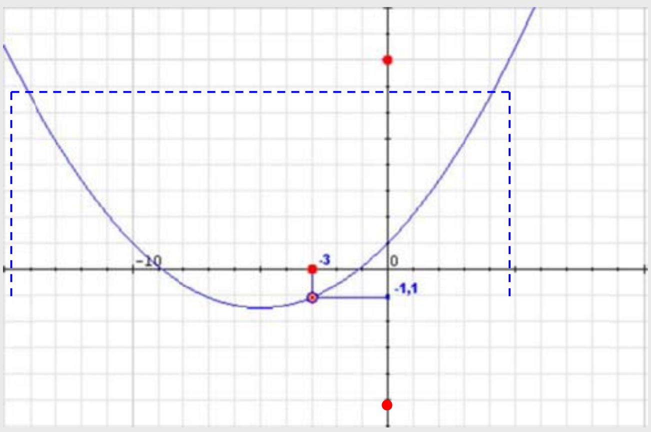
a) A imaxe de -3, a antiimaxe de 3.

A imaxe de -3 es 4

f(-3)=4

a antiimaxe de 3 es -1,5

f(-1,5)=3



b) A imaxe de -3, a antiimaxe de 8 y de -4

A imaxe de -3 es -1,1

f(-3)=-1,1

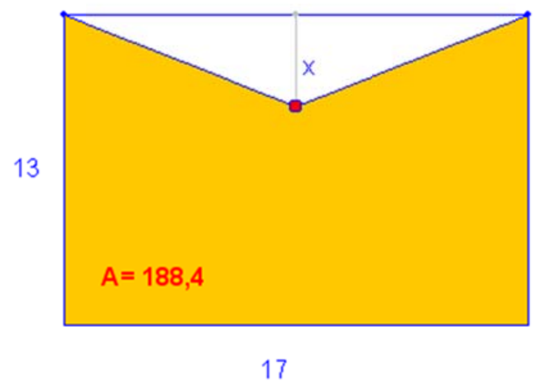
Neste caso 8 ten dúas antiimaxes 4,7 e -14,7

f(4,7)=8 **f(-14,7)=8**

En cambio **-4** non ten ningunha antiimaxe, ningún valor de x permite á función alcanzar o valor -4.

EXERCICIOS resoltos

8. Escribe en función de x a área da parte coloreada da figura



A área do rectángulo completo é Base x Altura, ou sexa: $17 \cdot 13 = 221$

A área do triángulo branco é $\frac{\text{Base x Altura}}{2}$ ou sexa: $\frac{17 \cdot x}{2}$

Entón, a área da zona sombreada é $\mathbf{A(x) = 221 - \frac{17 \cdot x}{2}}$

9. Indica de forma razoada se as respostas ás seguintes preguntas é afirmativa ou negativa.

a) O custo da factura da auga é función do volume consumido?

Sí, porque consumos iguais producen custos iguais.

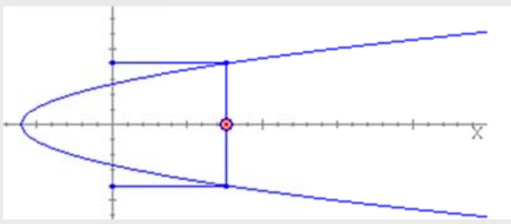
b) O número de accidentes de tráfico é función do número de vehículos que circulan?

Non, non se pode saber “a priori” cantos accidentes se producen cun número determinado de coches circulando.

c) A presión constante, o volume dun gas é función da súa temperatura?

Sí, segundo a Física nas mesmas condicións de presión a iguais temperaturas os volumes son iguais.

10. A gráfica da imaxe corresponde a unha función?

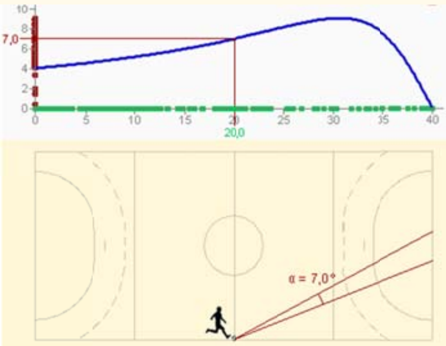


SOLUCIÓN: Non, porque a un valor de x poden corresponder dous valores de y.

XOGADOR DE FÚTBOL SALA

Un xogador de fútbol sala avanza co balón pegado á banda do campo de xogo cara á portaría contraria.

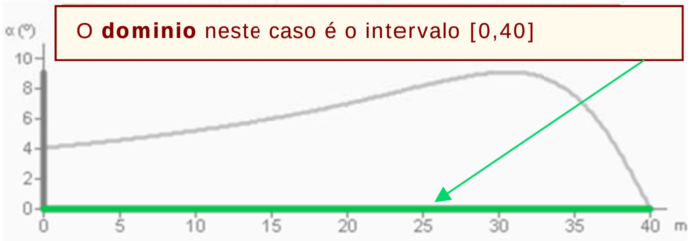
O ángulo ortaría, é función da distancia que hai dende a liña de fondo do seu campo.



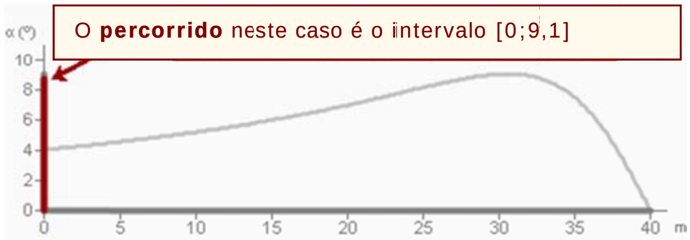
2. Características dunha función

Dominio e percorrido

- O **dominio** dunha función é o conxunto de valores de ***x*** que teñen imaxe.



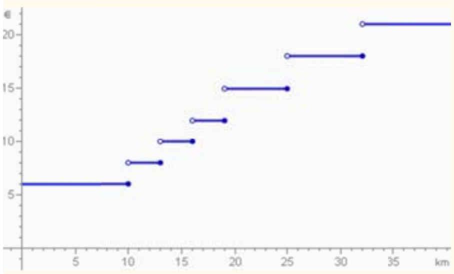
- O **percorrido** ou **imaxe** é o conxunto de valores de ***y*** que son imaxe dalgún valor de ***x*** pertencente ao dominio.



TAXÍMETRO

O **prezo** dun traxecto en taxi realizado en certa zona rural é **función** da **distancia** percorrida.

O gráfico mostra as tarifas.



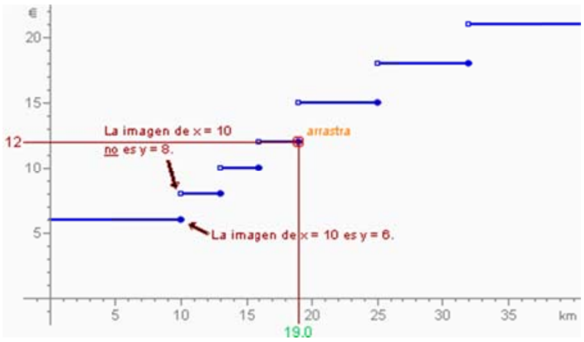
- Canto custa a baixada de bandeira? **6 €**
- Cantos km se poden percorrer por ese importe? **10 km**
- Canto custa un percorrido de 15 km? **10€**

Continuidade

Ás veces, a gráfica dunha función pode dar un salto en vertical nalgún punto do seu dominio. Nese punto dise que a función non é **continua**.

Polo tanto, unha función é continua se a súa gráfica pode debuxarse sen necesidade de levantar o lapis do papel en ningún momento.

Os puntos onde a gráfica dá un salto denomínanse **descontinuidades** da función.



✓ Se se percorre un pouco máis de 10 km, aínda que sexa moi pouco, o prezo cambia a 8 €, e mantense ata os 13 km, a partir dos cales pasa a ser 10 € ata os 16 km. Non é unha función continua, presenta descontinuidades en x=10, x=13, x=16, x=19, x=25, etc

Puntos de corte cos eixes

O punto onde a gráfica corta ao eixe de **ordenadas** é da forma $(0,y_0)$, onde y_0 é a imaxe de cero. Se o cero está no dominio da función, entón hai punto de corte co eixe de ordenadas e este é único.

> Para encontrar y_0 substitúese x por cero na expresión da función e calcúlase y.

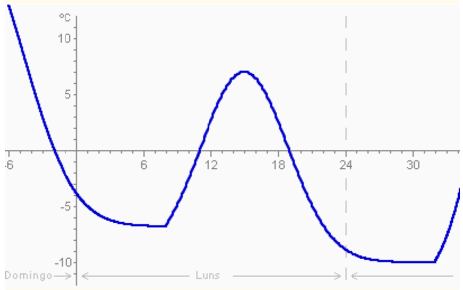
O punto (ou os puntos) de corte co eixe de **abscisas** son da forma $(x_0,0)$, onde x_0 é a antiimaxe (ou antiimaxes) de cero. Haberá punto de corte co eixe de abscisas se o cero está no percorrido da función. Nese caso pode suceder que haxa máis dun punto de corte.

> Para encontrar x_0 substitúese y por cero na expresión da función e íllase x.

TEMPERATURA

Estes días foron fríos na cidade.

O gráfico mostra a temperatura en función da hora do día.



- $f(0) = -4$ºC
- A que horas do luns a temperatura era 0ºC?: á **11** e á **19** horas
- Entre que horas do luns a temperatura estivo baixo cero (función **negativa**)?: Das **0**h ata as **11**h e das **19**h ata as **24**h
- Entre que horas a función é **positiva**?: Entre as **11**h e as **19**h.

Crecemento e decrecemento

Dise que unha función é **crecente** nun punto se, arredor dese punto, cando a x aumenta tamén aumenta a y.

E será **decrecente** se ao aumentar la x diminúe o valor de y.

Se unha función é crecente nun punto entón, arredor del, a gráfica, vista de esquerda a dereita, ascende. Se descende, é que é decrecente. Se a función toma o mesmo valor ao redor dun punto (a gráfica mantense sen subir nin baixar), entón dise que alí a función é **constante**.

$f(4) < f(6)$	CRECENTE
$f(13) = f(15)$	CONSTANTE
$f(24) > f(26)$	DECRECENTE

Unha función pode ser crecente nun conxunto de puntos do seu dominio e decrecente noutros. Se só crece ou só decrece entón denomínase función **monótona**.

TEMPERATURA DUN FORNO

Para cociñar uns biscoitos hai que quentalos ao forno a unha temperatura de 18 s

O gráfico mostra a **temperatura** do

- Os primeiros 10 minutos, dende que se acende o forno, a temperatura ascende dende 20º a 180º.
- Dende o minuto 10 ao 20 mantense constante a 180º.
- O forno apágase, a temperatura descende ata igualarse á do ambiente.

VELOCIDADE DO VENTO

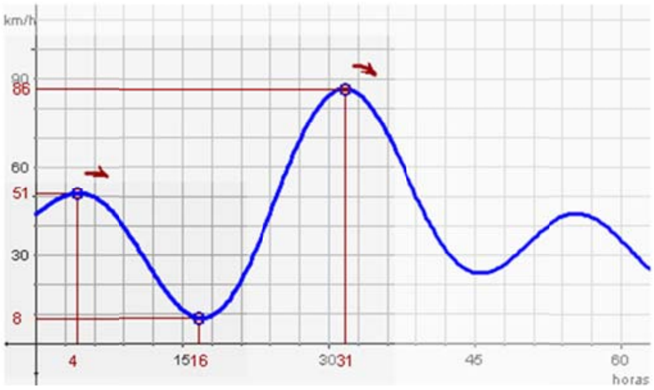
Para decidir a situación dun parque eólico estúdase a velocidade do vento.

Obtívose a gráfica adxunta ao longo de 62 horas.

Máximos e mínimos

Un **máximo local** (ou relativo) é un punto onde a función pasa de ser crecente a decrecente. Ese punto non ten por que ser o punto máis alto da gráfica da función. Este último (se é que existe) denomínase **máximo absoluto**.

De xeito similar, nun punto onde a función pasa de decrecer a crecer dise que hai un **mínimo local**. O punto do dominio onde a imaxe é menor denomínase **mínimo absoluto**.

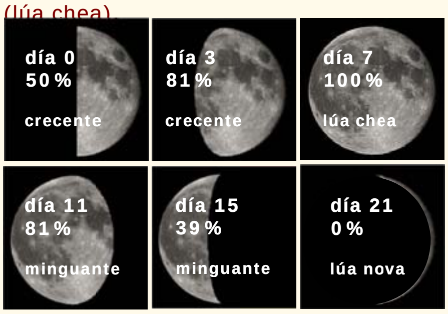


Temos un máximo relativo en t=4, un mínimo absoluto en t=16, un máximo absoluto en t=31 e hai outro máximo e outro mínimo relativo.

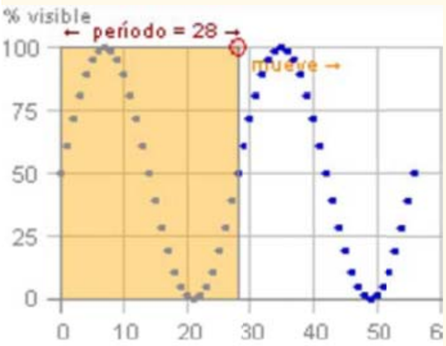
Unha función pode ter máis dun máximo ou dun mínimo locais.

FASES DA LÚA

A % visible da lúa varía en función do día, dende o 0% (lúa nova) ata o 100% (lúa chea).



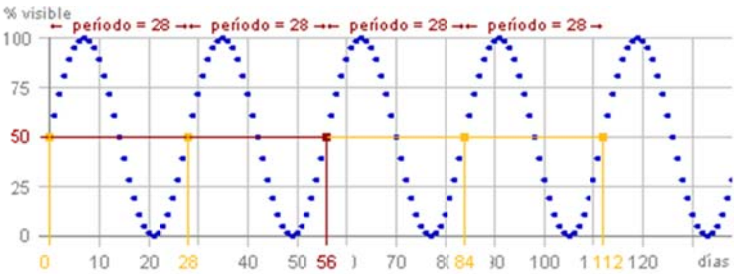
A % visible repítese cada 28 días



Periodicidade

Ás veces a gráfica dunha función vai repetindo o mesmo debuxo unha e outra vez a medida que a x vai aumentando. Neste caso dise que a función é **periódica**.

A lonxitude, medida sobre o eixe horizontal, do debuxo que se vai repetindo denomínase **período**: cada vez que a un valor calquera de ***x*** se lle suma o período vólvese obter a mesma imaxe.



Hai infinitos valores que teñen a mesma imaxe, separados por unha distancia de **28 días** (que é o período T)

$f(3) = f(3+28) = f(3+2\cdot 28) = \ldots$

$\mathbf{f(x) = f(x+T) = f(x+2T) = f(x+3T) = \ldots}$

EXERCICIOS resoltos

11. Determina de forma razoada o dominio da función $f(x) = \sqrt{x+8}$

SOLUCIÓN:

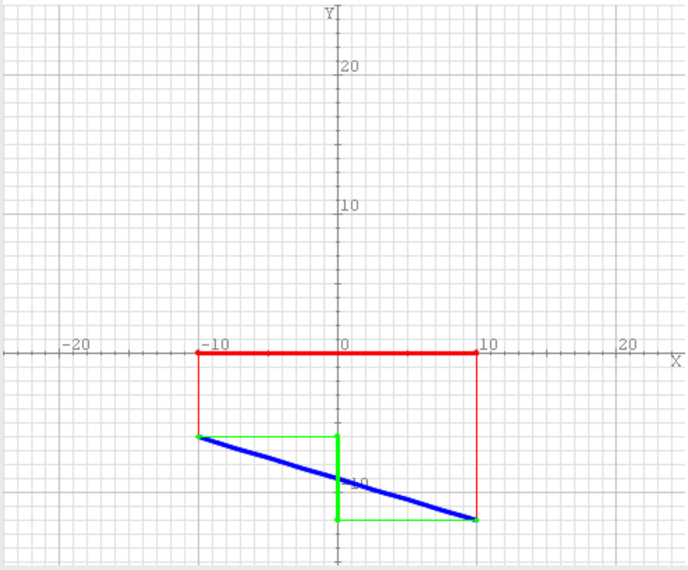
O dominio dunha función está formado por todos os posibles valores de x aos que se lles poidan aplicar as operacións indicadas na expresión anterior producindo un resultado válido. Neste caso aparece unha raíz cadrada que só pode calcularse se o radicando é maior ou igual que cero, así pois debe ser:

$\mathbf{X + 8 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \geq -8}$

Logo o dominio da función constitúeno todos os números maiores ou iguais que –8.

12. Determina o dominio e o percorrido da gráfica azul da imaxe.

Determina o dominio e o percorrido da función que ten por gráfica a que ves abaixo



Dominio de f:

[-10 , 10] = {x: -10 ≤ x ≤ 10 }

Percorrido de f :

[-12 , -6] =

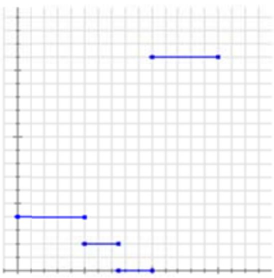
= {x: -12 ≤ x ≤ -6 }

13. Indica se son continuas ou descontinuas

Xoan ten hoxe unha excursión no colexio. Como vive lonxe adoita ir en bicicleta. Nada máis chegar ao colexio, saen todos os alumnos andando ata a estación de trens e alí esperan un rato a que chegue o tren. Suben ao tren e por fin chegan ao destino.

Abaixo podes ver dúas gráficas: unha representa a distancia que vai percorrendo Xoan dende súa casa con respecto ao tempo transcurrido e outra representa a velocidade á que se despraza en cada instante, tamén en función do tempo transcurrido.

Indica de forma razoada qué gráfica corresponde a cada unha das dúas situacións e indica en cada caso se a función representada é ou non continua.



A primeira gráfica é a que indica as velocidades:

Empeza coa bicicleta a velocidade constante, logo vai andando algo máis despacio. A continuación está parado un anaco e, por último, ao montar no tren a velocidade é moito maior pero constante.

É discontinua e os saltos prodúcense ao cambiar o medio de locomoción.

A outra gráfica corresponde á distancia á que se encontra de casa. Neste caso non hai saltos (é continua) pero sí cambios bruscos na inclinación que se corresponden cos cambios de velocidade.

EXERCICIOS resoltos

9. Calcula os puntos de corte cos eixes da función f(x)=2-x

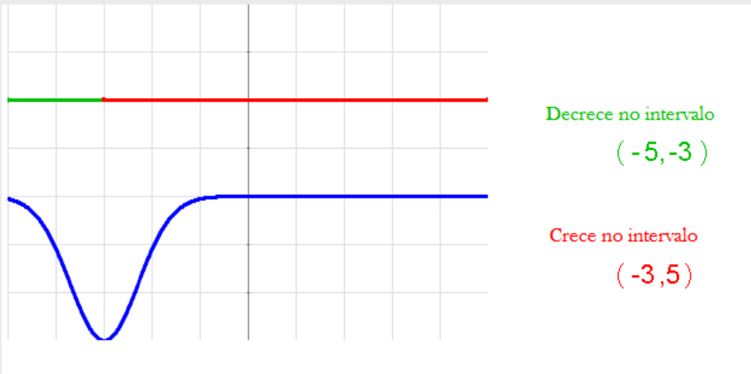
SOLUCIÓN:

O corte co eixe Y calcúlase substituíndo x por 0: f(0) = 2 – 0 = 2. Corta en (0,2)

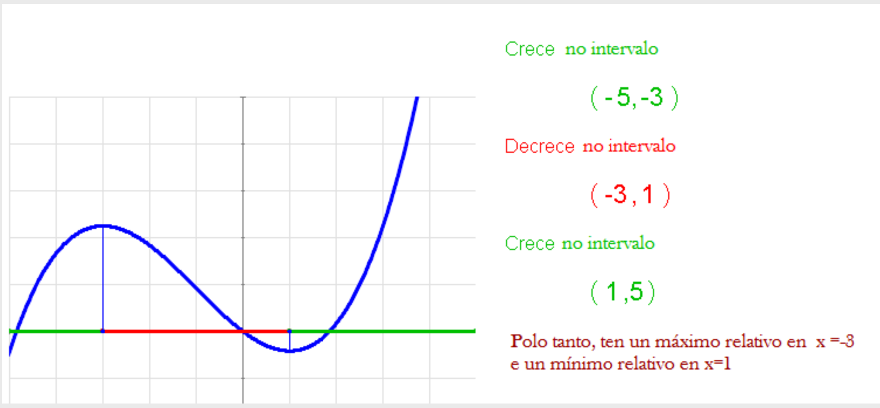
Os cortes co eixe X calcúlanse resolvendo a ecuación f(x) = 0:

2 – x = 0, de onde x = 2. Corta en (2,0)

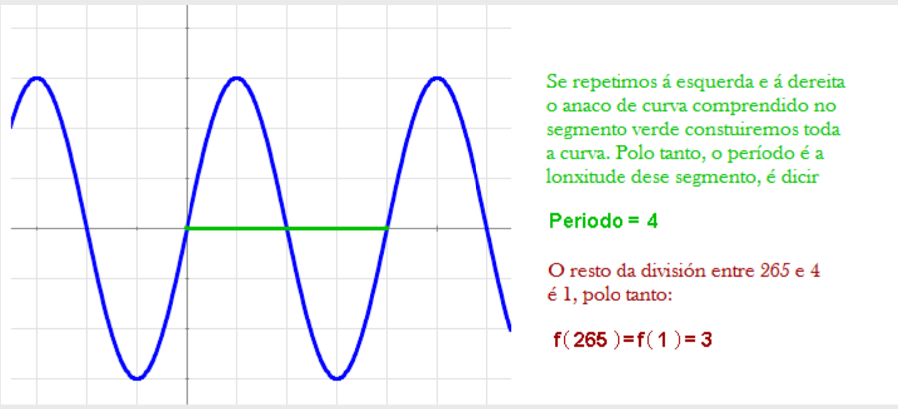
10. A función azul da imaxe está definida no intervalo (-5,5). Determina os seus intervalos de crecemento e de decrecemento.



11. A función azul da imaxe está definida no intervalo (-5,5). Determina os seus máximos e mínimos relativos.

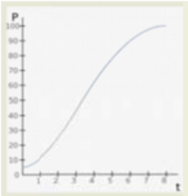


12. A función adxunta é periódica. Calcula o seu período e o valor da función cando x sexa igual a 265.



Para practicar

1. Observando a evolución dun cultivo de bacterias chamamos P ao número de millóns de bacterias e t ao tempo transcorrido en horas. Que representa a gráfica adxunta: P en función de t ou t en función de P?

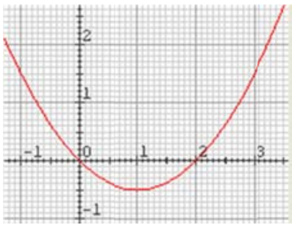


2. Unha empresa fabrica e comercializa un produto. A cantidade producida represéntase por x e o custo de produción con C. Que representa a función h(x)=C, o custo en función da cantidade ou viceversa?

3. Dada a función y = f(x) =2 x -1 completa a táboa de valores adxunta e represéntaa nunha cuadrícula:

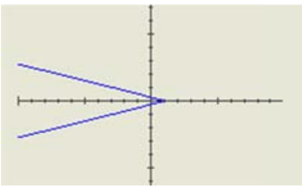
X	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

4. Calcula a imaxe de -0,5 e as posibles antiimaxes de 1,5 pola función cuxa gráfica podes ver abaixo.

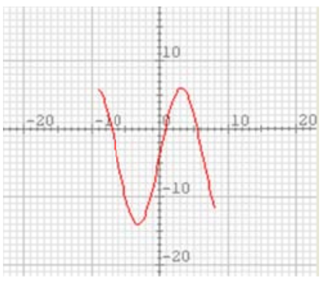


5. Dada a función f(x) =3 x +2 calcula a imaxe de 0,2 e a antiimaxe de 2,2.

6. Determina de forma razoada se a gráfica adxunta corresponde ou non á gráfica dunha función.



7. Determina o dominio e o percorrido da función da gráfica adxunta.



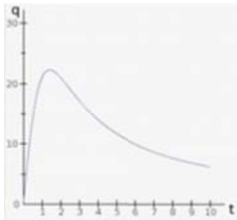
8. A táboa adxunta amosa un extracto de recibo de auga na que se mostra o prezo unitario do metro cúbico de auga en función da auga consumida. Indica de forma razoada se se trata dunha función continua ou descontinua e traza a súa gráfica.

Consumo de auga (m³)	Prezo unitario (€)
De 0 a 15 m³	0
De 15 a 30 m³	0,45
De 30 a 45 m³	0,50
De 45 a 60 m³	0,55
Más de 60 m³	0,60

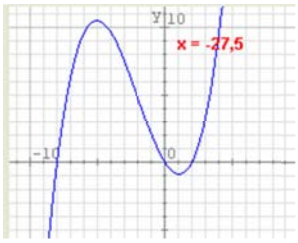
9. A función F = 1,8·C+32 establece a relación entre a temperatura en graos Fahrenheit (F) e a temperatura en graos Celsius (C). Calcula a temperatura en graos Fahrenheit á que se conxela a auga. Logo calcula a que temperatura Celsius equivalen 0º F.

10. Calcula as coordenadas dos puntos de corte cos eixes da función y = x + 4.

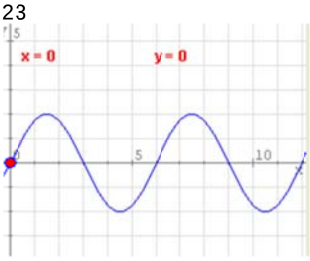
11. A gráfica representa a concentración (q en ml) en sangue dun medicamento inxectado a un paciente en función do tempo (t en horas). Fai un informe que describa a situación en termos de crecemento da función.



12. Determina os máximos e mínimos relativos da función cuxa gráfica se mostra abaixo.



13. Determina o período da función da imaxe e calcula o valor aproximado da devandita función cando x = 23

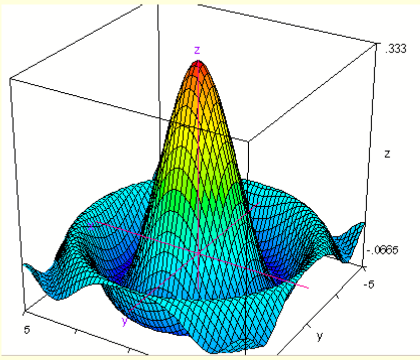


Para saber máis

Funcións de varias variables

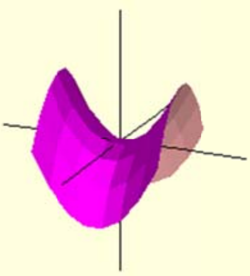
Neste tema traballamos con funcións que relacionaban a dúas magnitudes: unha variable independente e unha variable dependente.

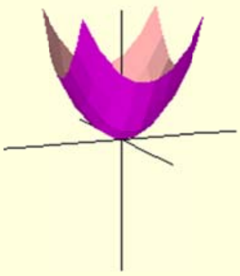
Non obstante, ás veces aparecen máis dunha variable independente e, entón, falamos de funcións de varias variables.



Se temos dúas variables independentes non podemos representar a función nun plano; necesitamos tres eixes perpendiculares: os dous horizontais para as variables independentes e o vertical para a variable dependente. A función vén representada entón por unha superficie en lugar dunha curva.:

$z = x^2 - y^2$ $\qquad$ $z = x^2 + y^2$





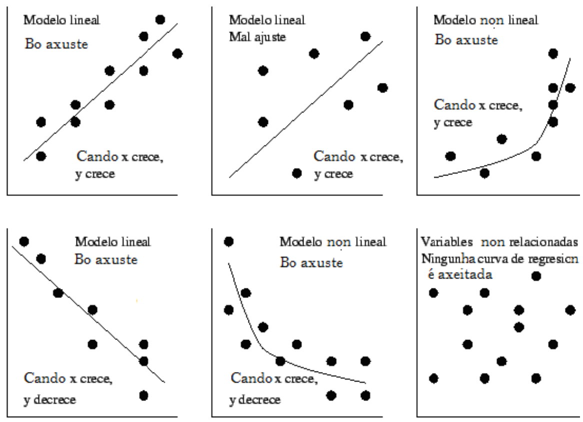
Axuste funcional

Cando un investigador analiza se existe unha relación funcional entre dúas variables, adoita obter un conxunto de datos de forma experimental que representa mediante unha ***nube de puntos***.

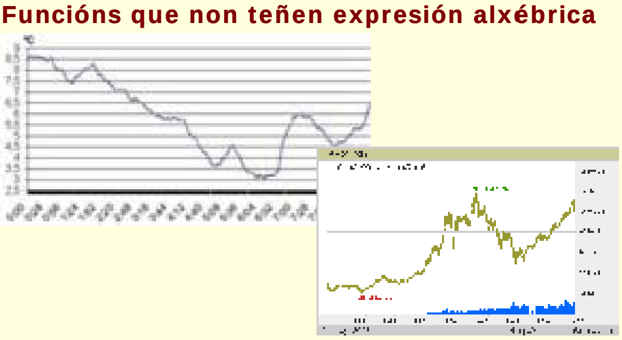
Mediante unha técnica denominada ***interpolación*** pódese obter unha expresión alxébrica a partir das coordenadas deses puntos.

Se a gráfica da función obtida se axusta a eses puntos (aínda que non sexa de forma exacta) acéptase que existe unha relación funcional entre esas variables e se usa a función obtida para facer predicións aproximadas doutros valores que non se obtiveron de forma experimental.

Na imaxe adxunta podes ver algúns destes tipos de axustes.



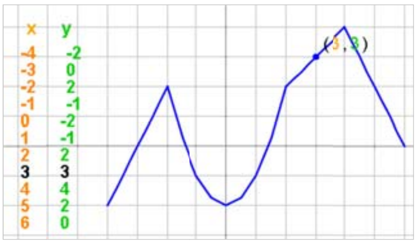
Funcións que non teñen expresión alxébrica



A pesar do dito no apartado anterior existen funcións que non admiten ningún tipo de expresión alxébrica, polo que é imposible predicir resultados futuros ou pasados a partir de calquera gráfica obtida de forma experimental. Algúns exemplos son as temperaturas e os valores de bolsa.

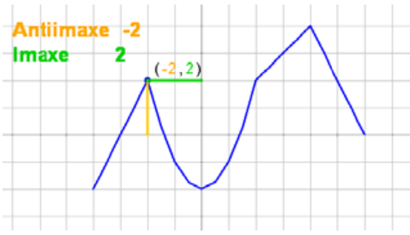
Lembra o máis importante

✓ **Táboa e gráfica**

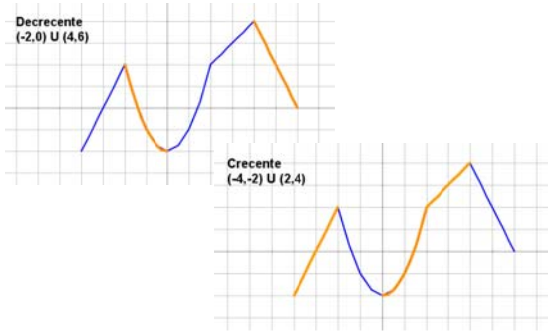


✓ **Cortes cos eixes**

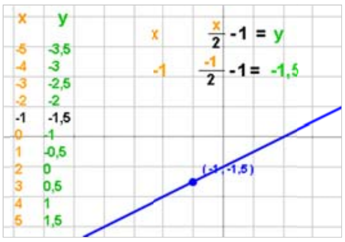
✓ **Imaxe e antiimaxe**



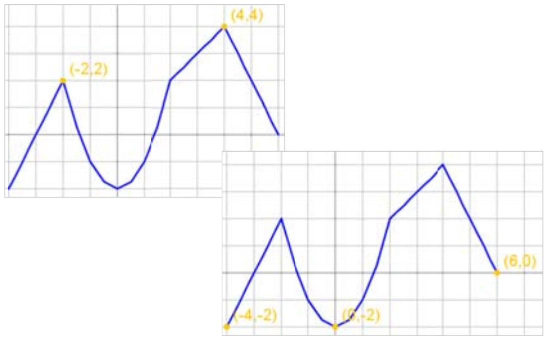
✓ **Crecemento e decrecemento**



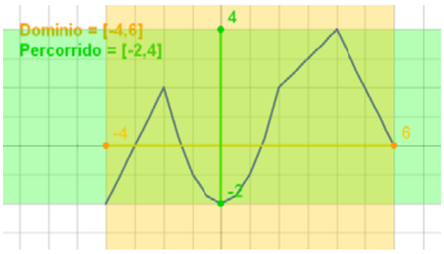
✓ **Expresión alxébrica**



✓ **Máximos e mínimos**



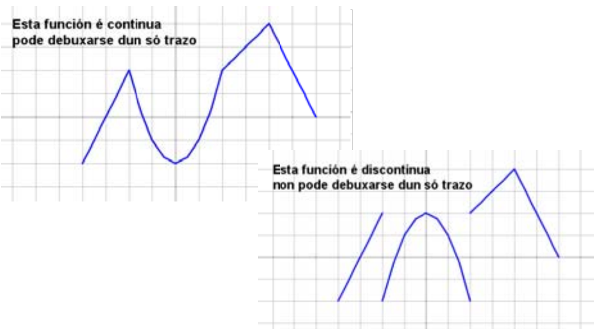
✓ **Dominio e percorrido**



✓ **Relacións funcionais**

Para que una relación sexa funcional cada valor de x debe ter só unha imaxe.

✓ **Continuidade**



✓ **Periodicidade**

Autoavaliación

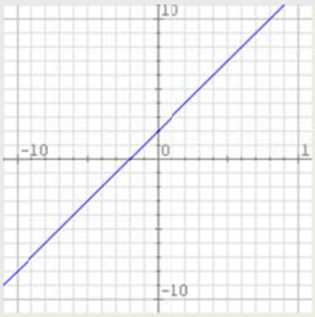
1. Indica cal das seguintes expresións equivale a x=g(y)=4y-2.

   A) g: y → 4y-2 B) g: y → 4x-2

   C) g: x → 4y-2 D) g: x → 4x-2

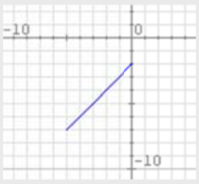
2. Descobre se o punto de coordenadas (-5,-22) pertence á gráfica da función y=4x-2.

3. Calcula a imaxe de 4 e a antiimaxe de -2 pola función do debuxo.

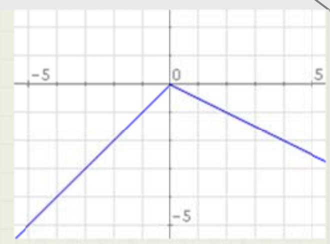


4. Calcula a imaxe de 4 e a antiimaxe de -2 pola función y= x + 2.

5. Determina o dominio e o percorrido da función adxunta.

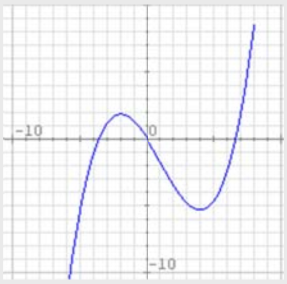


6. É continua a función da imaxe?

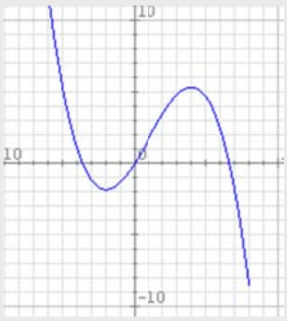


7. Calcula as coordenadas dos puntos de corte da gráfica da función y =4 x -2 cos eixes.

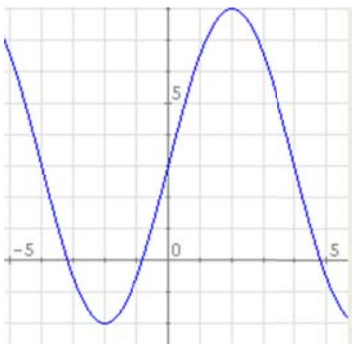
8. Acha o intervalo no que a función adxunta non crece.



9. Acha os valores nos que a función da imaxe alcanza un mínimo e un máximo relativo.



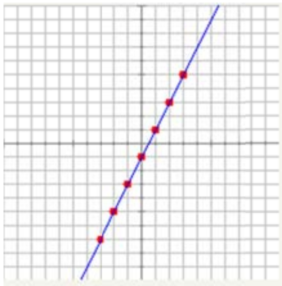
10. Determina o período da función da imaxe.



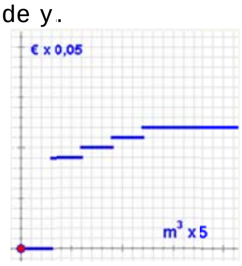
Solucións dos exercicios para practicar

1. P é función de t
2. O custo en función da cantidade
3.

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-7	-5	-3	-1	1	3	5



4. A imaxe de –0,5 é 0,6 e as antiimaxes de 1,5 son –1 e 3
5. A imaxe de 0,2 é 2,6 e a antiimaxe de 2,2 é 0,666
6. Non, porque a algúns valores de x lle corresponden dous valores de y.
7. Dominio de f é [-9,8] Percorrido de f é [-14.6]



8. Descontinua
9. A auga conxélase a 32ºF; 0ºF = -17,8ºC.
10. (0,4) e (-4,0)
11. A concentración aumenta rapidamente na primeira hora e media (función crecente) e a partir de entón empeza a diminuír cada vez máis lentamente (función decrecente)
12. Ten un máximo en x=-5 e un mínimo en x=1.
13. O período é 6 e f(23) vale, aproximadamente, -1,7

Solucións AUTOAVALIACIÓN

1. Resposta A.
2. Si pertence á gráfica.
3. A imaxe de 4 é 6 e a antiimaxe de –2 é –4.
4. As mesmas do exercicio anterior.
5. Dom f = [-5,0] Im f= [-7,-2]
6. Si é continua porque pode debuxarse sen levantar o lapis do papel.
7. (0’5,0) e (0,-2)
8. A función decrece entre –2 e 4.
9. Acada un mínimo en x=-2 e un máximo en x=4.
10. O período é 8