

6**Figuras planas, propiedades métricas****Contidos**

1. Ángulos na circunferencia
Ángulo central e ángulo inscrito
2. Semellanza
Figuras semellantes
Semellanza de triángulos, criterios
3. Triángulos rectángulos
Teorema de Pitágoras
Aplicacións do Teorema de Pitágoras
4. Lugares xeométricos
Definición e exemplos
5. Áreas de figuras planas

Obxectivos

- Recoñecer os ángulos importantes nunha circunferencia e as súas relacións.
- Descubrir cando dous triángulos son semellantes.
- Utilizar o teorema de Pitágoras para resolver algúns problemas.
- Identificar a mediatriz dun segmento e a bisectriz dun ángulo como conxuntos de puntos.
- Calcular a área de recintos limitados por liñas rectas e por liñas curvas.

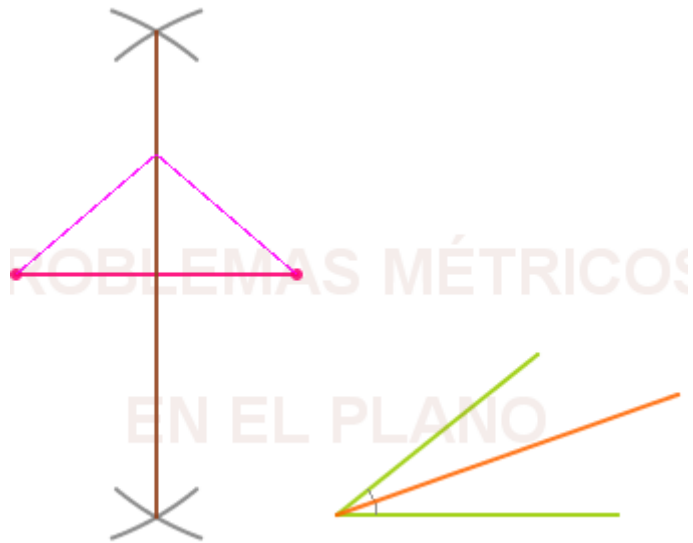
Antes de empezar


Observa na escena que van aparecendo algunhas figuras xeométricas. Neste tema traballaremos con esas figuras e estudaremos as súas propiedades.

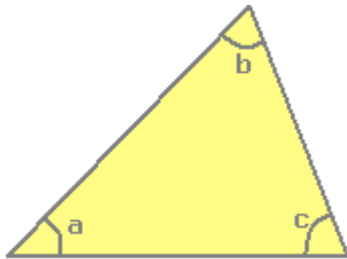

Que figuras recoñeces nesa escena?

Nestas dúas figuras da dereita aparecen dúas construcións que estudarías en cursos anteriores.

Saberías a que corresponde cada unha delas?



Pulsa en  Para LEMBRAR unha propiedade importante dos triángulos.

<p>PROPIEDAD</p> <p>A suma dos ángulos interiores dun triángulo é igual a _____</p>	<p>Completa o debuxo e a demostración</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>
<p>Pulsa  para ver a demostración</p>	

Cando remates pulsa  para ir á páxina seguinte.

1. Ángulos na circunferencia

1.a. Ángulo central e ángulo inscrito

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado.

Na circunferencia da escena da dereita:

Onde ten o seu vértice o ángulo α ?

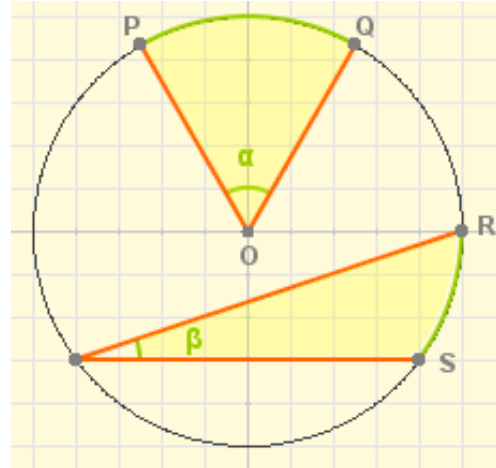
Como se chama ese ángulo?

A que arco corresponde a súa medida? _____

Onde ten o seu vértice o ángulo β ?

Como se chama ese ángulo?

A que arco corresponde a súa medida? _____



Na escena pulsa

Aparece un círculo e nel un **ángulo central** e un **ángulo inscrito** que comparten un mesmo arco de circunferencia RS.

Move o punto R ata un punto calquera.

Que relación hai entre as medidas do ángulo central e do inscrito?

Pulsa novamente

Agora move o punto P e fíxate na medida do ángulo inscrito.

Cambia o valor do ángulo inscrito ao cambiar o vértice de posición? _____

É dicir, **ángulos inscritos que abranguen o mesmo arco de circunferencia son** _____

Pulsa novamente

Agora sitúa o punto R en $x=-5, y=0$

Canto mide agora o ángulo central? _____ e o inscrito? _____

Escribe a propiedade que relaciona as medidas dun ángulo central e dun ángulo inscrito que abranguen un mesmo arco de circunferencia:

Despois... Pulsa en para facer exercicios.

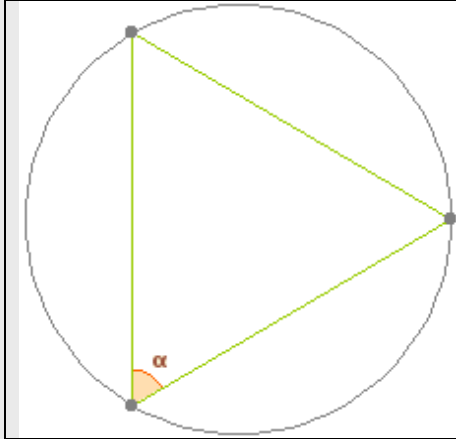
Ábrese unha ventá na que aparecerán 3 escenas con exercicios que debes resolver nos cadros da páxina seguinte.

Pulsa: Comezar

EXERCICIOS

1. Calcula o valor do ángulo ou dos ángulos marcados en cada caso.

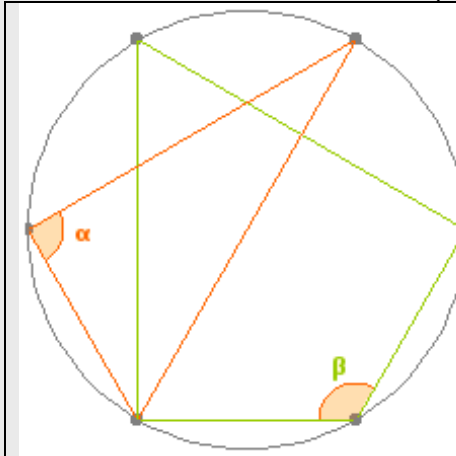
Circunferencia dividida en tres partes iguais



Operacións

Valor de $\alpha =$

Circunferencia dividida en seis partes iguais

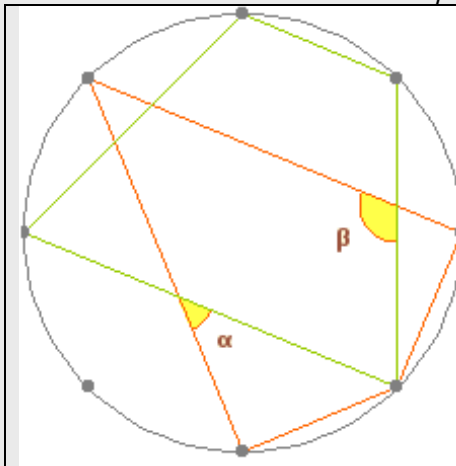


Operacións

Valor de $\alpha =$

Valor de $\beta =$

Circunferencia dividida en oito partes iguais



Operacións

Valor de $\alpha =$

Valor de $\beta =$

Cando remates pulsa  para ir á páxina seguinte.

2. Semellanza

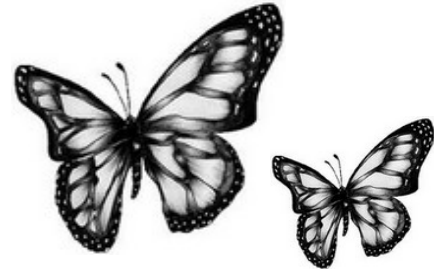
2.a. Figuras semellantes

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado.

Observa á dereita, na escena de pantalla, algunhas parellas de **figuras semellantes**.

Que é o que teñen en común? _____

Que é o que teñen diferente? _____



Completa:

Dúas figuras planas considéranse **semellantes** se existe _____
 _____, chamada _____,
 entre os seus _____ homólogos e ademais os seus _____
 homólogos son _____.

Pulsa a frecha de avanzar na escena da dereita

Nas seguintes escenas verás a explicación do TEOREMA DE THALES. Na primeira aparece o seu enunciado deste teorema.

Se queres deter a escena, pulsa o botón secundario do rato e aparecerá un recadro que na súa parte inferior ten os botóns de retroceso e pausa/avance:

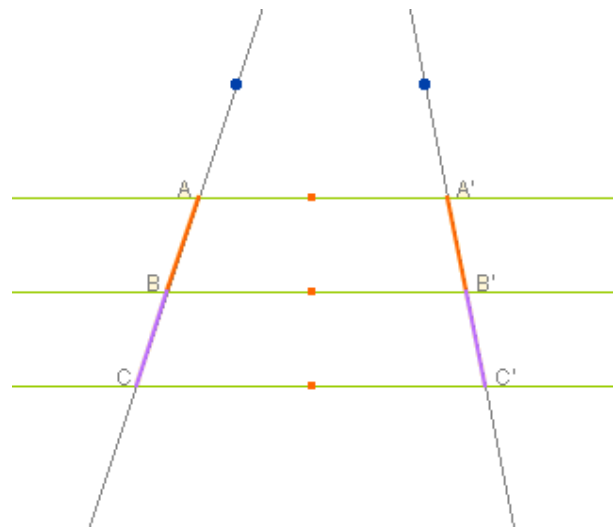
Enunciado do Teorema de Thales

Pulsando Continuar


Irá aparecendo unha figura formada por tres rectas paralelas (que podes mover arrastrando o punto laranxa) e dúas rectas que as cortan (que tamén podes mover utilizando os puntos azuis).

Anota aquí as medidas dos segmentos que se indican e os cocientes entre eses segmentos:

$\overline{AB} =$	$\overline{A'B'} =$	$\overline{AB} =$	$\overline{A'B'} =$
$\overline{BC} =$	$\overline{B'C'} =$	$\overline{AC} =$	$\overline{A'C'} =$
$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} =$	$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} =$	$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} =$	$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'C'}} =$



Que relacións observas?

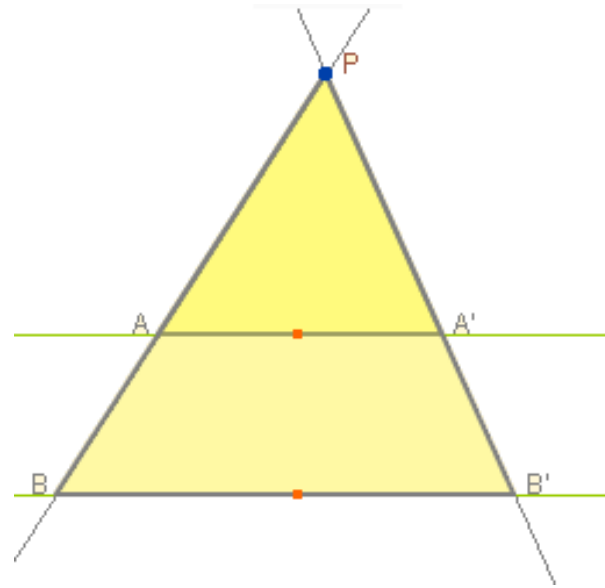
Pulsa Continuar 

Fai o que se indica:

Une os puntos azuis para construír dous triángulos PAB e PA'B'. En que posición se di que están?

Move na escena o punto P e en calquera posición toma nota das seguintes medidas:

$$\begin{array}{l} \overline{PA} = \quad \quad \quad \overline{PB} = \quad \quad \quad \frac{\overline{PA}}{\overline{PB}} = \\ \overline{PA'} = \quad \quad \quad \overline{PB'} = \quad \quad \quad \frac{\overline{PB'}}{\overline{PA'}} = \\ \overline{AA'} = \quad \quad \quad \overline{BB'} = \quad \quad \quad \frac{\overline{BB'}}{\overline{AA'}} = \end{array}$$



Pulsa Continuar 

Aparecen dúas **figuras semellantes**.

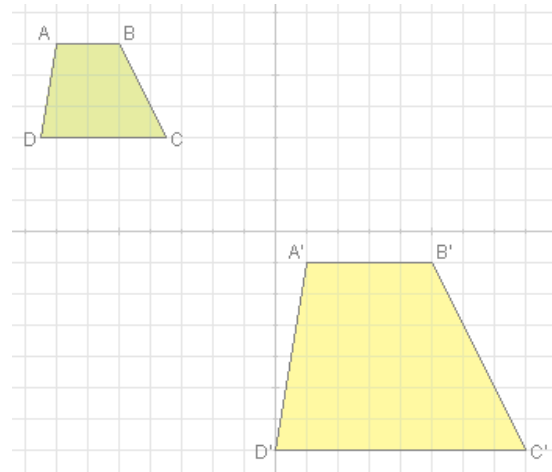
Observa a escena detidamente.


Como son entre si os ángulos homólogos?

A Á' B B' C C' D D'

Os catro pares de lados gardan a mesma

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} \quad \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} \quad \frac{\overline{AD}}{\overline{A'D'}} \quad \frac{\overline{DC}}{\overline{D'C'}}$$

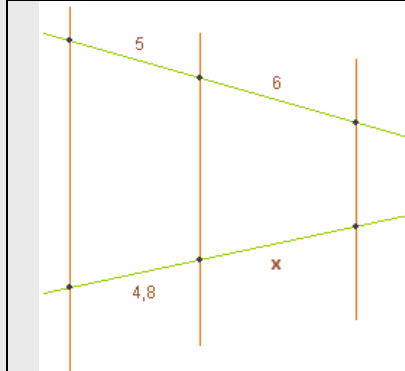


Pulsa en  para facer exercicios. Aparecerán os mesmos dos seguintes recadros:

EXERCICIOS

2. a) Calcula o valor de "x" utilizando o teorema de Tales.

1



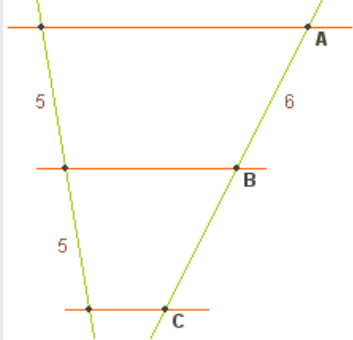
Operacións

Valor de x =

EXERCICIOS

2. b) Calcula a lonxitude do segmento BC.

2

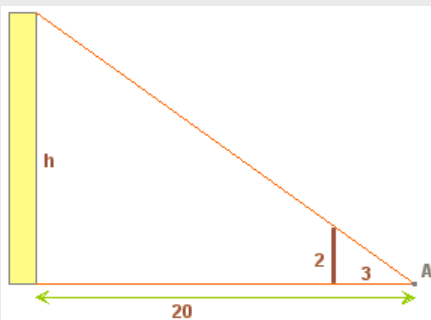


Operacións

Medida de BC =

3. Calcula a altura "h" do edificio.

3

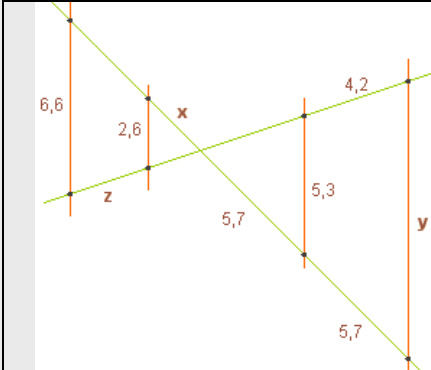


Operacións

Altura: h =

4. Utiliza o teorema de Tales para calcular as medidas de x, y, z:

4

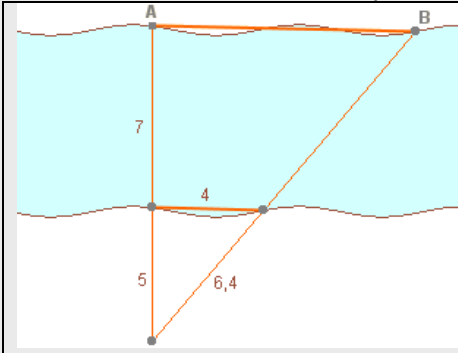


Operacións

Medidas: x = y = z =

5. Calcula a distancia entre os puntos A e B.

5



Operacións

Distancia entre A e B =

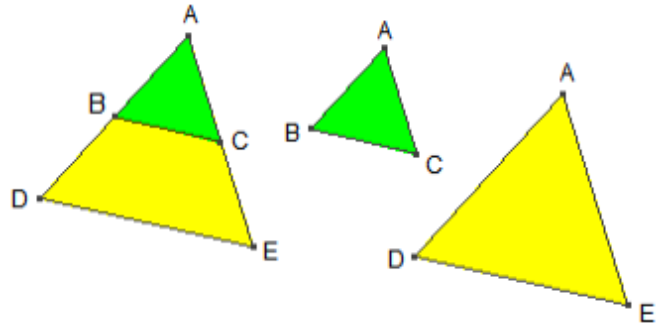
2.b. Triángulos semellantes. Criterios

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado.

Cando se di que dous triángulos son semellantes?

Como son entre si os **lados homólogos**?

Como son entre si os **ángulos**?



Criterios de semellanza de triángulos

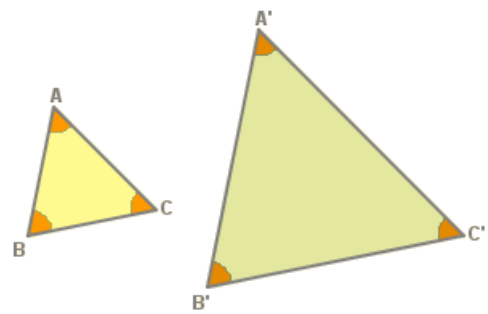
Na escena da dereita podes ver os tres criterios de semellanza de triángulos.

En cada un deles podes ver a demostración pulsando 

Le atentamente cada unha das demostracións e escribe cada un dos criterios nos seguintes recadros:

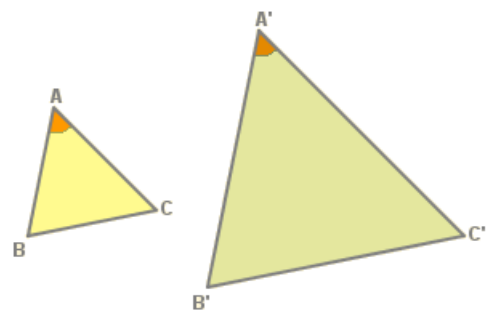
Pulsa **Criterio 1**

Primeiro criterio de semellanza



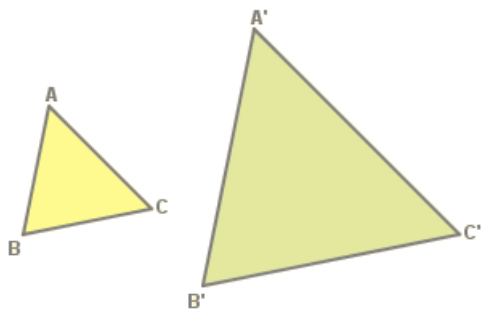
Pulsa **Criterio 2**


Segundo criterio de semellanza



Pulsa **Criterio 3**

Terceiro criterio de semellanza

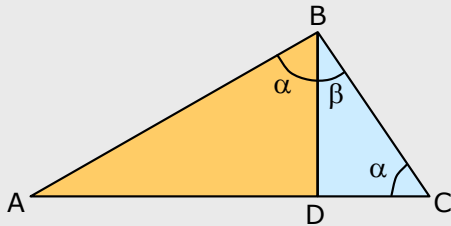


Pulsa en  para facer exercicios. Aparecerán os mesmos do seguinte recadro:

EXERCICIOS

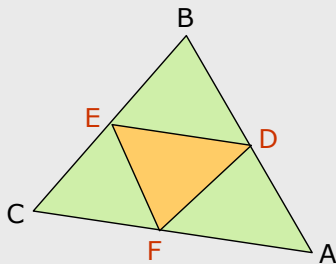
6. Nun triángulo rectángulo ABC ($B=90^\circ$) trázase a altura sobre o lado AC, formándose así os triángulos tamén rectángulos, BDA e BCD, son semellantes tamén estes triángulos? Que criterio aplicas?

1



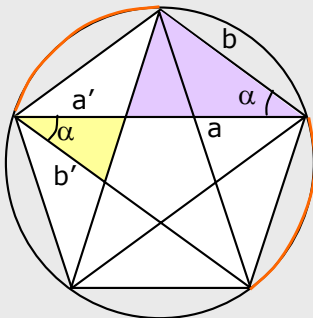
7. Nun triángulo calquera ABC, únense os puntos medios dos lados para formar outro triángulo DEF, son semellantes estes dous triángulos? Que criterio aplicas?

2



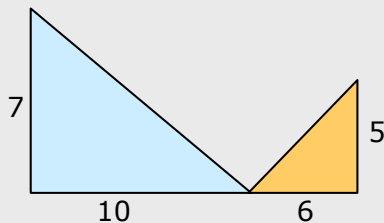
8. A figura era coñecida na antigüidade como "pentagrama pitagórico". Nela pódense ver bastantes parellas de triángulos semellantes. Os de cor amarelo e morado, son semellantes? Que criterio aplicas?

3



9. Os triángulos da figura, son semellantes?

4



Cando remates pulsa  para ir á páxina seguinte.

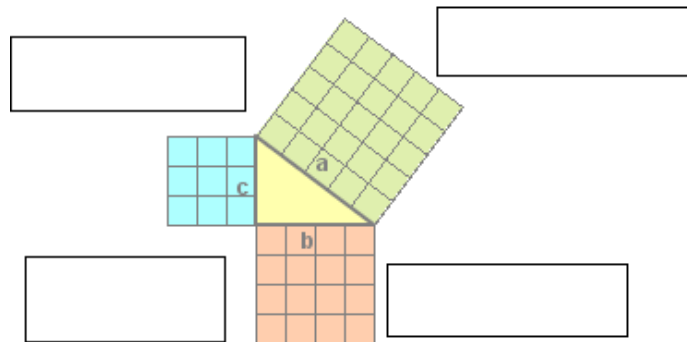
3. Triángulos rectángulos

3.a. O teorema de Pitágoras

Le en pantalla o enunciado do **Teorema de Pitágoras** e escríbeo no seguinte recadro:

Debaixo do enunciado do teorema de Pitágoras podes ver unha explicación xeométrica.

Completa o que falta neste debuxo:



Na escena pulsa Para ver unha demostración do TEOREMA DE PITÁGORAS

Aparece un triángulo rectángulo de hipotenusa **a** e catetos **b** e **c**

Paso 1. Construimos un cadrado de lado o cateto **b** e outro cadrado de lado o cateto **c**:

(Completa o debuxo)→



Pulsa novamente

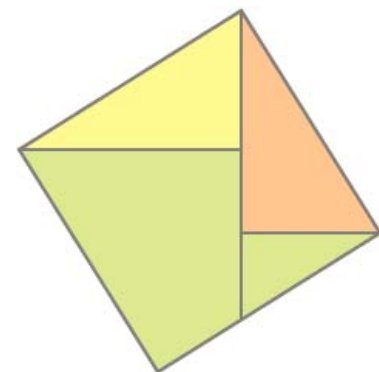
Observa como a partir dos cadrados anteriores podes obter o seguinte cadrado. Completa os datos no debuxo:

Cal é a área do cadrado de lado **b**?

Cal é a área do cadrado de lado **c**?

Cal é a área do cadrado grande que se construíu?

Que relación hai entre esas tres áreas?



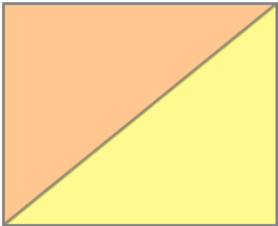
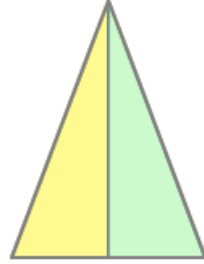
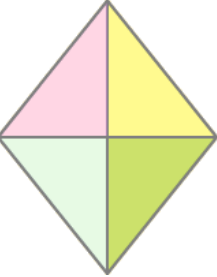

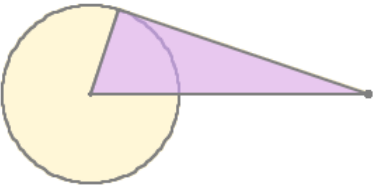
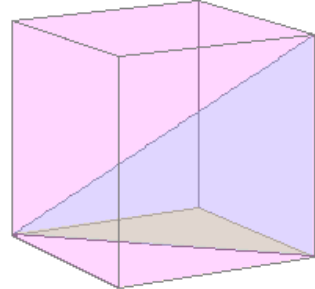
Pulsa Repetir Para ver de novo esta demostración


Para ver outra demostración pulsa en

Cando remates... Pulsa para ir á páxina seguinte.

3.b. Aplicacións do teorema de Pitágoras

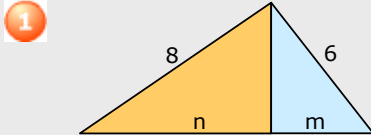
O **teorema de Pitágoras** é de grande utilidade en multitude de problemas nos que se presenta algún triángulo rectángulo. Na escena da dereita verás exemplos de cada un deles.

Pulsa Comezar Para ver o 1º exemplo	Pulsa Continuar para ver o seguinte
<p>DIAGONAL DUN RECTÁNGULO</p> <p>Completa o debuxo Fórmulas</p> 	<p>ALTURA DUN TRIÁNGULO ISÓSCELE</p> <p>Completa o debuxo Fórmulas</p> 
Pulsa Continuar para ver o seguinte	Pulsa Continuar para ver o seguinte
<p>LADO DUN ROMBO</p> <p>Completa o debuxo Fórmulas</p> 	<p>ALTURA DUN TRAPECIO</p> <p>Completa o debuxo Fórmulas</p> 
Pulsa Continuar para ver o seguinte	Pulsa Continuar para ver o seguinte
<p>SEGMENTO DE TANXENTE A UNHA CIRCUNFERENCIA</p> <p>Completa o debuxo Fórmulas</p> 	<p>DIAGONAL DUN CUBO</p> <p>Completa o debuxo Fórmulas</p> 

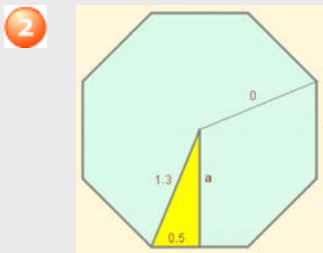
Pulsa en  para facer exercicios. Aparecerán os mesmos do seguinte recadro:

EXERCICIOS

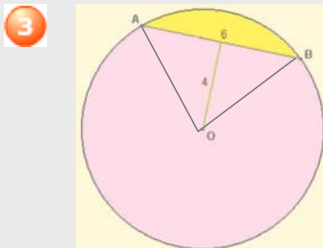
10. No triángulo rectángulo da figura trázase a altura sobre a hipotenusa dando lugar aos triángulos laranxa e azul. Calcula o valor de m e de n .



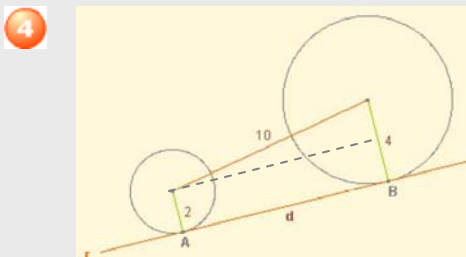
11. Calcula canto mide a apotema dun octógono regular de lado 1 dm e raio 1,3 dm.



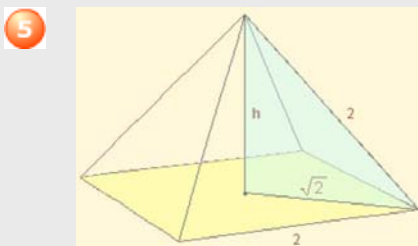
12. Nunha circunferencia sábese a lonxitude dunha corda AB, 6 cm, e a distancia desta ao centro da circunferencia, 4 cm. Canto mide o raio?



13. A recta r é tanxente ás dúas circunferencias nos puntos A e B. Acha a distancia que hai entre ambos os dous puntos de tanxencia.



14. A pirámide da figura é regular, as súas caras son triángulos equiláteros e a súa base un cadrado de lado 2 m. Calcula a súa altura.



4. Lugares xeométricos

4.a. Definición e exemplos


Completa:


Un **lugar xeométrico** no plano é _____, que cumpren todos eles _____.

Na escena da dereita, pulsa

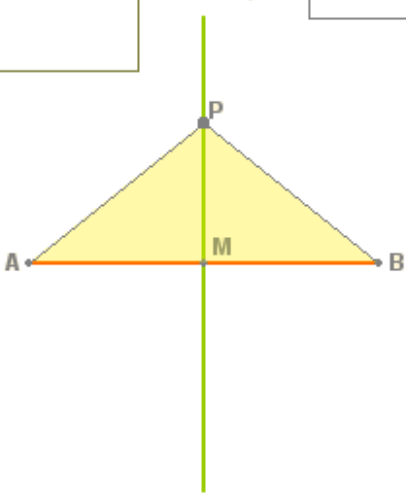
mediatriz dun segmento

Nas seguintes escenas verás a explicación da construción xeométrica con regra e compás da **MEDIATRIZ DUN SEGMENTO**.

Se queres deter a escena, pulsa o botón secundario do rato e aparecerá un recadro que na súa parte inferior ten os botóns de retroceso e pausa/avance: .

PASOS PARA REALIZAR A CONSTRUCIÓN	DEBUXO DA MEDIATRIZ
<p>1. - Trazamos un arco de circunferencia _____</p> <p>_____</p> <p>2. - Con centro en B _____</p> <p>_____</p> <p>A recta que pasa _____</p> <p>_____</p> <p>A MEDIATRIZ do segmento AB é _____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	

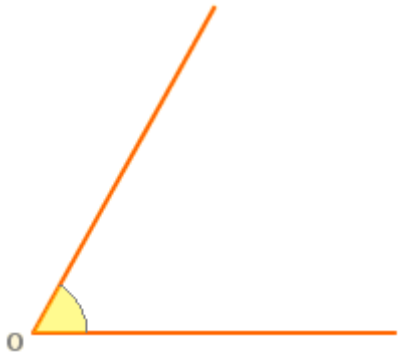
Unha vez debuxada a mediatriz do segmento AB, imos definila como **LUGAR XEOMÉTRICO**. Completa o seguinte gráfico e razoa cál é a propiedade que cumpre calquera punto P que estea situado na mediatriz.

<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid gray; width: 150px; height: 40px; margin-bottom: 10px;"></div> <div style="font-size: 2em; color: #c00000;">→</div> <div style="border: 1px solid gray; width: 100px; height: 30px; margin-bottom: 10px;"></div> </div> 	<p>A MEDIATRIZ do segmento AB é o LUGAR XEOMÉTRICO dos puntos P que: _____</p> <p>_____</p>
--	---

Na escena da dereita, pulsa

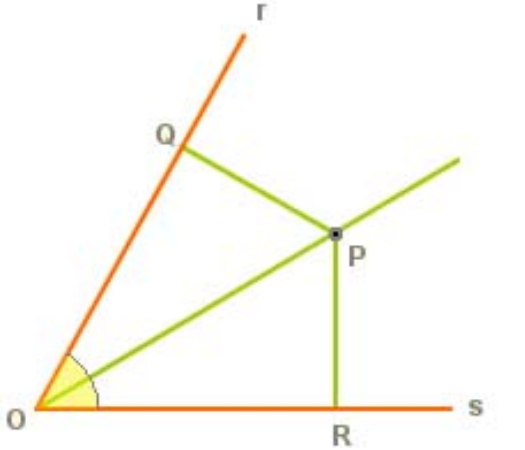
bisectriz dun ángulo


Agora veremos a construción xeométrica con regra e compás da BISECTRIZ DUN ÁNGULO.

PASOS PARA REALIZAR A CONSTRUCCIÓN	DEBUXO DA BISECTRIZ
1. - Con centro en O, trazamos _____ _____ 2. - Este arco corta _____ _____ 3. - Con centros en A e B _____ _____ A recta que pasa _____ _____	
A BISECTRIZ dun ángulo é _____ _____ _____	

Agora imos definir a bisectriz como LUGAR XEOMÉTRICO.

Na escena ves que situando un punto P en calquera lugar da bisectriz, trázanse perpendiculares aos lados do ángulo, r e s, obtendo os puntos Q e R. Fórmanse así dous triángulos rectángulos OQP e ORP.

	<p>Como son entre si os dous triángulos ORP e OQP?</p> <p>_____</p> <p>Como son entre si os segmentos RP e QP?</p> <p>_____</p> <p>CONCLUSIÓN: A BISECTRIZ dun ángulo é o LUGAR XEOMÉTRICO dos puntos do plano que _____ _____.</p>
---	--



Pulsa en  para ver outro exemplo interesante: **ARCO CAPAZ**






Pulsa en [Definición](#)

Completa:

O arco capaz dun ángulo α sobre un segmento AB é _____

Pulsa en [Construcción](#)

Indica un valor para o ángulo utilizando o control numérico  Pulsa Continuar 

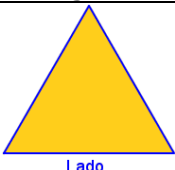
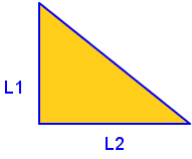
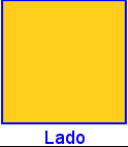
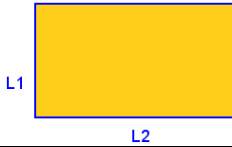
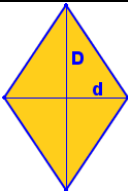
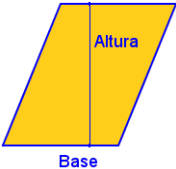
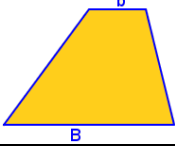
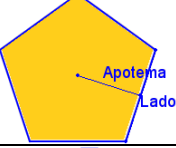
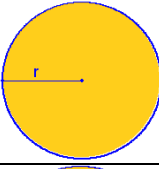
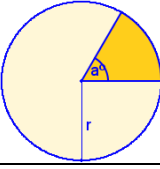
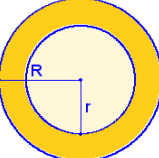
PASOS PARA REALIZAR A CONSTRUCCIÓN	DEBUXO DO ARCO CAPAZ
1. - Empezamos trazando _____ _____ _____ Pulsa Continuar 	
2. - A continuación trazamos _____ _____ _____ E obtemos o punto _____ _____ _____ Pulsa Continuar 	
3. - Observamos que o ángulo inicial α é igual ao ángulo azulado que obtemos, formado por _____ _____ _____ Pulsa Continuar 	
4. - Por fin trazamos _____ _____ _____ _____	
Pulsa Continuar  Observa na escena, movendo o punto P, que quedou debuxado o arco capaz .	

Cando remates pulsa  para ir á páxina seguinte.

5. Aplicacións

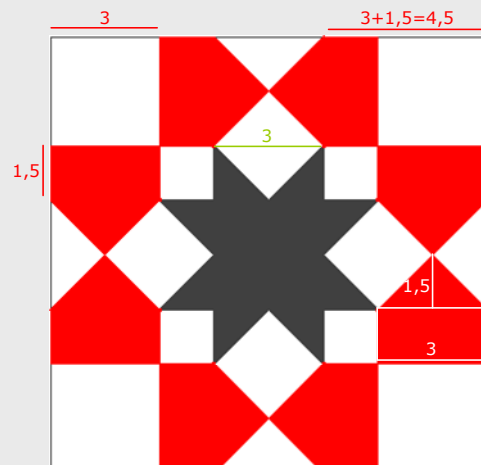
5.a. Áreas de figuras planas

Completa os nomes das figuras xeométricas e as fórmulas para calcular as súas áreas:

Figura	Nome e Área	Figura	Nome e Área
			
			
			
			
			
			

EXERCICIOS

15. A figura da dereita está composta por áreas de cor branca (cadrados e triángulos), vermella (pentágonos) e negra. Calcula a área de cada cor. Toda a figura é un cadrado de 12 m de lado.





Lembra o máis importante - RESUMO

Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras

Semellanza	
<p>Dúas figuras planas son semellantes se _____, chamada _____, entre _____.</p> <p>No caso dos triángulos abonda que se cumpra un dos criterios:→</p>	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px;"> <p>1. _____</p> <p>2. _____</p> <p>3. _____</p> <p>— = — = —</p> </div> </div>

Lugares xeométricos	Un lugar xeométrico no plano é _____.
<p>A mediatriz dun segmento AB é o lugar xeométrico _____.</p>	<p>A bisectriz dun ángulo é o lugar xeométrico _____.</p>
(Completa os debuxos)	

Pulsa para ir á páxina seguinte



Para practicar

Nesta unidade atoparás exercicios de:

- Semellanza, teorema de Pitágoras e lugares xeométricos
- Áreas de figuras planas

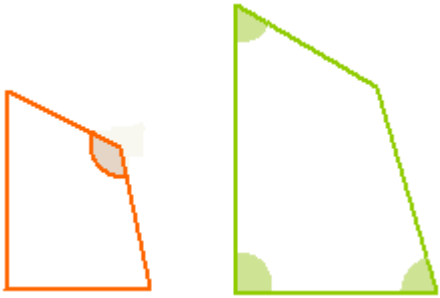
Completa os enunciados e resólveos. Despois comproba se o fixeches ben.

TEOREMA DE THALES

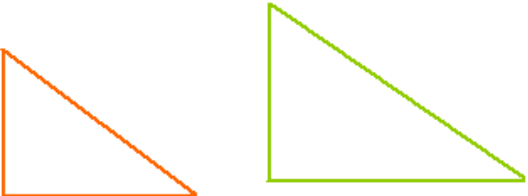
1. As rectas r , s e t son paralelas, determina o valor de x en cada caso:

SEMELLANZA

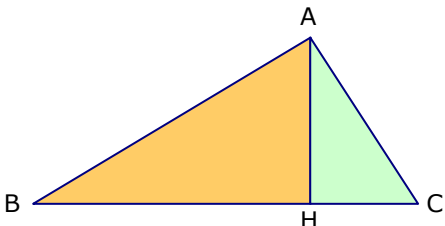
2. Os cuadriláteros da figura son semellantes. Acha a lonxitude do lado x e o ángulo B.

	
---	--

3. Os triángulos da figura son rectángulos e semellantes, calcula os elementos que faltan en cada un.

	
---	--

4. Comproba que nun triángulo rectángulo ABC, os triángulos que determina a altura sobre a hipotenusa e o mesmo ABC son semellantes. Se os catetos miden 8 cm e 5 cm, calcula a altura.

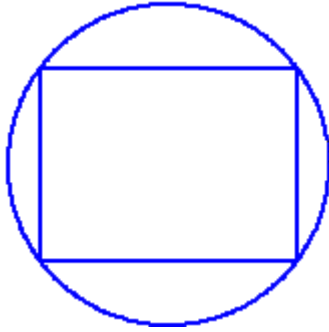
	
---	--

TEOREMA DE PITÁGORAS

5. Os lados dun triángulo miden _____. É rectángulo? En caso afirmativo, canto mide a hipotenusa?

--	--

6. Canto mide o raio da circunferencia da figura?

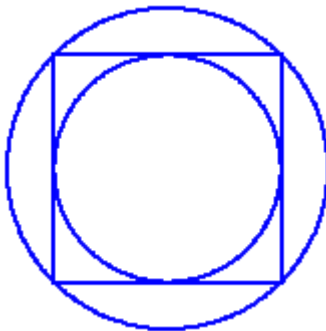


Blank space for the student's answer to question 6.

7. Nun triángulo isóscele os lados iguais miden 12 cm e o lado desigual 8 cm, canto mide a altura?

Blank space for the student's answer to question 7.

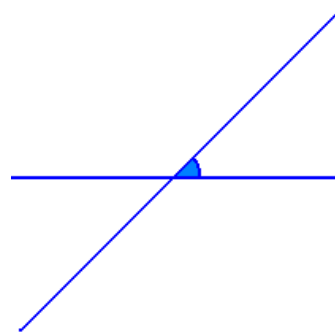
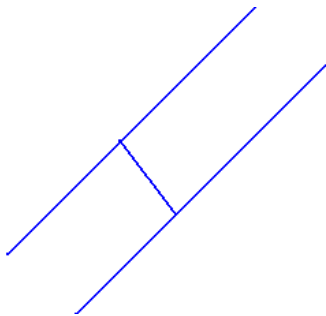
8. O raio da circunferencia maior mide 10 cm, canto mide o raio da menor?



Blank space for the student's answer to question 8.

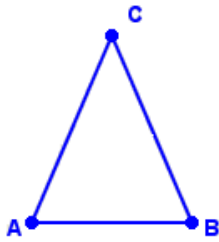
LUGARES XEOMÉTRICOS

9. Determina o lugar xeométrico dos puntos que equidistan das rectas das figuras:

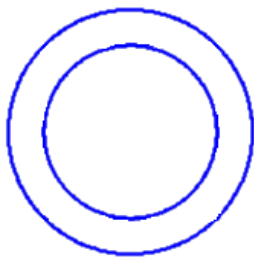


Blank space for the student's answer to question 9.

10. O triángulo da figura é isóscele. Se se despraza o vértice C de forma que o triángulo siga sendo isóscele, que lugar xeométrico determina C?



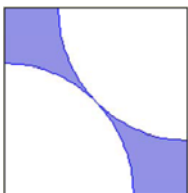
11. Determina o lugar xeométrico dos puntos que equidistan de dúas circunferencias concéntricas, de raios respectivos _____.



ÁREAS DE RECINTOS PLANOS

O mural - Tipo 1

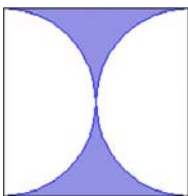
12. Quérese construír un mural de _____ de longo por _____ de alto unindo cadrados de de lado coma o da figura. Que superficie quedará de cor azul?



--	--

O mural - Tipo 2

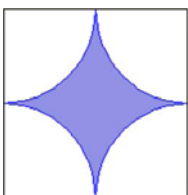
13. Quérese construír un mural de _____ de longo por _____ de alto unindo cadrados de de lado coma o da figura. Que superficie quedará de cor azul?



--	--

O mural - Tipo 3

14. Quérese construír un mural de _____ de longo por _____ de alto unindo cadrados de de lado coma o da figura. Que superficie quedará de cor azul?



--	--

O estadio

15. Un estadio ten a forma e dimensións do debuxo. Que superficie ocupan as pistas?

--	--

A praza

16. Unha praza ten forma rectangular e as dimensións da figura. No centro hai unha fonte circular de _____ de raio, rodeada dun paseo de terra e no resto hai céspede. Que superficie ocupa o céspede?, e o paseo?

--	--

O papaventos - Tipo 1

17. Para construír un papaventos empregouse tea de cor verde e laranxa como na figura. Que cantidade de cada cor?

--	--

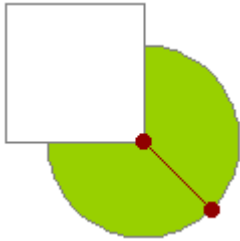
O papaventos - Tipo 2

18. Para construír un papaventos empregouse tea de cor verde e laranxa como na figura. Que cantidade de cada cor?

--	--

A cabra - Tipo 1

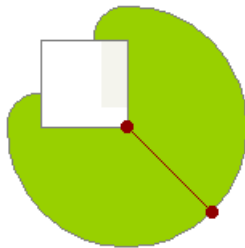
19. Unha cabra está atada na esquina dun curral cadrado de _____ de lado, cunha corda de _____ de longo, cal é a superficie sobre a que pode pastar?



Blank space for the student's answer to problem 19.

A cabra - Tipo 2

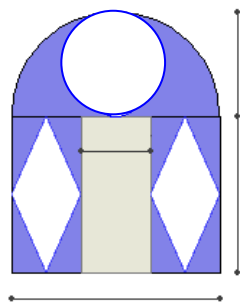
20. Unha cabra está atada na esquina dun curral cadrado de _____ de lado, cunha corda de _____ de longo, cal é a superficie sobre a que pode pastar?



Blank space for the student's answer to problem 20.

A catedral

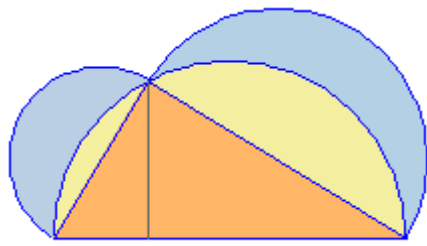
21. A portada dunha catedral románica está decorada con frescos pintados sobre unha zona como a coloreada na figura. Que superficie se pintou?



Blank space for the student's answer to problem 21.

As lúnulas

22. A base do triángulo da figura mide _____ e a altura _____. Calcula a área do recinto de cor azul (formado por dúas figuras parecidas a dúas lúas).



Blank space for the student's answer to problem 22.

Autoavaliación

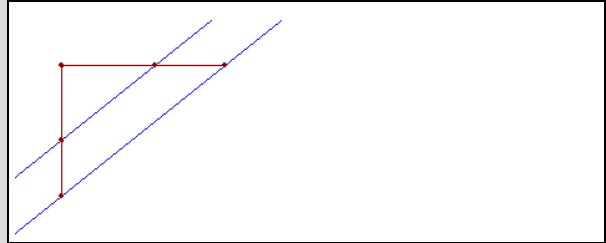


Completa aquí cada un dos enunciados que van aparecendo no ordenador e resólveo, despois introduce o resultado para comprobar se a solución é correcta.

1

Son paralelas as dúas rectas de cor azul da figura?

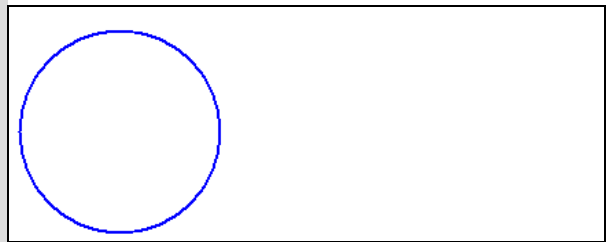
(Utiliza o teorema de Thales para comprobar a resposta)



2

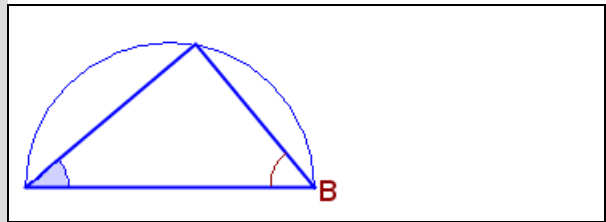
Canto mide o ángulo α da figura?

(Debúxao primeiro no círculo da dereita)



3

Canto mide o ángulo B da figura?



4

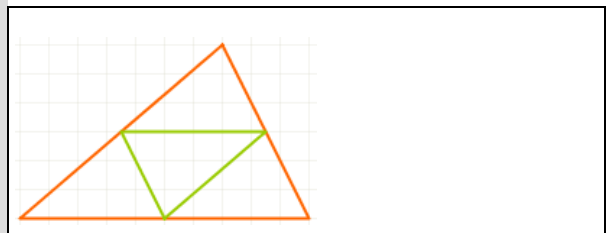
Os lados dun rectángulo miden _____ e os doutro _____.

Son semellantes eses dous rectángulos?



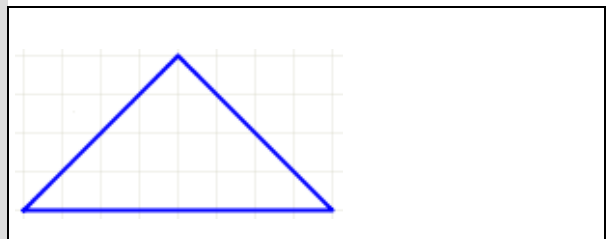
5

Os lados do triángulo verde (o interior) miden _____. Canto mide o lado maior do triángulo laranxa?

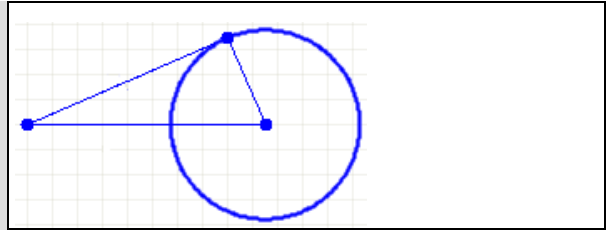


6

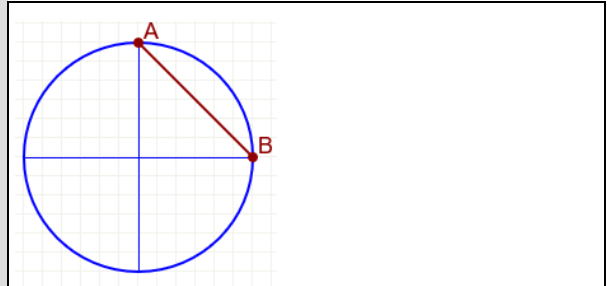
Os lados iguais dun triángulo isóscele e rectángulo miden _____. Canto mide o lado desigual?



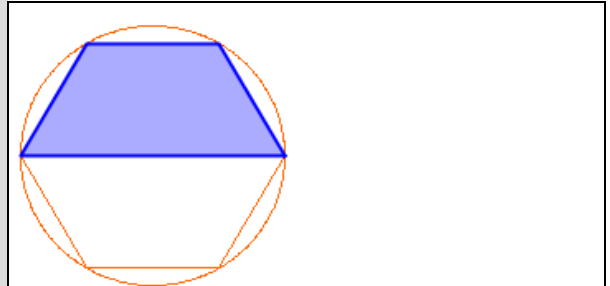
7 Calcula o radio da circunferencia da figura.



8 O radio da circunferencia mide _____ cm. Cal é a lonxitude da corda AB?



9 Calcula a área da figura azul inscrita nunha circunferencia de radio _____.



10 O lado do cadrado da figura mide _____ cm. Calcula a área do recinto de cor azul.

