

Obxectivos

Nesta quincena aprenderás a:

- Identificar as solucións dunha ecuación.
- Recoñecer e obter ecuacións equivalentes.
- Resolver ecuacións de primeiro grao.
- Resolver ecuacións de segundo grao tanto completas como incompletas.
- Utilizar a linguaxe alxébrica e as ecuacións para resolver problemas.

Antes de empezar.

1. Expresións Alxébricas páx. 4
 Identidade e ecuación
 Solución dunha ecuación
2. Ecuacións de primeiro grao..... páx. 6
 Definición
 Método de resolución
 Resolución de problemas
3. Ecuacións de segundo grao páx. 8
 Definición. Tipos
 Resolución de $ax^2+bx=0$
 Resolución de $ax^2+c=0$
 Resolución de $ax^2+bx+c=0$
 Suma e produto das raíces
 Discriminante dunha ecuación
 Ecuación $(x-a) \cdot (x-b)=0$
 Resolución de problemas

Exercicios para practicar

Para saber máis

Resumo

Autoavaliación

Actividades para enviar ao titor

Antes de empezar

Canto che custou esa radio?
Un cuarto, máis un quinto,
máis un sexto, menos 21
euros foi a metade de todo.



Chamamos x á cantidade buscada:

$$\begin{aligned}\frac{x}{4} + \frac{x}{5} + \frac{x}{6} - 21 &= \frac{x}{2} \\ \frac{15x}{60} + \frac{12x}{60} + \frac{10x}{60} - \frac{1260}{60} &= \frac{30x}{60} \\ 7x = 1260 &\rightarrow x = 180\end{aligned}$$

Ecuacións de segundo grao

1. Expresións alxébricas

Identidade e Ecuación.

Unha **igualdade alxébrica** está formada por dúas expresións alxébricas separadas poloel signo igual (=).

- Cando a igualdade é certa para algún valor das letras chámase **ecuación**.
- Se a igualdade é certa para calquera valor das letras chámase **identidade**.

Identidade: $2(x + 1) = 2x + 2$

Observa que se verifica para calquera valor de x:

$$x = 0; 2(0 + 1) = 2 = 2(0) + 2$$

$$x = 1; 2(1 + 1) = 4 = 2(1) + 2$$

$$x = 2; 2(2 + 1) = 6 = 2(2) + 2$$

Ecuación: $x + 1 = 2$

Observa que se verifica só para $x=1$

$$x = 1; 1 + 1 = 2$$

$$x = 2; 2 + 1 = 3 \neq 2$$

$$x = 3; 3 + 1 = 4 \neq 2$$

Solución dunha ecuación

O valor da letra que fai que a igualdade se verifique chámase **solución** da ecuación.

Resolver unha ecuación é encontrar a solución ou solucións.

Unha ecuación chámase **compatible** se ten solución.

Se non ten solución chámase **incompatible**.

Dúas ou máis ecuacións que teñen as mesmas solucións chámanse **equivalentes**.

$x + 5 = 8$ é unha **ecuación compatible** ten por única solución $x=3$

$x + 1 = 4$ é unha **ecuación compatible** ten por única solución $x=3$

As dúas **ecuacións** son **equivalentes**

$x^2 = -1$ é unha **ecuación incompatible**, non ten solución, ningún número elevado ao cadrado pode ser negativo

Para obter unha **ecuación equivalente** a unha dada utilízanse as seguintes regras.

- Se **sumamos ou restamos** aos dous membros dunha ecuación a mesma expresión alxébrica, obtense unha ecuación equivalente á dada.
- Se **multiplicamos ou dividimos** os dous membros dunha ecuación a mesma expresión alxébrica, obtense unha ecuación equivalente á dada.

Ecuacións equivalentes a

$$x + 5 = 8$$

$$x + 7 = 10 \text{ obtense sumando } 2$$

$$x + 5 + 2 = 8 + 2 \rightarrow x + 7 = 10$$

$$2x + 10 = 16 \text{ obtense}$$

multiplicando por 2

$$2(x + 5) = 2 \cdot 8 \rightarrow 2x + 10 = 16$$

EXERCICIOS resoltos

1. Clasifica a seguinte expresión alxébrica: $6(7x - 1) + 3x = 4x + 76$, en identidade ou ecuación.

Sol: É unha ecuación, $6(7x - 1) + 3x = 42x - 6 + 3x = 45x - 6 \neq 4x + 76$

2. Clasifica a seguinte expresión alxébrica: $7(5x - 1) + 5x = 40x - 7$, en identidade ou ecuación.

Sol: É unha identidade, $7(5x - 1) + 5x = 35x - 7 + 5x = 40x - 7$

3. Escribe unha ecuación da forma $ax + b = c$ cuxa solución sexa $x = 4$

Sol: $3x - 5 = 7$

4. Escribe unha ecuación da forma $ax = b$ que sexa equivalente a $5x + 4 = -16$

Sol: Restando 4 aos dous membros da ecuación obtense $5x = -20$

5. Escribe unha ecuación da forma $x + b = c$ que sexa equivalente a $5x + 20 = 15$

Sol: Dividindo por 5 aos dous membros da ecuación obtense $5x + 4 = 3$

6. Razona se $x = 2$ é solución da ecuación: $5x + 3(x - 1) = 13$

Sol: Si é solución $5(2) + 3(2 - 1) = 10 + 3 = 13$

7. Razona se $x = 3$ é solución da ecuación: $7x + 3(x - 2) = 16$

Sol: Non é solución $7(3) + 3(3 - 2) = 21 + 3 = 24 \neq 16$

8. Comproba que $x = -1$, é solución da ecuación $5x + x^2 = -4$

Sol: Si é solución $5(-1) + (-1)^2 = -5 + 1 = -4$

9. Escribe unha ecuación que sexa incompatible

Sol: $(x - 1)^2 = -4$, ningún número elevado ao cadrado é negativo

Ecuacións de segundo grao

2. Ecuacións de primeiro grao

Definición

Unha **ecuación de primeiro grao cunha incógnita** é unha igualdade alxébrica que se pode expresar na forma: $ax=b$, sendo a e b números reais e $a \neq 0$.

O maior expoñente das x debe ser **1**.

Se $a \neq 0$ sempre ten solución e ademais é única, a solución é: $x = -b/a$

Método de resolución

Para resolver unha ecuación de primeiro grao séguense estes pasos.

- Elimínanse os denominadores. Para elo calcúlase o m.c.m dos denominadores e multiplícanse os dous membros da ecuación por el.
- Quítanse os parénteses.
- Xuntamos os termos en x á esquerda do igual e os números á dereita.
- Reducir termos semellantes.

Resolución de problemas

Para resolver un problema mediante unha ecuación, hai que traducir á linguaxe alxébrica as condicións do enunciado e despois resolver a ecuación resultante.

Comeza por ler detidamente o enunciado ata asegurarte de que comprendes ben o que hai que calcular e os datos que che dan.

Unha vez resolta a ecuación dá a solución ao problema.

EXEMPLO 1) A idade dun pai é triplo da do seu fillo, se entre os dous suman 72 anos, que idade ten cada un?

- ✓ Idade do fillo: x anos Idade do pai: $3x$ anos
Entre os dous 72 anos $\rightarrow 3x+x=72$

EXEMPLO 2) Cantos litros de viño de 4€ litro temos que mesturar con viño de 2 € litro, para obter 40 litros de viño cuxo prezo sexa 3 € o litro.

- ✓ Viño de 4€/l: x litros Prezo: $4x$
Viño de 2€/l: $40-x$ litros Prezo: $2(40-x)$
Prezo da mestura $40 \cdot 3 \rightarrow 4x+2(40-x)=3 \cdot 40$

$2x + 9 = 15$ Ecuación de grao 1, pódese escribir como $2x = 6$

A solución é: $x = \frac{6}{2} = 3$

$$\frac{3x}{2} + 2(x - 1) = 5$$

Quitar denominadores:

$$2\left(\frac{3x}{2} + 2(x - 1)\right) = 2 \cdot 5$$

$$3x + 4(x - 1) = 10$$

Quitar parénteses:

$$3x + 4x - 4 = 10$$

$$\text{Xuntar: } 3x + 4x = 10 + 4$$

$$\text{Reducir: } 7x = 14$$

$$\text{Despexar: } x = \frac{14}{7} = 2$$



Ecuación: $3x+x=72$

Resólvese: $4x=72 \quad x=72/4=18$

O fillo ten 18 e o pai 54 anos

Ecuación: $4x+2(40-x)=3 \cdot 40$

Resólvese: $4x+80-2x=120$

$$2x=40 \quad x=40/2=20$$

Hai que mesturar 20 litros de viño de cada prezo.

EXERCICIOS resoltos

10. Resolve as seguintes ecuacións:

$$\text{a) } \frac{-7x+5}{7} + \frac{9x-7}{8} = -1 \quad \text{Sol: } 56 \frac{-7x+5}{7} + 56 \frac{9x-7}{8} = 56(-1) \rightarrow 8(-7x+5) + 7(9x-7) = -56$$

$$-56x + 40 + 63x - 49 = -56 \rightarrow 7x = -47 \rightarrow x = \frac{-47}{7}$$

$$\text{b) } \frac{2x-(x+1)}{4} = \frac{5x+2}{6} \quad \text{Sol: } 12 \frac{x-1}{4} = 12 \frac{5x+2}{6} \rightarrow 3(x-1) = 2(5x+2)$$

$$3x-3 = 10x+4 \rightarrow -7x = 7 \rightarrow x = \frac{7}{-7} = -1$$

$$\text{c) } \frac{3x-7(x+1)}{6} = \frac{2x-1}{3} - 2 \quad \text{Sol: } 6 \frac{3x-7(x+1)}{6} = 6 \frac{2x-1}{3} - 6 \cdot 2 \rightarrow 3x-7(x+1) = 2(2x-1) - 12$$

$$3x-7x-7 = 4x-2-12 \rightarrow -8x = -7 \rightarrow x = \frac{7}{8}$$

$$\text{d) } \frac{2x-5}{3} - \frac{-2x+8}{7} = x \quad \text{Sol: } 21 \frac{2x-5}{3} - 21 \frac{-2x+8}{7} = 21x \rightarrow 7(2x-5) - 3(-2x+8) = 21x$$

$$14x-35+6x-24 = 21x \rightarrow -x = 59 \rightarrow x = -59$$

$$\text{e) } \frac{6x-(x-8)}{6} = \frac{-2x-17}{3} + x \quad \text{Sol: } 6 \frac{6x-(x-8)}{6} = 6 \frac{-2x-17}{3} + 6x \rightarrow 6x-(x-8) = 2(-2x-17) + 6x$$

$$5x+8 = -4x-34+6x \rightarrow 3x = -42 \rightarrow x = -14$$

11. A idade dun pai é o triplo ca do seu fillo, se entre os dous suman 56 anos. Cal é a idade de cada un?

Idade do fillo : x

Sol: Idade do pai : 3x $x + 3x = 56 \rightarrow 4x = 56 \rightarrow x = \frac{56}{4} = 14$

A idade do fillo é 14 anos e a do pai é 42 anos

12. Cantos litros de viño de 5€ o litro deben mesturarse con viño de 3€ o litro para obter 50 litros de viño cuxo prezo sexa de 4€ o litro?

Sol:	litros	prezo (€)
Viño de 5 € o litro	x	5x
Viño de 3 € o litro	50-x	3(50-x)
Viño de 4 € o litro	50	4·50=200

$$5x+3(50-x)=200 \rightarrow 2x=50 \rightarrow x=25$$

Temos que mesturar 25 litros de 5€ con 25 litros de 3€ o litro.

Ecuacións de segundo grao

3. Ecuacións de segundo grao

Definición. Tipos

Unha **ecuación de segundo grao cunha incógnita** é unha igualdade alxébrica que se pode expresar na forma: $ax^2 + bx + c = 0$, sendo **a**, **b** e **c** números reais e **a** ≠ 0.

- Os **coeficientes** da ecuación son a e b. O **termo independente** é c.
- Se b ≠ 0 e c ≠ 0, dise que a ecuación é **completa**.
- Se b = 0 ou c = 0 a ecuación é **incompleta**.

Resolución de $ax^2 + bx = 0$

A ecuación de segundo grao **incompleta** do tipo $ax^2 + bx = 0$ ten dúas solucións: $x_1 = 0$ e $x_2 = -b/a$

Resólvese sacando factor común x e igualando os dous factores a cero.

Resolución de $ax^2 + c = 0$

A ecuación de segundo grao **incompleta** do tipo $ax^2 + c = 0$, pode non ter solución ou ter dúas solucións distintas da forma $x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$

Resolución de $ax^2 + bx + c = 0$

A ecuación de segundo grao **completa** é unha igualdade alxébrica que se pode expresar da forma $ax^2 + bx + c = 0$, sendo a, b e c números reais e **a** ≠ 0

Para obter as solucións utilizamos a fórmula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Suma e Produto das raíces

Se x_1 e x_2 son as raíces dunha ecuación de segundo grao $ax^2 + bx + c = 0$, estas cumpren as seguintes propiedades :

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \quad ; \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Ecuación de segundo grao **completa**: $3x^2 + 4x + 2 = 0$

$$a=3 \ ; \ b=4 \ ; \ c=2$$

Ecuación de segundo grao **incompleta**: $3x^2 + 2 = 0$

$$a=3 \ ; \ b=0 \ ; \ c=2$$

$$3x^2 + 9x = 0$$

$$x(3x + 9) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x + 9 = 0 \rightarrow x = -3 \end{cases}$$

$$3x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 3 \rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

As raíces son $x=3$ e $x=2$

$$x_1 + x_2 = 2 + 3 = 5 = \frac{-(-5)}{1}$$
$$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot 3 = 6 = \frac{6}{1}$$

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49 > 0$
Ten dúas raíces reais distintas

$$3x^2 + 5x + 6 = 0$$

$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot 6 = -37 < 0$
Non ten raíces reais

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

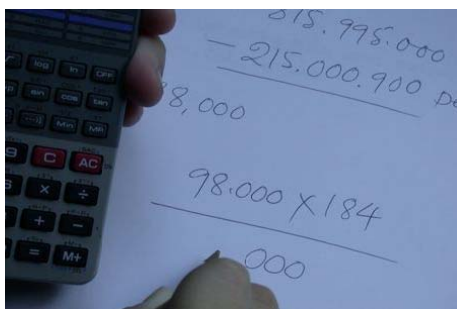
$\Delta = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0$
Ten dúas raíces reais iguais

$$(x + 7) \cdot (x - 9) = 0$$

Para que un produto sexa igual a cero basta con que un dos factores sexa cero.

$$x + 7 = 0 \rightarrow x = -7$$

$$x - 9 = 0 \rightarrow x = 9$$



- Comprender o enunciado
- Identificar a incógnita
- Traducir a linguaxe alxébrica
- Presentar a ecuación
- Resolver
- Comprobar as solucións

Discriminante

Chámase discriminante dunha ecuación de segundo grao $ax^2 + bx + c = 0$, á expresión:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Se $\Delta > 0$ hai dúas raíces reais distintas
- Se $\Delta = 0$ hai dúas raíces reais iguais
- Se $\Delta < 0$ non hai raíces reais

Ecuación $(x-a) \cdot (x-b) = 0$

Para que un produto de varios factores sexa cero, polo menos un dos factores debe ser cero.

Para resolver as ecuacións nas que un produto sexa igual a cero, $(x-a)(x-b) = 0$, igualase a cero cada un dos factores e resólvense as ecuacións resultantes.

$$x - a = 0 ; x = a$$

$$x - b = 0 ; x = b$$

Resolución de Problemas

As ecuacións de primeiro e segundo grao aparecen en multitude de ocasións na resolución de distintos problemas da vida cotiá.

A suma dos cadrados de dous números naturais consecutivos é 313. Cales son os números?

Chamamos x ao menor dos números.

Chamamos $x+1$ ao consecutivo

A ecuación é: $x^2 + (x+1)^2 = 313$

Resolvemos:

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 313$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 313$$

$$2x^2 + 2x - 312 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 2496}}{2 \cdot 2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2500}}{4} = \frac{-2 \pm 50}{4} = \left\{ \begin{array}{l} 12 \\ -13 \end{array} \right.$$

A solución é o número 12 e o 13 (-13 non vale por non ser natural).

Ecuaciones de segundo grado

EXERCICIOS resoltos

13. Resolve as seguintes ecuacións de segundo grado incompletas:

a) $x^2 - 6x = 0$ Sol: $x(x - 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 6 = 0 \rightarrow x = 6 \end{cases}$

b) $x^2 + 27x = 0$ Sol: $x(x + 27) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 27 = 0 \rightarrow x = -27 \end{cases}$

c) $3x^2 + 5x = 0$ Sol: $x(3x + 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x + 5 = 0 \rightarrow x = -\frac{5}{3} \end{cases}$

14. Resolve as seguintes ecuacións de segundo grado incompletas:

a) $x^2 - 36 = 0$ Sol: $x^2 = 36 \rightarrow x = \pm\sqrt{36} \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -6 \end{cases}$

b) $4x^2 - 9 = 0$ Sol: $x^2 = \frac{9}{4} \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{9}{4}} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$

c) $x^2 + 9 = 0$ Sol: $x^2 = -9 \rightarrow$ Non hai solución

15. Resolve as seguintes ecuacións de segundo grado completas:

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$ Sol: $x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} = \begin{cases} 5 \\ 2 \end{cases}$

b) $3x^2 + 17x + 20 = 0$ Sol: $x = \frac{-17 \pm \sqrt{289 - 240}}{6} = \frac{-17 \pm \sqrt{49}}{6} = \frac{-17 \pm 7}{6} = \begin{cases} -\frac{5}{3} \\ -4 \end{cases}$

c) $3x^2 + 5x + 4 = 0$ Sol: $x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 48}}{6} = \frac{-5 \pm \sqrt{-23}}{6} \rightarrow$ Non hai solución

16. Escribe unha ecuación de segundo grado que teña por raíces $x = -1$, $x = 4$:

Sol: $\left. \begin{array}{l} S = -1 + 4 = 3 \\ P = -1 \cdot 4 = -4 \end{array} \right\} \rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$

17. Resolve as seguintes ecuacións:

a) $(x - 2)(x + 3) = 0$ Sol: $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$; $x + 3 = 0 \rightarrow x = -3$

b) $(3x - 1)(x - 5) = 0$ Sol: $3x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{3}$; $x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$



Para practicar

- Determina se as seguintes igualdades alxébricas son identidades ou son ecuacións:
 - $6(x - 1) - 3x = 4x + 6$
 - $3(x - 1) - 5 = 3x - 8$
 - $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$
 - $x - (2x - 5) = 3x - 8$
- Indica o grao das seguintes ecuacións:
 - $x^2 - 1 = x + 2$
 - $x^2 - 1 = x^2 + x + 2$
 - $x^3 - 1 = x^3 + x^2 + 2$
 - $x - 1 = 3x + 2$
- Indica se $x=4$ é solución das seguintes ecuacións:
 - $3(x - 1) - 5 = 3x - 8$
 - $(x - 1)^2 - 5 = x$
 - $2(x + 3) - 5x = x + 2$
 - $x^3 - 60 = x$
- Escribe unha ecuación de primeiro grao cuxa solución sexa:
 - $x=2$
 - $x=3$
 - $x=1$
- Resolve as seguintes ecuacións de primeiro grao:
 - $10 - x = 3$
 - $2x - 5 = 15$
 - $-9 + 4x = x$
 - $3x - 10 = 50 + x$
- Calcula o valor de x :
 - $3(x - 1) + 2x = x + 1$
 - $2 - 2(x - 3) = 3(x - 3) - 8$
 - $2(x + 3) + 3(x + 1) = 24$
 - $\frac{3x}{2} + 2(x - 1) = 12$
- Obtén a solución das seguintes ecuacións:
 - $\frac{x - 1}{2} - \frac{x + 3}{3} = 1$
 - $\frac{x - 3}{2} - 3(x + 2) = -20$
 - $\frac{2 - 2(x - 3)}{2} - \frac{x + 4}{4} = 3$
 - $\frac{4(x + 1)}{2} + x - \frac{x + 3}{3} = 5 + 3(x - 2)$
- Encontra dous números consecutivos que sumen 71.
- Encontra un número tal que sumado co seu triplo sexa igual a 100.
- Que idade teño agora se dentro de 12 anos terei o triplo da idade que tiña hai 8 años?
- Xoán ten 12 anos menos que María, dentro de 4 años María terá o triplo da idade de Xoán, cantos anos ten agora?
- A unha festa asisten 43 persoas. Se se marchasen 3 mozos, habería o triplo de mozas que de mozos. Cantos mozos e mozas hai?

Ecuacións de segundo grao

13. Resolve

- a) $x^2 - 5x = 0$
- b) $x^2 + 3x = 0$
- c) $x^2 - 9 = 0$
- d) $x^2 + 5 = 0$

14. Resolve

- a) $x^2 - 5x + 6 = 0$
- b) $x^2 - 3x - 4 = 0$
- c) $x^2 + 3x - 10 = 0$
- d) $x^2 - 6x + 9 = 0$

15. Resolve

- a) $(x + 2)(x - 3) = 0$
- b) $(3x + 1)(x + 5) = 0$
- c) $x(x + 9) = 0$
- d) $(2x + 8)(3x - 9) = 0$

16. Escribe unha ecuación de segundo grao que teña por raíces:

- a) $x=3$ y $x=-5$
- b) $x=2$ y $x=4$
- c) $x=-1$ y $x=-9$
- d) $x=0$ y $x=-5$

17. Resolve

- a) $(x + 2)(x - 3) = 6$
- b) $(x + 1)(x - 5) = 16$

18. Calcula o valor de m sabendo que $x=3$ é solución da ecuación de segundo grao $x^2 - mx + 27 = 0$

19. A suma dun número natural e o seu cadrado é 42. De que número se trata?

20. A diagonal dun rectángulo mide 10 cm. Acha as súas dimensións se un lado mide 2 cm menos có outro.

21. Encontra dous números positivos que se diferencien en 7 unidades sabendo que o seu produto é 44.

22. Encontra dous números cuxa suma sexa 10 e o seu produto 24.

23. Un campo de fútbol mide 30 m máis de longo que de largo e a súa área é de 7000 m², acha as súas dimensións.

24. Temos un arame de 17 cm. Como temos que dobralo para que forme un ángulo recto de modo que os seus extremos queden a 13 cm?

25. Acha o valor dos coeficientes a, b e c na ecuación de segundo grao $7x^2 + bx + c = 0$ para que as súas solucións sexan 3 e -2.

26. A diagonal dun rectángulo ten 10 cm. Calcula as súas dimensións se o lado pequeno mide $\frac{3}{4}$ do lado grande.

27. Reparte o número 20 en dúas partes de forma que a suma dos seus cadrados sexa 202.

28. Encontra dous números positivos sabendo que se diferencian en 7 unidades e o seu produto é 60.

29. Un triángulo rectángulo ten de perímetro 24 metros, e a lonxitude dun cateto é igual a $\frac{3}{4}$ do outro. Acha os seus lados.

30. Encontra dos números sabendo que suman 18 unidades e o seu produto é 77.

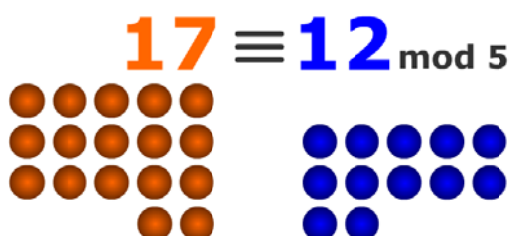
Para saber máis



Congruencias lineais

Dise que **a** é **congruente** con **b** módulo **m** se **a** e **b** **dan o mesmo resto ao dividir por m**.

Escríbese: $a \equiv b \pmod{m}$



$$17 \equiv 12 \pmod{5}$$

Observa que ao dividir 17 entre 5 dá resto 2 e ao dividir 12 entre 5 dá resto 2.

$$17 \equiv 11 \pmod{2}$$

$$12 \equiv 6 \pmod{3}$$

Unha ecuación lineal de congruencias é unha ecuación da forma:

$$ax + b \equiv 0 \pmod{m}$$

Se **p** é unha solución da ecuación tamén o son **p+m, p+2m, p+3m, ...**

- ✓ Se $M = \text{m.c.d.}(a, m) = 1$ hai unha solución
- ✓ Se $M = \text{m.c.d.}(a, m) \neq 1$ e M é divisor de b hai M solucións
- ✓ Se $M = \text{m.c.d.}(a, m) \neq 1$ e M non é divisor de b non hai solución

Resolver: $2x - 4 \equiv 0 \pmod{3}$

$\text{mcd}(2, 3) = 1$ hai unha solución que é $x = 2$, tamén o son $2 + 3k$

Resolver: $2x - 12 \equiv 0 \pmod{4}$

$\text{mcd}(2, 4) = 2$ e 2 divisor de 4 hai dúas solucións que son

$x = 0$, tamén o son $0 + 4k$
 $x = 2$, tamén o son $2 + 4k$

Resolver: $2x - 1 \equiv 0 \pmod{4}$

$\text{mcd}(2, 4) = 2$ e 2 non é divisor de 4 non hai solución.

Observa que $2x - 1$ é impar, e ningún impar é múltiplo de 4

Ecuacións de segundo grao



Lembra o máis importante

Identidade

Igualdade entre dúas expresións alxébricas que se verifica para calquera valor das letras

Ecuación

Igualdade entre dúas expresións alxébricas que se verifica para algún valor das letras

Ecuación de primeiro grao

Son ecuacións que se poden expresar na forma $ax=b$ con $a \neq 0$.

Teñen unha soa solución que é $x=a/b$

Solución dunha ecuación

É o valor da incógnita que fai certa a igualdade.

Ecuación Incompatible

É a ecuación que non ten solución.

Ecuación Compatible

É a ecuación que ten solución.

Ecuacións equivalentes

Dúas ecuacións son equivalentes se teñen as mesmas solucións.

Ecuación de segundo grao

Completas: $ax^2+bx+c=0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- Se $b^2-4ac>0$ ten 2 solucións
- Se $b^2-4ac=0$ ten 1 solución dobre
- Se $b^2-4ac<0$ non ten solución

Incompletas: Se $b=0$ ou $c=0$

- $ax^2+c=0 \rightarrow x = \sqrt{\frac{-c}{a}}$
 - $-c/a>0$, dúas solucións
 - $-c/a<0$, non hai solución
 - $c=0$, unha solución dobre, $x=0$

- $ax^2+bx=0$
Solucións: $x=0$, $x=-b/a$

Propiedades das raíces da ecuación de segundo grao

A **suma** das solucións da ecuación de segundo grao é

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

O **produto** das solucións da ecuación de segundo grao é

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Ecuación Canónica

Se S é a suma das raíces e P o produto a ecuación de segundo grao pódese escribir na forma:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

Autoavaliación



1. Escribe unha ecuación da forma $ax+b=c$ cuxa solución sexa $x=8$.
2. Resolve a ecuación: $x - \frac{x-16}{6} = 2(x+6)$
3. Encontra un número sabendo que se lle sumo seis veces o consecutivo o resultado é igual a 755.
4. Resolve a ecuación: $\frac{x+4}{2} + \frac{x+7}{3} = 1$
5. Resolve a ecuación: $-4x^2 - 7x = 0$
6. Resolve a ecuación: $-2x^2 + 8 = 0$
7. Resolve a ecuación: $x^2 - 24x + 108 = 0$
8. Escribe unha ecuación de segundo grao que teña por raíces 20 e 1.
9. O cadrado dun número positivo máis o dobre do seu oposto é 960. Cal é o número?
10. Resolve: $(x+9) \cdot (4x-8) = 0$

Ecuaciones de segundo grado

Soluciones dos ejercicios para practicar

- a) ecuación b) identidad
c) identidad d) ecuación
- a) 2 b) 1 c) 2 d) 1
- a) si b) si c) non d) si
- a) $x + 3 = 5$ b) $2x + 1 = 7$
c) $3x - 1 = 2$
- a) $x = 7$ b) $x = 10$
c) $x = 3$ d) $x = 30$
- a) $x = 1$ b) $x = 5$
c) $x = 3$ d) $x = 4$
- a) $x = 15$ b) $x = 5$
c) $x = 1$ d) $x = 6$
- 35
- 25
- 18
- Xoán 2 e María 14 anos
- 13 mozos e 30 mozas
- a) $x = 0$ $x = 5$ b) $x = 3$ $x = -3$
c) $x = 0$ $x = -3$ d) Non hai solución
- a) $x = 2$ $x = 3$ b) $x = -1$ $x = 4$
c) $x = 2$ $x = -5$ d) $x = 3$ $x = 3$
- a) $x = -2$ $x = 3$ b) $x = -1/3$ $x = -5$
c) $x = 0$ $x = -9$ d) $x = -4$ $x = 3$
- a) $x^2 + 2x - 15 = 0$
b) $x^2 - 6x + 8 = 0$
c) $x^2 + 10x + 9 = 0$
d) $x^2 - 5x = 0$
- a) $x = 4$, $x = -3$ b) $x = 7$, $x = -3$
c) $x^2 + 10x + 9 = 0$ d) $x^2 - 5x = 0$
- 12
- 6
- 8 e 6
- 11 e 4
- 6 e 4
- 100 e 70
- Os puntos onde doblar están a 12 e 5 cm dos extremos.
- $b = -7$ $c = -42$
- 6 e 8
- 11 e 9
- 12 e 5
- 6,8 e 10
- 11 e 7

Soluciones AUTOAVALIACIÓN

- $-2x + 7 = -9$
- 8
- 107
- 4
- 0 e $-7/4$
- 2 e -2
- 18 e 6
- $x^2 - 21x + 20 = 0$
- 32
- 9 e 2