



Funciones y gráficas

Contenidos

1. Relaciones funcionales
 - Concepto y tabla de valores
 - Gráfica de una función
 - Imagen y antiimagen
 - Expresión algebraica
 - Relaciones no funcionales

2. Características de una función
 - Dominio y recorrido
 - Continuidad
 - Puntos de corte con los ejes
 - Crecimiento y decrecimiento
 - Máximos y mínimos
 - Periodicidad

Objetivos


- Reconocer si una relación entre dos variables es una función o no.
- Distinguir la variable independiente y la dependiente.
- Expresar una función utilizando una tabla de valores, una gráfica o una fórmula.
- Determinar el dominio y el recorrido de una función.
- Interpretar algunas características de la gráfica de una función: el crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos, la periodicidad...
- Representar y analizar gráficas de funciones extraídas de distintas situaciones cotidianas.



Antes de empezar

Para empezar se propone un reto, ORBITANDO LA TIERRA, y una investigación sobre una de las leyes de Kepler.

¿Cómo varía la distancia en línea recta entre estos dos satélites a medida que pasa el tiempo?

Pulsa  para ir viendo cómo se resuelve la pregunta.



Cuando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

1. Relaciones funcionales

1.a. Concepto y tabla de valores

Lee el texto de la pantalla.

Contesta:

¿Qué es una función? _____

¿Cómo se denomina también a la *causa*? _____

¿Qué variable depende de cuál? _____

En la escena tienes una tabla que relaciona longitud de lado y área del polígono. Mueve el vértice indicado del polígono para que mida cada uno de los valores que se indican en la tabla y anota en el lugar correspondiente el valor de ésta. Complétala también aquí:

Longitud del lado							
Área del polígono							

Después... Pulsa el botón  para hacer unos ejercicios.

Los siguientes ejercicios son similares a los de esa escena

EJERCICIOS de Refuerzo

1 LAS REBAJAS

Si en un producto nos ofrecen un descuento del 10 %, pagaremos 90% del precio original.

El precio rebajado (PR) es función del precio inicial (PI). $PR = f(PI)$

Completa esta tabla cambiando el control PI. $PR = 0,90 \cdot PI$

PI	26	28	36	46
PR				

Realiza la misma actividad cambiando el precio inicial y el porcentaje de descuento.

2 DENSIDAD DE LOS MATERIALES

A una presión y temperatura dada el cociente entre el peso (P) de un material y el volumen (V) que ocupa es constante. Diremos, entonces, que el peso es función del volumen y lo representaremos así: $P = f(V)$

(La constante que relaciona esas dos magnitudes es la densidad, d) $P = d \cdot V$

Calcula el valor de P siendo $d=0,8$

V	2,8	3,9	5	8,3
P				

Realiza la misma actividad cambiando el valor del volumen y la densidad.

3 INTERESES BANCARIOS

Un banco ofrece un depósito al 5%. En la letra pequeña se dice que hay una comisión fija de apertura de 20€.

Si llamamos C la cantidad invertida e I a los intereses producidos, decimos que I es función de C y lo escribimos así: $I = f(C)$ $I = 0,05 \cdot C - 20$

Calcula el valor de I con el valor del depósito dado.

C	533	626	709	804
I				

Realiza la misma actividad cambiando el tipo de interés y el capital.

4 ÁREA DE UN CUADRADO

El área, A, de un cuadrado es función de la longitud de su lado, l. Lo escribiremos así:

$A = f(l)$ $A = l \cdot l = l^2$

Calcula el valor de A con los distintos valores para l.

l	0,1	0,4	1	1,5
A				

5 ALTURA DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO

La altura de un triángulo rectángulo es función del ángulo opuesto: $h = f(\alpha)$

Modifica el valor del ángulo y completa la tabla:

α	5	13	15	16
h				

Pulsa para ir a la página siguiente.

1.b. Gráfica de una función

Lee el texto de la pantalla y explica paso a paso qué hacer para obtener la gráfica de una función:

1)

2)

3)

Piensa sobre la situación planteada, CAPTACIÓN DE AGUAS.

Cómo construir la gráfica de la longitud total de las tuberías en función de la distancia de la estación captadora a un punto fijo del río.



Pulsa  para ir viendo cómo se resuelve la cuestión.

En la escena tienes una tabla que relaciona la distancia al puente de la estación captadora (C) y la longitud total de las tuberías. Mueve el punto C para que mida cada uno de los valores que se indican en la tabla y anota en el lugar correspondiente el valor de la longitud total. Complétala también aquí:

Distancia al puente (km.)							
Longitud de las tuberías (km.)							

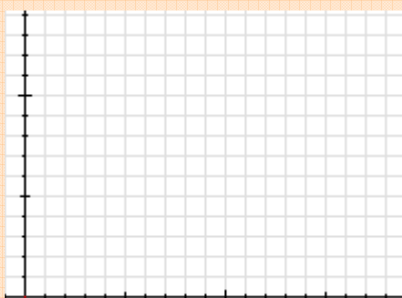
Después... Pulsa el botón  para hacer unos ejercicios.

Los siguientes ejercicios son similares a los de esa escena

EJERCICIOS de Refuerzo

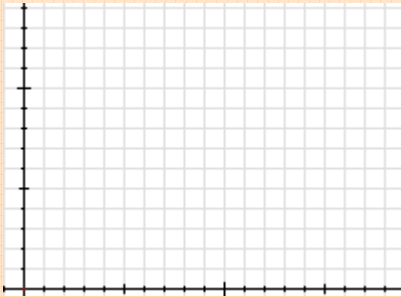
Dibuja los puntos de las tablas de los *Ejercicios de Refuerzo* del apartado anterior y representa las gráficas de las funciones correspondientes.

1 LAS REBAJAS



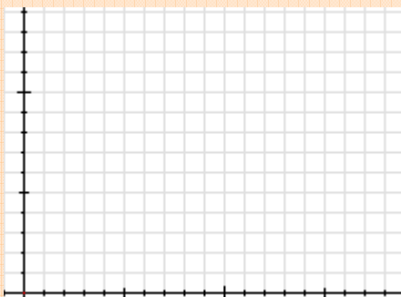
PI	PR

2 DENSIDAD DE LOS MATERIALES



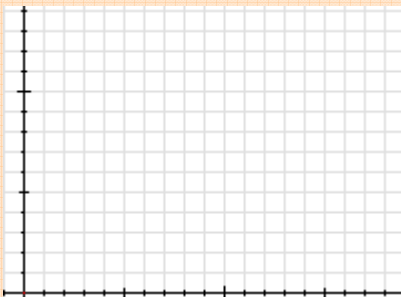
V	P

3 INTERESES BANCARIOS



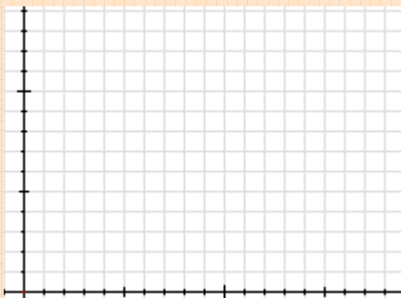
C	I

4 ÁREA DE UN CUADRADO



L	A

5 ALTURA DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO



a	h

Quando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

1.c. Imagen y antiimagen

Lee el texto de la pantalla.

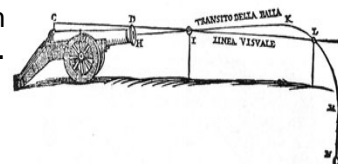
Contesta:

¿Qué es la antiimagen? _____

¿Cuál es la imagen? _____

Piensa sobre la situación planteada, BALA DE CAÑÓN.

Cómo construir la gráfica del alcance de la bala y ángulo del cañón con la horizontal.



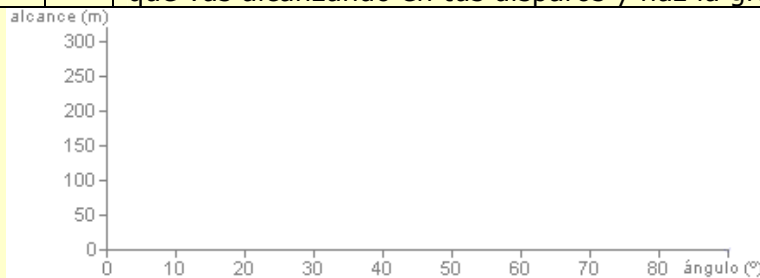
Pulsa para ir viendo cómo se resuelve la cuestión.

En la escena tienes una gráfica que relaciona el ángulo del cañón con la distancia a la que llega la bala. Aparece un cañón que debes disparar y observar el alcance en función del ángulo. Completa los datos del primer disparo:

$f() =$ es decir:
 es la imagen o bien,
 es una antiimagen de

Pulsa Para hacer el segundo disparo
 Tienes que hacer un mínimo de 6 disparos para poder ver la gráfica.
 Anota en la tabla siguiente los ángulos y las distancias que vas alcanzando en tus disparos y haz la gráfica:

Ángulo	Distancia

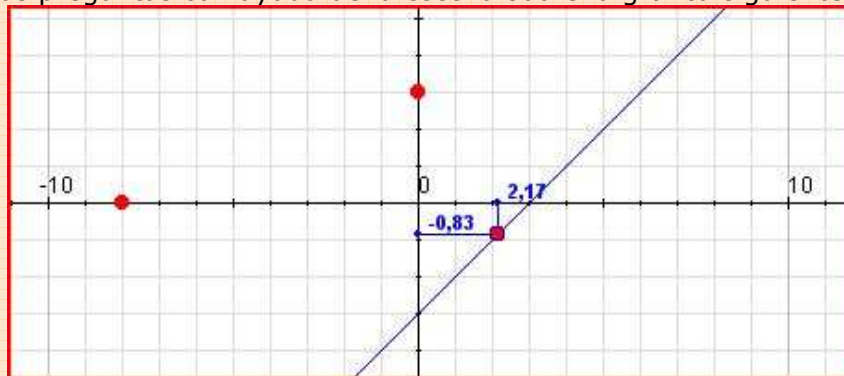


Después... Pulsa el botón para hacer unos ejercicios.

Los siguientes ejercicios son similares a los de esa escena

EJERCICIOS de Refuerzo

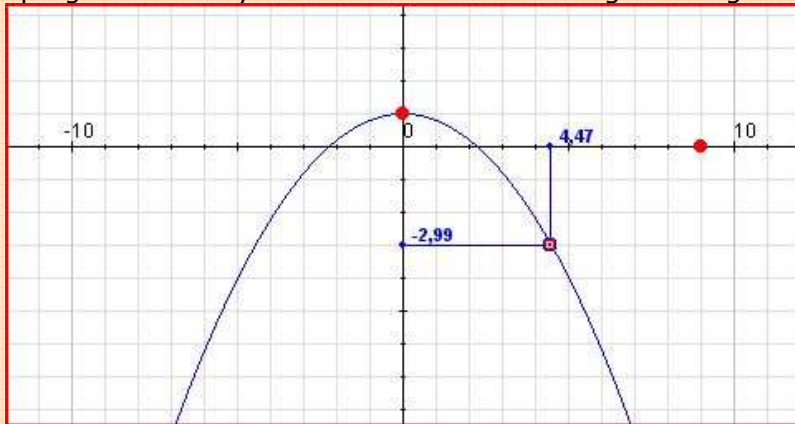
1) Contesta a las preguntas con ayuda de la escena sobre la gráfica siguiente:



- a) Calcula la imagen de -8, es decir, $f(-8)$.
- b) Calcula la antiimagen de 3, es decir, $f(x)=3$.

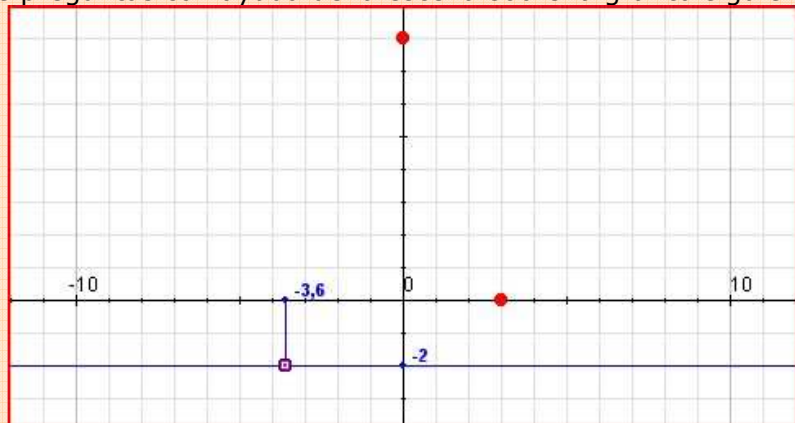
EJERCICIOS de Refuerzo

2) Contesta a las preguntas con ayuda de la escena sobre la gráfica siguiente:



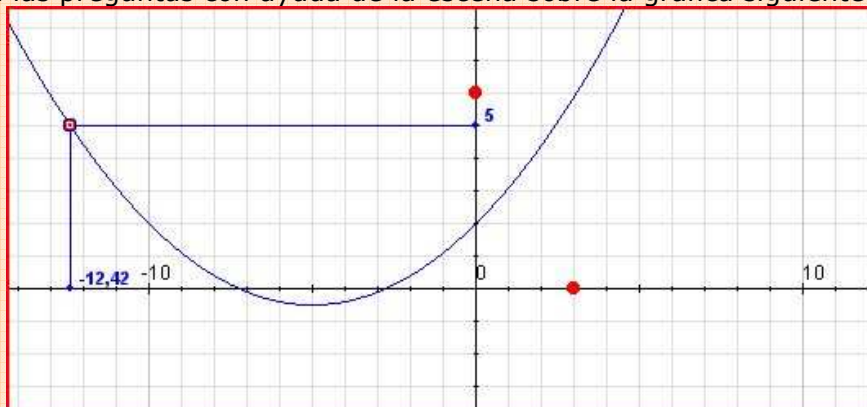
- a) Calcula la imagen de 9, es decir, $f(9)$.
- b) Calcula la antiimagen de 1, es decir, $f(x)=1$.

3) Contesta a las preguntas con ayuda de la escena sobre la gráfica siguiente:



- a) Calcula la imagen de 3, es decir, $f(3)$.
- b) Calcula la antiimagen de 8, es decir, $f(x)=8$.

4) Contesta a las preguntas con ayuda de la escena sobre la gráfica siguiente:



- a) Calcula la imagen de 3, es decir, $f(3)$.
- b) Calcula la antiimagen de 6, es decir, $f(x)=6$.

Cuando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

1.d. Expresión algebraica

Lee el texto de la pantalla.

Contesta:

¿Qué es una expresión algebraica? _____


¿Cómo construyes una tabla a partir de una expresión algebraica? _____


Lee la situación planteada en: **COLONIZACIÓN DEL OESTE.**





Pulsa  para ir viendo cómo se resuelve la cuestión.


Empezamos eligiendo la variable independiente, la longitud **a** y la variable dependiente: **Área**.

Calculamos el resultado (Área) que se obtiene para **a=5 hm**: $f(5) = \underline{\hspace{2cm}}$ hm² 

En la siguiente escena puedes arrastrar la esquina del rectángulo y ver como se obtienen diferentes áreas dependiendo de la longitud del lado a. 

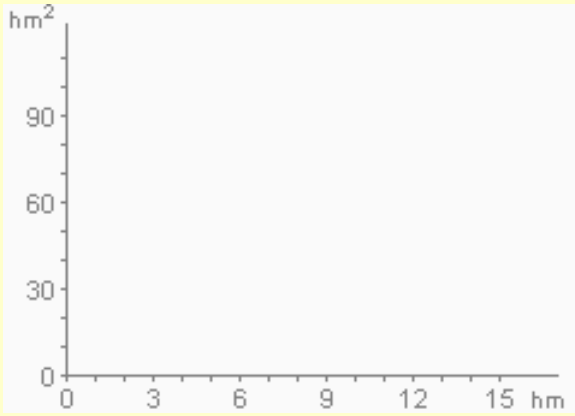
En la escena siguiente vas a obtener la expresión algebraica para calcular el área. Llamamos "x" al lado a y obtenemos la expresión: $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 


Una vez que tenemos la expresión de f(x) es más fácil calcular imágenes y antiimágenes. 


Ejemplo: Para x=9, ¿cuánto vale f(x)? _____
 Para f(x) = 88, ¿cuánto vale x? _____
 ¿De cuántas formas se puede obtener el área de 88 hm²? _____ 

Completa la tabla y haz la gráfica.

x	f(x)



¿De qué tipo es esta función? _____ 

¿Cómo se llama la curva obtenida como gráfica? _____ 

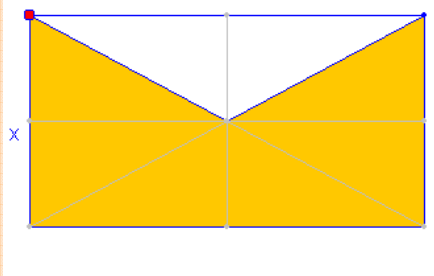
Después... Pulsa el botón  para hacer unos ejercicios.

Los siguientes ejercicios son similares a los de esa escena

EJERCICIOS de Refuerzo

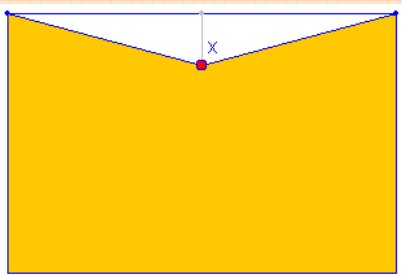
1) Completa los datos que faltan y escribe el área de la parte coloreada en función de x :

a)



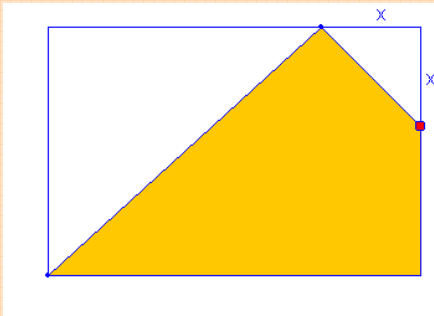
$A(x) =$

b)



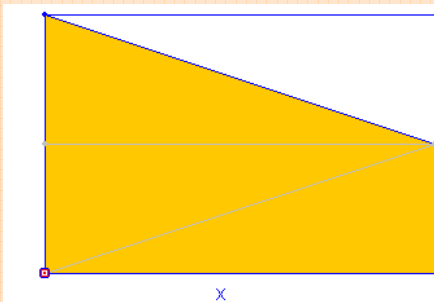
$A(x) =$

c)



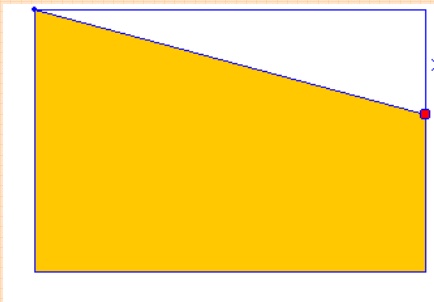
$A(x) =$

d)



$A(x) =$

e)



$A(x) =$

Quando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

1.e. Relaciones que no son funcionales

Lee el texto de la pantalla.

Contesta:

¿Qué diferencia hay entre una relación funcional y una no funcional? _____

¿Por qué las relaciones estadísticas no son relaciones funcionales? _____

Piensa sobre la situación planteada, PESO Y ALTURA.

El peso de una persona, ¿es función de su altura?

Pulsa  para ir viendo cómo se resuelve la cuestión.



En la escena se muestra una gráfica con puntos y aclaraciones sobre los mismos.

Contesta:

¿Qué representa cada punto de esa gráfica? _____

Busca una altura "x" para la que no haya ningún peso correspondiente.

Busca una altura "x" para la que haya más de un peso correspondiente.

Esa gráfica, ¿corresponde a una relación funcional? ____ ¿Por qué?

¿Qué tipo de relación es? _____

Después... Pulsa el botón  para hacer unos ejercicios.

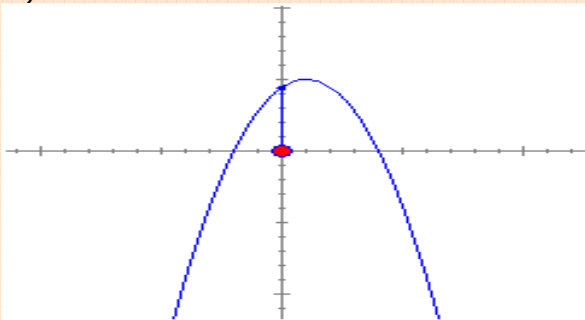
Los siguientes ejercicios son similares a los de esa escena

EJERCICIOS de Refuerzo

- 1) Razona si la relación entre las magnitudes de las siguientes situaciones es funcional o no:
 - a) ¿La altura de una persona es función de su edad?
 - b) ¿El tiempo empleado en realizar un trayecto es función de la velocidad a la que se ha realizado?
 - c) ¿El coste de la factura del agua es función del volumen consumido?
 - d) ¿El coste de la factura del agua es función del número de grifos que se tengan en casa?
 - e) A presión constante, ¿el volumen de un gas es función de su temperatura?
 - f) ¿El número de accidentes de tráfico es función del número de vehículos que circulan?
 - g) ¿Los intereses bancarios son función del número de días que dure una inversión a plazo fijo?

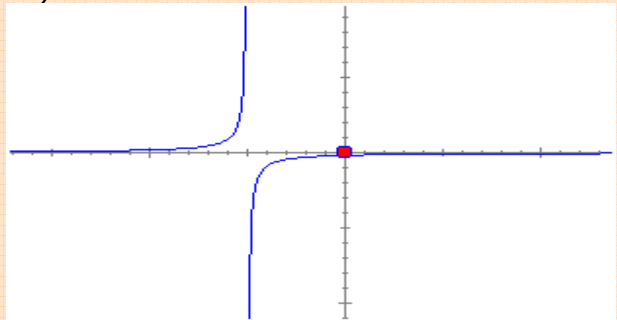
2) Razona si la relación entre las magnitudes de las siguientes gráficas es funcional o no:

a)



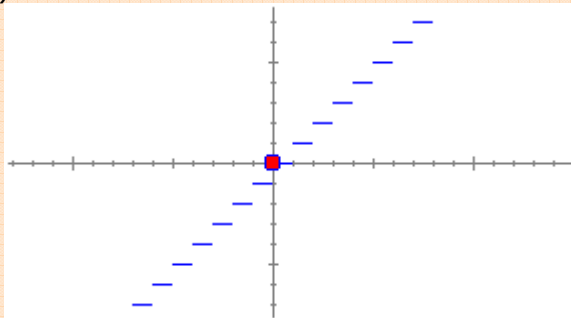
Respuesta:

b)



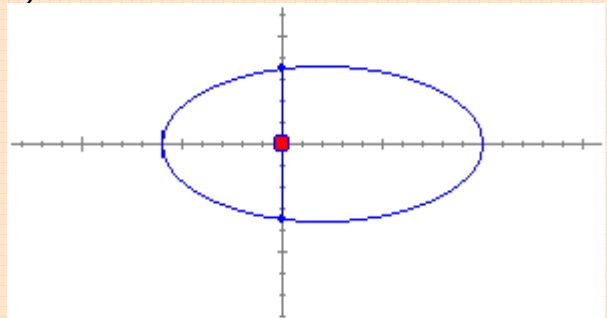
Respuesta:

c)



Respuesta:

d)

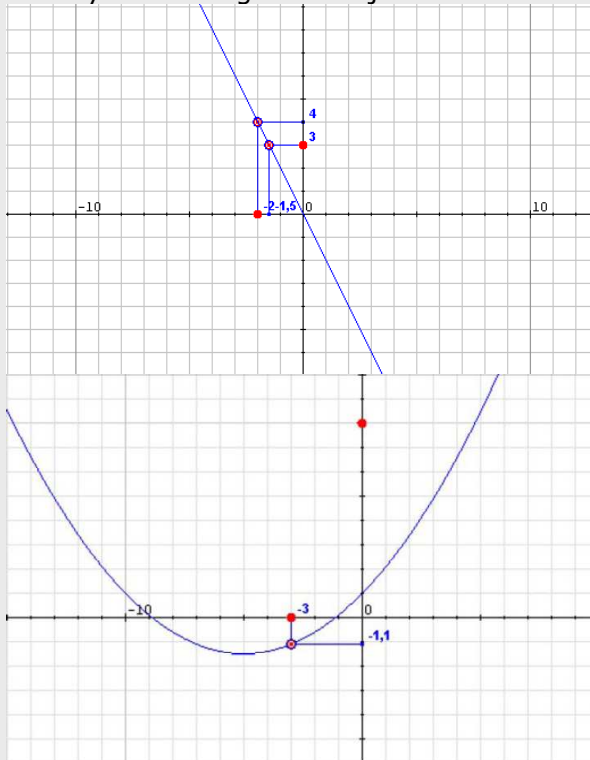


Respuesta:

EJERCICIOS

- Las rebajas: si en un producto nos ofrecen un descuento del 10% pagaremos el 90% del precio original. Entonces, el precio rebajado (PR) es función del precio inicial (PI) a través de la expresión $PR = f(PI) = 0,9 \cdot PI$. Construye una tabla de valores para esta función (por ejemplo con cuatro valores) y dibuja la gráfica correspondiente

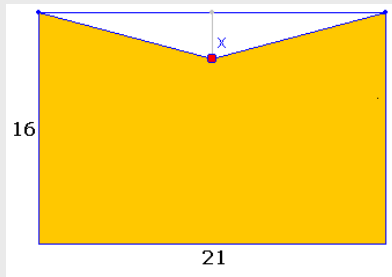
2. Con ayuda de la gráfica adjunta calcula las imágenes y antiimágenes pedidas.



a) La imagen de -3, la antiimagen de 3.

b) La imagen de -3, la antiimagen de 8 y de -4

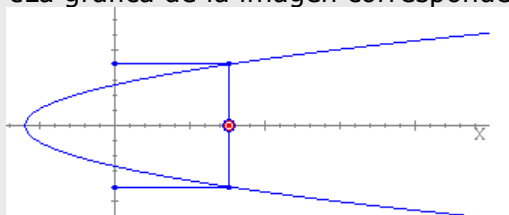
3. Escribe en función de x el área de la parte coloreada de la figura



4. Indica de forma razonada si las respuestas a las siguientes preguntas es afirmativa o negativa.

- a) ¿El coste de la factura del agua es función del volumen consumido?
- b) ¿El número de accidentes de tráfico es función del número de vehículos que circulan?
- c) A presión constante, ¿el volumen de un gas es función de su temperatura?.

5. ¿La gráfica de la imagen corresponde a una función?



Cuando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

2. Características de una función

2.a. Dominio y recorrido

Lee el texto de la pantalla.

Contesta:

¿Qué es el dominio de una función? _____

¿Qué es el recorrido o imagen de una función? _____

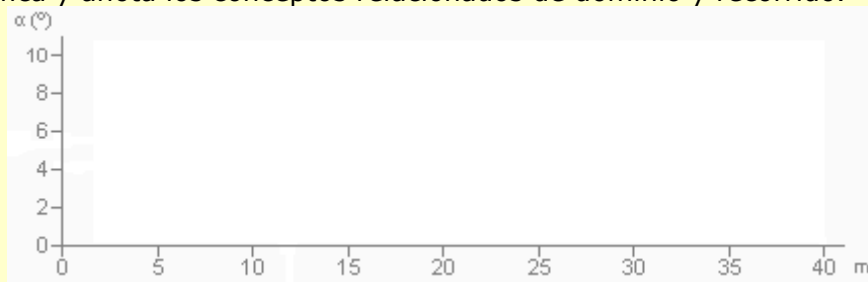
Piensa sobre la situación planteada, JUGADOR DE FÚTBOL SALA.

Cómo es la gráfica que da el ángulo bajo el que ve la portería contraria en función de la distancia que hay desde la línea de fondo de su campo.



Pulsa  para ir viendo cómo se resuelve la cuestión.

En la escena se muestran un dibujo y una gráfica con los valores que se pueden dar. Haz el dibujo de la gráfica y anota los conceptos relacionados de dominio y recorrido.



Mueve el jugador en la escena hacia delante y hacia atrás y observa como varía el ángulo.

Contesta:

¿Cuál es la variable independiente x? _____

¿Cuál es la variable dependiente y? _____

¿Entre qué valores varía la variable independiente? _____

¿Entre qué valores varía la variable dependiente? _____

¿Cuál es el **DOMINIO** de la función? _____

¿Cuál es el **RECORRIDO** o **IMAGEN** de la función? _____

Después... Pulsa el botón  para hacer unos ejercicios.

Los siguientes ejercicios son similares a los de la escena

EJERCICIOS de Refuerzo

1) Determina de forma razonada el dominio de las funciones de expresión las siguientes

- a) $f(x) = 0,8 x + 3$
- b) $f(x) = \sqrt{x + 8}$
- c) $f(x) = 2,1 x^2 - 8,4 x - 126$
- d) $f(x) = \frac{1,7 x + 3}{(x - 6)(x - 8)}$

2) Determina el dominio y el recorrido de las funciones cuya gráfica (azul) ves abajo:

<p>a)</p> <p>Dominio:</p> <p>Recorrido:</p>	<p>b)</p> <p>Dominio:</p> <p>Recorrido:</p>
<p>c)</p> <p>Dominio:</p> <p>Recorrido:</p>	<p>d)</p> <p>Dominio:</p> <p>Recorrido:</p>

Cuando acabes ... Pulsa para ir a la página siguiente.

2.b. Continuidad

Lee el texto de la pantalla y contesta:

¿Cómo puedes saber cuando una función es continua? _____

¿Cómo se llaman los puntos donde la gráfica tiene saltos? _____

Piensa sobre la situación planteada, TAXÍMETRO.

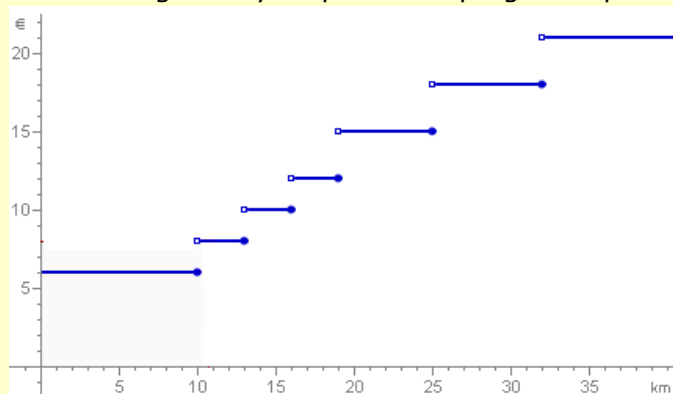
Estudiamos el precio de un trayecto en taxi realizado en una cierta zona rural en función de la distancia recorrida.



Pulsa  para ir viendo cómo se resuelve la cuestión.

En la escena se muestra una gráfica con los valores que se pueden dar, y una serie de preguntas que debes contestar.

Observa la gráfica y responde las preguntas para que te sirvan como ejemplo.



¿Cuántos euros supone la bajada de bandera? _____

¿Cuántos kilómetros se pueden recorrer por ese importe? _____

Si el recorrido es de "un poco más" de ____ km el coste del trayecto es de _____

Si el recorrido es exactamente de ____ el precio es de _____

La imagen de $x = \underline{\hspace{2cm}}$ es $y = \underline{\hspace{2cm}}$

Completa la tabla:

x (km. Recorridos)							
y (precio en €)							

Cuando x tiende a ____ por la izquierda, las imágenes tienden a ____

Cuando x tiende a ____ por la derecha, las imágenes tienden a ____

Por lo tanto:

El límite cuando x tiende a ____ por la izquierda es ____

El límite cuando x tiende a ____ por la derecha es ____

La imagen de $x = \underline{\hspace{2cm}}$ es ____

Si la función fuese continua en ____ esas tres cantidades sería _____

La función tiene una _____ (_____) en $x = \underline{\hspace{2cm}}$:

Su gráfica no se puede dibujar sin _____ en _____.

Después... Pulsa el botón  para hacer unos ejercicios.

Los siguientes ejercicios son similares a los de la escena

EJERCICIOS de Refuerzo

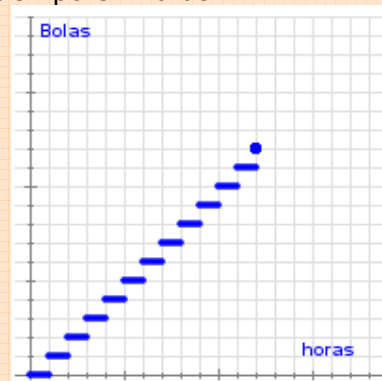
1) Un reloj de agua tiene el funcionamiento como sigue:
 A la derecha hay 60 vasijas que se van llenando de agua poco a poco. Cuando se llena la que hace el piso 60 se vacía de golpe toda la columna y se llena una de las bolas en una columna izquierda (que tiene un total de 12 bolas). La columna izquierda representa las horas y la columna derecha los minutos.

Indica si la función que relaciona la altura de la columna derecha con el tiempo es continua. Analiza la situación sólo en el intervalo de tiempo que transcurre desde que está vacía hasta que se llena.

a) X= tiempo en minutos.



b) X= tiempo en horas.

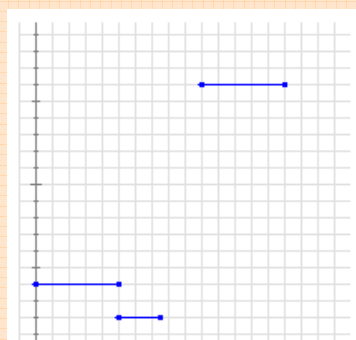


2) Juan tiene hoy una excursión en el colegio. Como vive lejos suele ir en bicicleta. Nada más llegar al colegio, salen todos los alumnos andando hasta la estación de trenes y allí esperan un rato a que llegue el tren. Suben al tren y por fin llegan al destino.

Abajo puedes ver dos gráficas: una representa la distancia que va recorriendo Juan desde su casa con respecto al tiempo transcurrido y otra representa la velocidad a la que se desplaza en cada instante, también en función del tiempo transcurrido.

Indica de forma razonada qué gráfica corresponde a cada una de las dos situaciones e indica en cada caso si la función representada es o no continua.

a)



b)



Cuando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

2.c. Puntos de cortes con los ejes

Lee el texto de la pantalla.

Contesta:

¿Qué coordenadas tiene un punto sobre el eje de ordenadas? _____

¿Qué coordenadas tiene un punto sobre el eje de abscisas? _____

Completa:



- Para encontrar y_0 se hace _____ en la expresión de la función y se calcula _____.
- Para hallar x_0 se sustituye _____ por _____ en la expresión de la función y se aisla _____.

Piensa sobre la situación planteada, TEMPERATURA.

Estudiamos la gráfica de la temperatura en función de la hora del día.



Pulsa para ir viendo cómo se resuelve la cuestión.

En la escena se muestra una gráfica de la temperatura y la hora del día. Observa la gráfica.

Arrastra el punto que se indica sobre ella para observar las distintas temperaturas en función de las horas. Hazlo hasta que aparezca la flecha para avanzar.

Contesta:

¿Cuántos puntos de corte puede haber con el eje de ordenadas? _____

¿Y con el de abscisas? _____

Después... Pulsa el botón para hacer unos ejercicios.

Los siguientes ejercicios son similares a los de la escena

EJERCICIOS de Refuerzo

- 1) Determina las coordenadas de los puntos de corte con los ejes de la funciones siguientes:
- a) $f(x) = 2 - x$
 - b) $f(x) = -3$
 - c) $f(x) = -2x - 1$
 - d) $f(x) = -2x$

Cuando acabes ... Pulsa para ir a la página siguiente.

2.d. Crecimiento y decrecimiento

Lee el texto de la pantalla.

Contesta:

¿Qué ocurre alrededor de una función creciente en un punto? _____

¿Qué ocurre alrededor de una función decreciente en un punto? _____

¿Cuándo se dice que una función es monótona? _____

¿Cuándo una función es constante? _____

Piensa sobre la situación planteada, TEMPERATURA DE UN HORNO.

Estudiamos la gráfica de la temperatura del horno en función del tiempo.



Pulsa  para ir viendo cómo se resuelve la cuestión.

En la escena se muestra una gráfica de la temperatura y el tiempo.

Observa la gráfica.

Arrastra el punto que se indica sobre ella para observar las distintas temperaturas en función de los minutos.

Contesta:

¿Cómo es la función hasta el minuto 10? _____

¿Cómo es la función entre el minuto 10 y el 20? _____

¿Cómo es la función entre el minuto 20 y el 36? _____

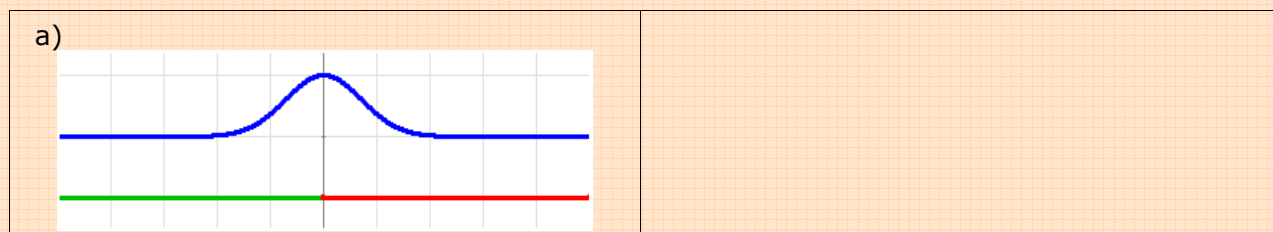
¿Cómo es la función a partir del minuto 36? _____

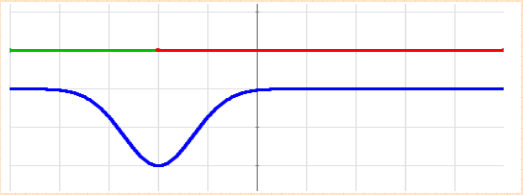
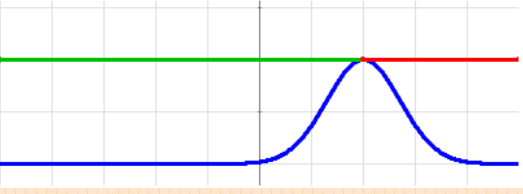
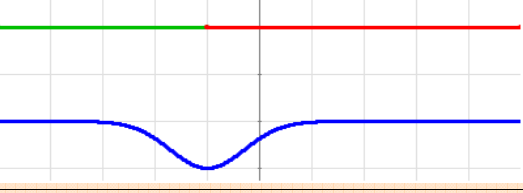
Después... Pulsa el botón  para hacer unos ejercicios.

Los siguientes ejercicios son similares a los de la escena

EJERCICIOS de Refuerzo

Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de las funciones definidas en el intervalo $(-5,5)$ cuya gráfica es cada una de las siguientes dibujadas en color azul:



<p>b)</p> 	
<p>c)</p> 	
<p>d)</p> 	

Quando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

2.e. Máximos y mínimos

Lee el texto de la pantalla.

Contesta:

- ¿Qué es un máximo absoluto? _____
- ¿Qué es un mínimo absoluto? _____
- ¿Qué es un mínimo relativo? _____
- ¿Qué es un máximo relativo? _____
- ¿Cuántos máximos o mínimos puede haber? _____

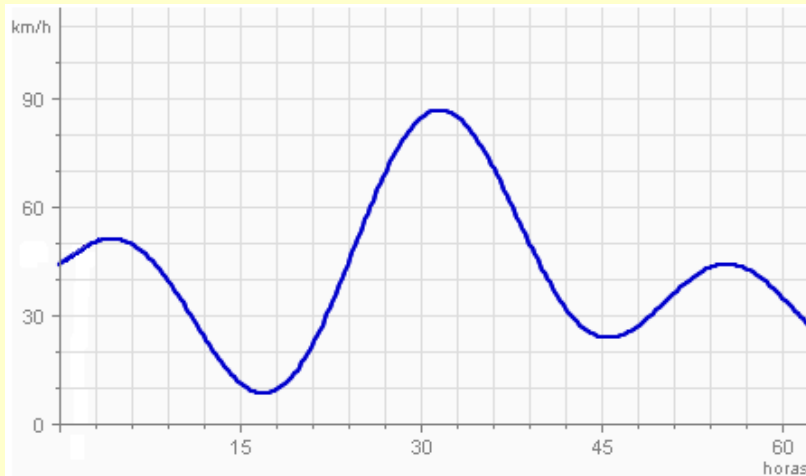
Piensa sobre la situación planteada, VELOCIDAD DEL VIENTO.

Estudiamos la gráfica de la velocidad del tiempo en función del tiempo.

Pulsa  para ir viendo cómo se resuelve la cuestión.



En la escena se muestra una gráfica de la velocidad y el tiempo. Completa la gráfica indicando donde es creciente donde decreciente y señalando los máximos y mínimos locales y cuáles de ellos son los absolutos.



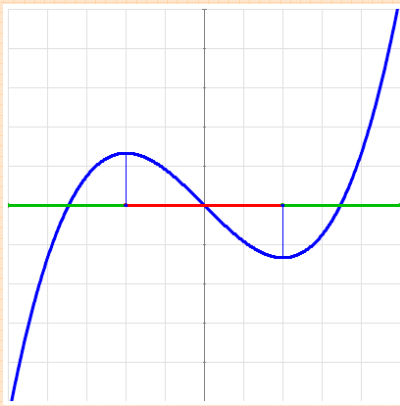
Después... Pulsa el botón  para hacer unos ejercicios.

Los siguientes ejercicios son similares a los de la escena

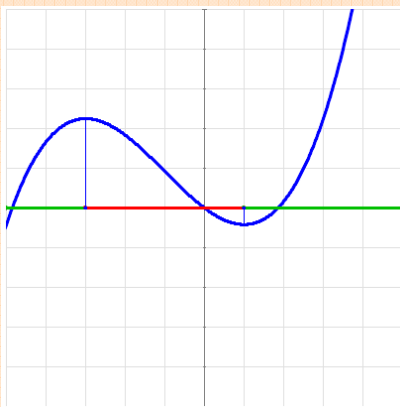
EJERCICIOS de Refuerzo

Determina los extremos relativos de las funciones definidas en el intervalo $(-5,5)$ cuya gráfica es cada una de las siguientes dibujadas en color azul:

a)



b)



Cuando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

2.f. Periodicidad

Lee el texto de la pantalla.

Contesta:

¿Cuándo una función es periódica? _____

¿A qué se llama periodo? _____

Piensa sobre la situación planteada, FASES DE LA LUNA.

Estudiamos la gráfica del porcentaje visible de la luna en función del día.



Pulsa  para ir viendo cómo se resuelve la cuestión.

En la escena se muestra una gráfica del porcentaje visible en función del día. Observa cómo se va construyendo la gráfica.

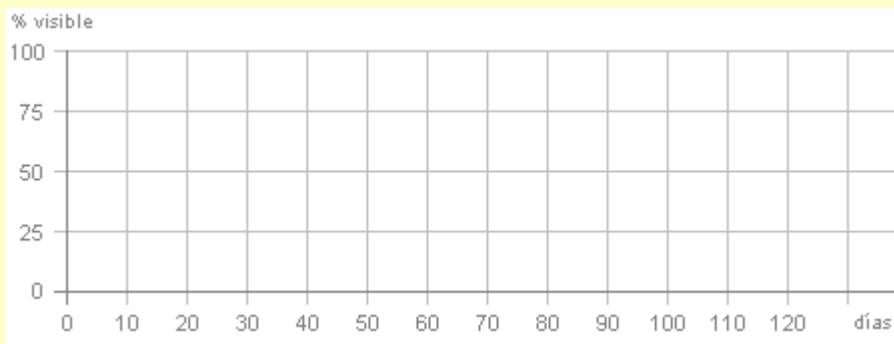
Contesta:


¿Cada cuánto tiempo se repiten los mismos valores de la imagen? _____


¿Cómo se llaman estas funciones? _____

¿Cuál es el período en esta función? _____

Haz la gráfica a continuación



Arrastra el rectángulo sobre cada uno de los períodos para ver la gráfica completa 

Modifica el día en el control:  **Visible:** _____

Observa cuáles son los valores de x que tiene la misma imagen:

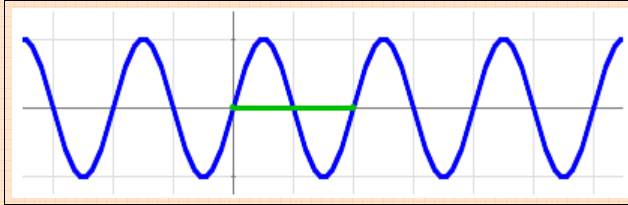
x ; $x + \underline{\quad}$; $x + \underline{\quad}$ $f(x) = f(\quad) = f(\quad)$

Después... Pulsa el botón  para hacer unos ejercicios.

Los siguientes ejercicios son similares a los de la escena

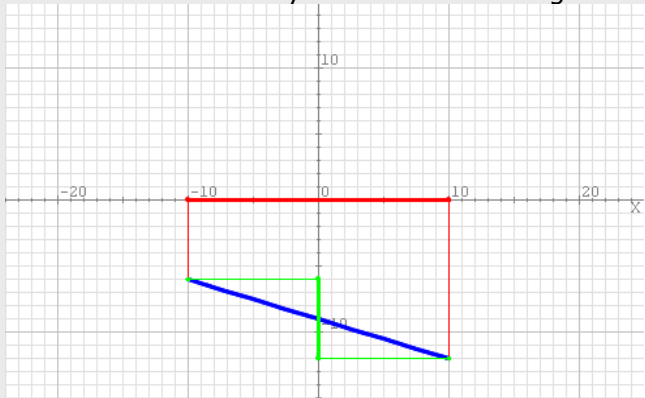
EJERCICIO de Refuerzo

Calcula el periodo y el valor aproximado de la función para $x=860$:

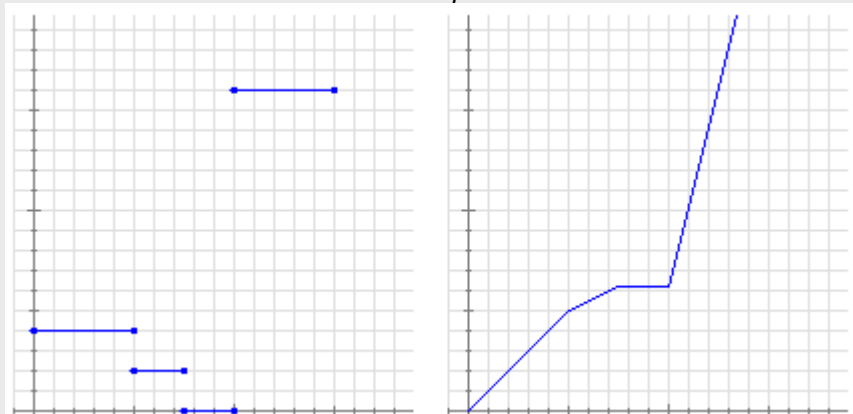


EJERCICIOS

6. Determina de forma razonada el dominio de la función $f(x) = \sqrt{x + 8}$
7. Determina el dominio y el recorrido de la gráfica azul de la imagen.

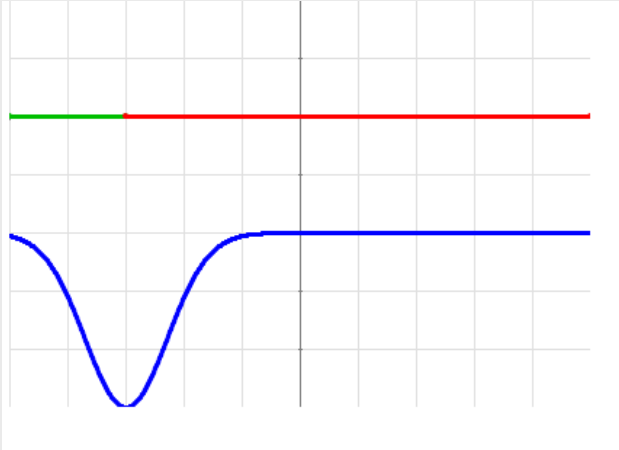


8. Indica si son continuas o discontinuas:
Juan tiene hoy una excursión en el colegio. Como vive lejos suele ir en bicicleta. Nada más llegar al colegio, salen todos los alumnos andando hasta la estación de trenes y allí esperan un rato a que llegue el tren. Suben al tren y por fin llegan al destino.
Abajo puedes ver dos gráficas: una representa la distancia que va recorriendo Juan desde su casa con respecto al tiempo transcurrido y otra representa la velocidad a la que se desplaza en cada instante, también en función del tiempo transcurrido.
Indica de forma razonada qué gráfica corresponde a cada una de las dos situaciones e indica en cada caso si la función representada es o no continua.

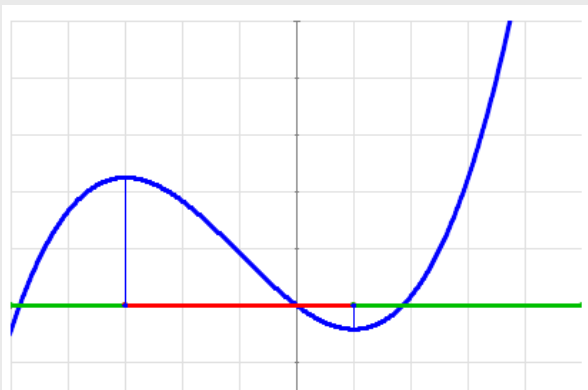


EJERCICIOS

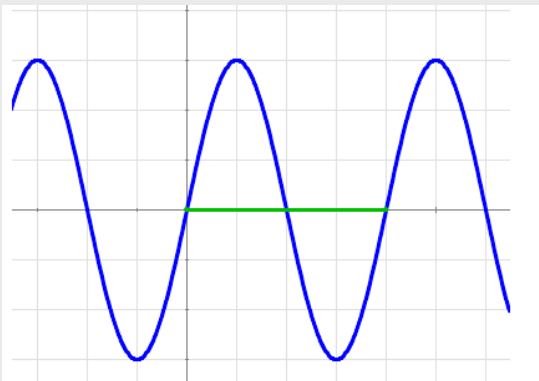
9. Calcula los puntos de corte con los ejes de la función $f(x)=2-x$
10. La función azul de la imagen está definida en el intervalo $(-5,5)$. Determina sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.



11. La función azul de la imagen está definida en el intervalo $(-5,5)$. Determina sus máximos y mínimos relativos.



12. La función adjunta es periódica. Calcula su periodo y el valor de la función cuando x sea igual a 265.



Quando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.



Recuerda lo más importante – RESUMEN

Completa para recordar lo aprendido:

Tabla y gráfica

Señala en la gráfica los puntos de la tabla.

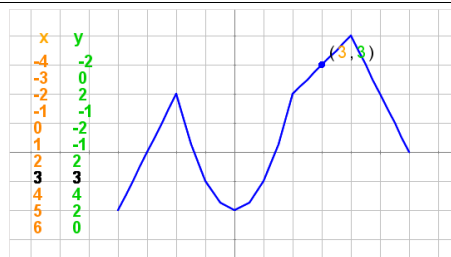
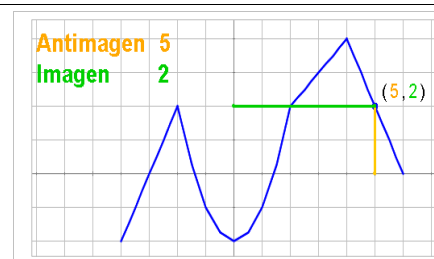


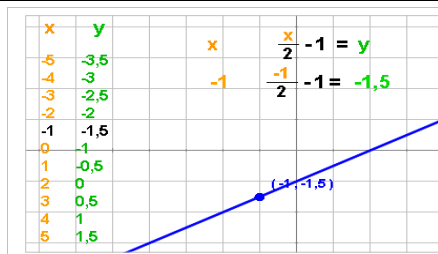
Imagen y antiimagen

Señala en la gráfica y escribe al menos 4 ejemplos de imágenes y su correspondientes antiimágenes.



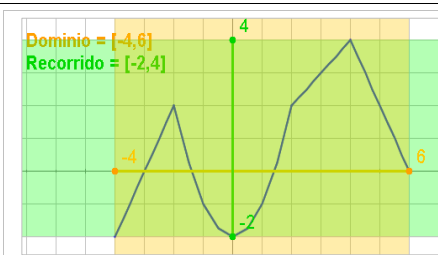
Expresión algebraica

Explica cómo construir la expresión algebraica de la función de la gráfica.



Dominio y recorrido

Explica cómo se observa el dominio y recorrido de la función de la gráfica.



Continuidad

Explica ayudándote de las gráficas de la derecha los conceptos relacionados con continuidad.

Esta función es continua
puede dibujarse de un solo trazo

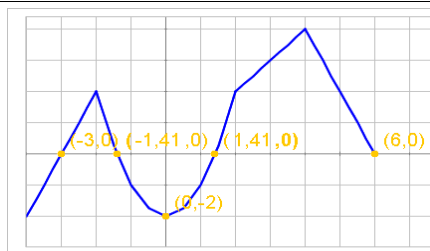


Esta función es discontinua
no puede dibujarse de un solo trazo



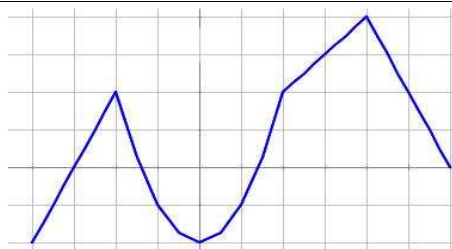
Cortes con los ejes

Señala en la gráfica los puntos de corte con los ejes, y caracteriza a dichos puntos.



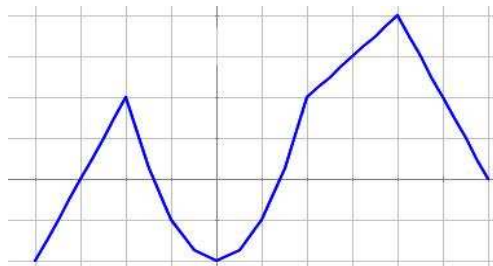
Crecimiento y decrecimiento

Describe en qué debes fijarte y cómo escribir los intervalos de monotonía.



Máximos y mínimos

Señala en la gráfica los extremos de la función, y haz una clasificación de los mismos.



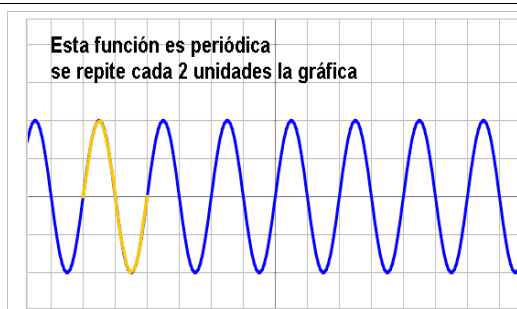
Relación no funcional


Explica cómo diferenciar una gráfica de una relación funcional de una no funcional, y dibuja dos gráficas que sean ejemplos de las mismas.



Periodicidad

Señala en la gráfica el periodo y define qué es una función periódica.



Pulsa  para ir a la página siguiente



Para practicar

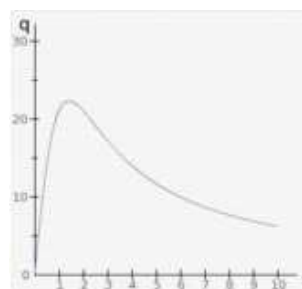
En esta unidad encontrarás ejercicios relacionados con relaciones funcionales y características de una función.

Las actividades que a continuación siguen son tomadas de las que aparecen en las escenas. Observa en cada apartado cómo se resuelven.

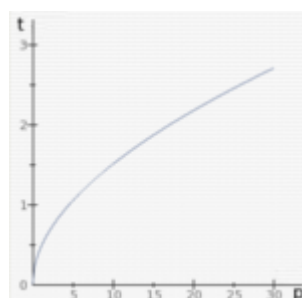
RELACIONES FUNCIONALES

Concepto (Haz un mínimo de **cuatro** ejercicios de los tipos que se indican)

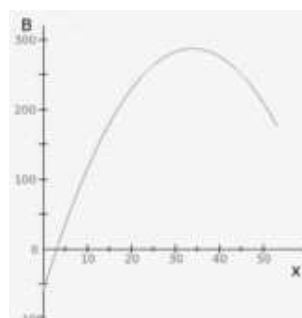
1. Se está probando un medicamento inyectando una dosis del mismo a un paciente. Llamamos q a la cantidad de medicamento por litro de sangre (medida en ml) y t al tiempo transcurrido desde la inoculación del mismo (medido en horas). ¿Qué representa la gráfica adjunta: q en función de t o t en función de q ?



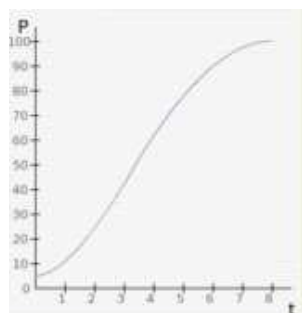
2. Lanzamos una piedra a un pozo y llamamos p a la profundidad del pozo medida en metros y t al tiempo transcurrido entre el lanzamiento y el momento en que oímos el impacto (medido en segundos). ¿Qué representa la gráfica adjunta: p en función de t o t en función de p ?



3. Una empresa fabrica cada día x piezas. Si llamamos B al beneficio que produce su venta (medido en miles de euros), ¿qué representa la gráfica adjunta: B en función de x o x en función de B ?



4. Observando la evolución de un cultivo de bacterias llamamos P al número de millones de bacterias y T al tiempo transcurrido en horas. ¿Qué representa la gráfica adjunta: P en función de T o T en función de P ?



Notación (Haz un mínimo de tres ejercicios como los que se indican)

5. Asocia correctamente las expresiones que se muestran al lado.

(Tienes que indicar a qué expresión de la segunda columna corresponde cada expresión de la primera)

- a) $y=f(x)$
 - b) $f(x)=y$
 - c) $x=f(y)$
 - d) $f(y)=x$
- 1) $f: y \rightarrow x$
 - 2) $f: x \rightarrow y$

6. Expresa simbólicamente de dos maneras diferentes la función **f** que asocia a cada instante **t** la altura **h** del mar en un puerto.

7. Expresa simbólicamente de dos maneras diferentes la función **g** que representa la evolución de la potencia **P** suministrada por una central hidroeléctrica en función del tiempo **T**.

Tablas de valores y gráficas

8. Dada la función $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ completa la tabla de valores adjunta y represéntala en una cuadrícula:

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

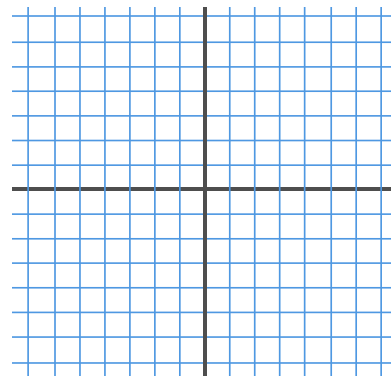


Imagen y antiimagen en forma gráfica

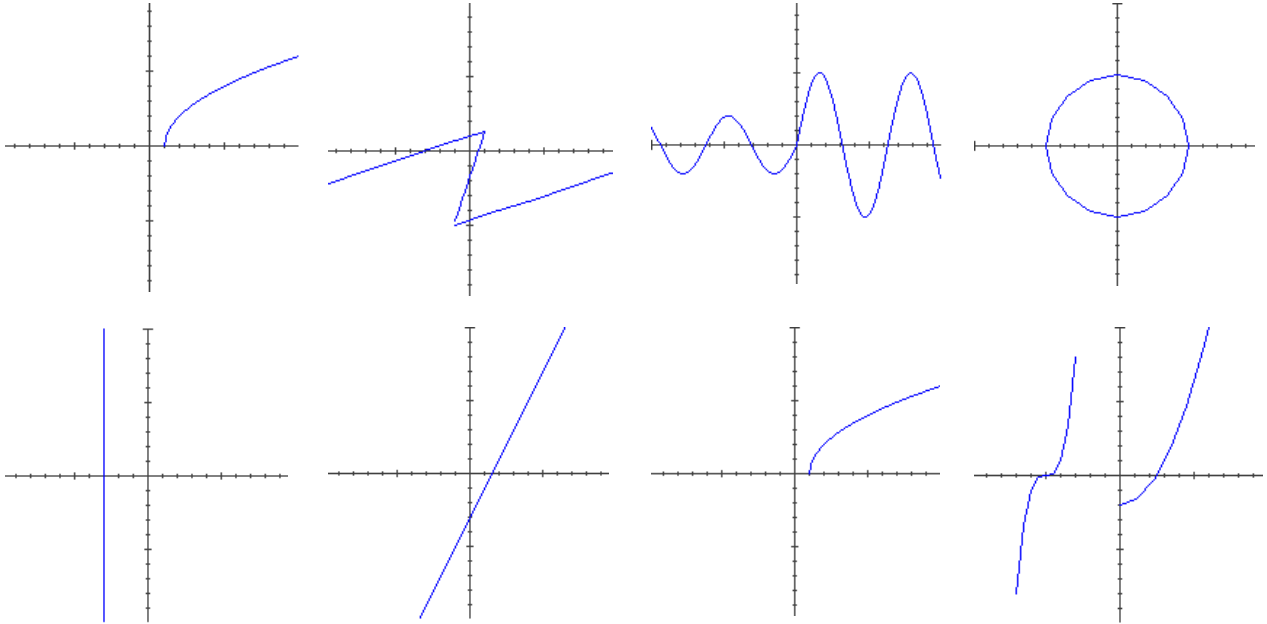
9. Calcula la imagen _____ y las posibles anti-imágenes de _____ a través de la gráfica de la imagen:

Imagen y antiimagen en forma analítica

10. Dada la función $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ calcula la imagen de _____ y la anti-imagen de _____.

Gráficas que no son funciones

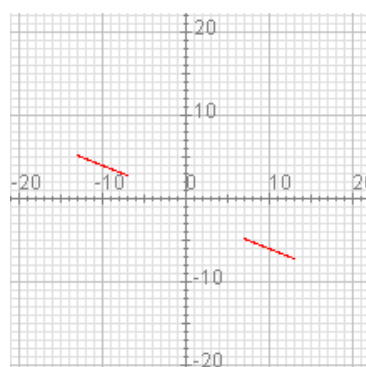
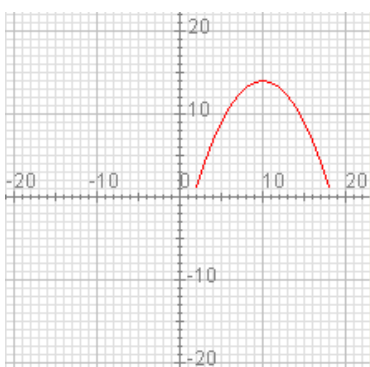
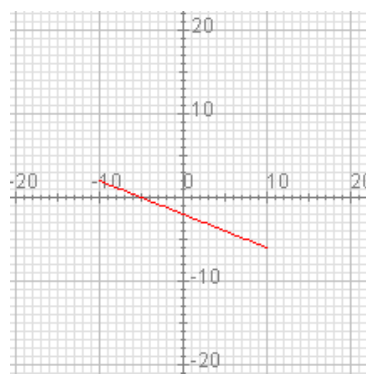
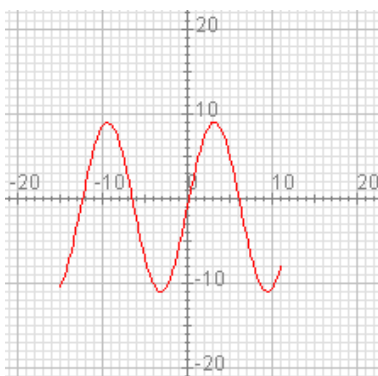
11. Determina de forma razonada si las gráficas adjuntas corresponden o no a gráficas de funciones:



CARACTERÍSTICAS DE UNA FUNCIÓN

Dominio y recorrido

12. Determina el dominio y el recorrido de las siguientes funciones:



Continuidad (Haz un mínimo de tres ejercicios como los que se indican)

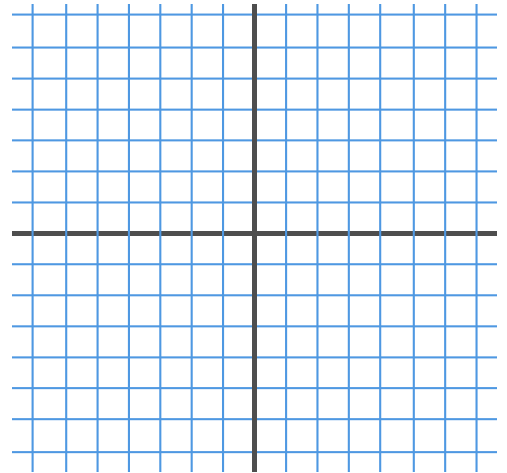
13. Se llama **valor absoluto** de un número al mismo número si es positivo y a su opuesto si es negativo.

El valor absoluto de x se representa $|x|$.

Por ejemplo:

$$|5| = 5, |0| = 0, |-3| = 3.$$

Dibuja la gráfica de la función $y = |x|$ e indica si es continua o no.

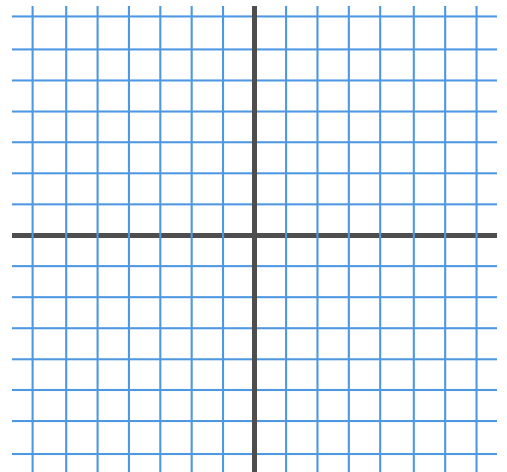


14. Se llama parte entera de un número al mayor número entero que es menor o igual que el número dado.

Por ejemplo:

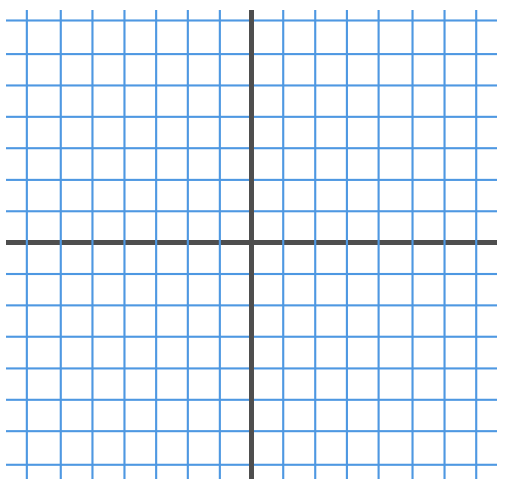
$$\text{Ent}(5,72) = 5, \text{Ent}(3) = 3, \text{Ent}(-2,54) = -3.$$

Dibuja la gráfica de la función $y = \text{Ent}(x)$ e indica si es continua o no.



15. Con los datos del precio del agua por metro cúbico adjuntos se considera la función que relaciona el coste total que debe pagar un consumidor en relación con el volumen de agua gastado, sabiendo que hay un coste mínimo de 5€ incluso si el consumo es menor de 15 metros cúbicos. Indica de forma razonada si es una función continua y dibújala.

Consumo de agua (m³)	Precio unitario (€)
De 0 a 15 m³	0
De 15 a 30 m³	0,45
De 30 a 45 m³	0,50
De 45 a 60 m³	0,55
Más de 60 m³	0,60



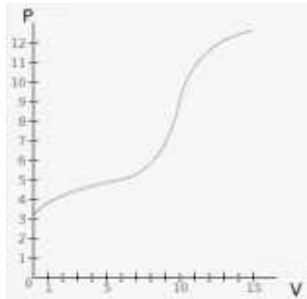
Corte con los ejes (Haz un mínimo de **tres** ejercicios como los que se indican)

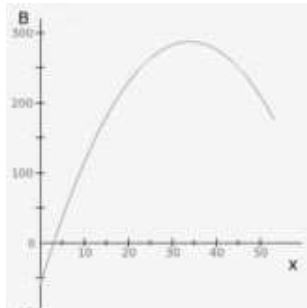
<p>16. Determina los puntos de corte de las siguientes funciones con los ejes de coordenadas. (Haz una de cada tipo)</p> <p>a. $y = x^2 - x$ (f. cuadrática : de grado 2)</p> <p>b. $y = x$ (f. afín : de grado 1)</p> <p>c. $y =$ (f. constante : de grado 0)</p>	<p>a. Eje X: Eje Y:</p> <p>b. Eje X: Eje Y:</p> <p>c. Eje X: Eje Y:</p>
--	--

17. La ecuación $h = 4t - t^2$ indica la altura a la que se encuentra un proyectil lanzado hacia arriba desde el suelo en función del tiempo (medido en minutos). Averigua cuánto tardará en volver a caer.

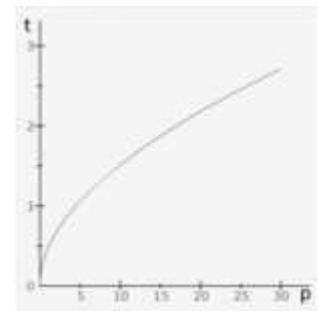
18. La función **$F=1,8 \cdot C+32$** establece la relación entre la temperatura en grados **Fahrenheit (F)** y la temperatura en grados **Celsius (C)**.
Calcula la temperatura a la que se congela el agua en °F.
Luego averigua el valor en grados Celsius de una temperatura de 0°F.

Crecimiento y decrecimiento (Haz un mínimo de **tres** ejercicios de los tipos que se indican)

<p>19. La gráfica adjunta representa la variación del PH de una disolución de ácido acético al ser neutralizado con una disolución de sosa. Indica, razonadamente si se trata de una función creciente, decreciente o ninguna de ambas cosas.</p>	
--	---

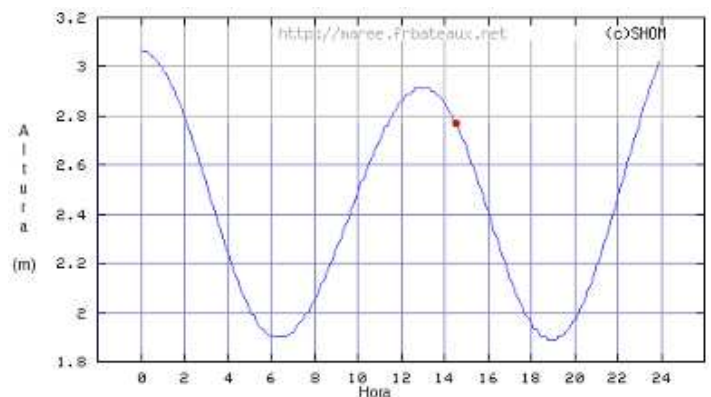
<p>20. La gráfica adjunta representa el beneficio (B) de una empresa (en miles de €) en función del número de piezas que produce. Haz un informe de la situación en términos de crecimiento y decrecimiento.</p>	
---	---

21. La gráfica adjunta representa el tiempo que tarda en caer una piedra al fondo de un pozo en función de su profundidad. Indica razonadamente si se trata de una función creciente, decreciente o ninguna de ambas cosas.

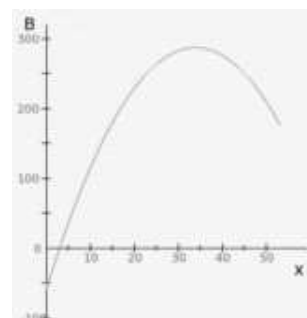


Máximos y mínimos (Haz un mínimo de **dos** ejercicios de los tipos que se indican)

22. La gráfica adjunta representa la altura de las mareas a lo largo de un día en Gijón. Indica a qué hora tuvo lugar la mayor y la menor altura de la marea. Averigua también en qué otros momentos se produjeron máximos y mínimos relativos.

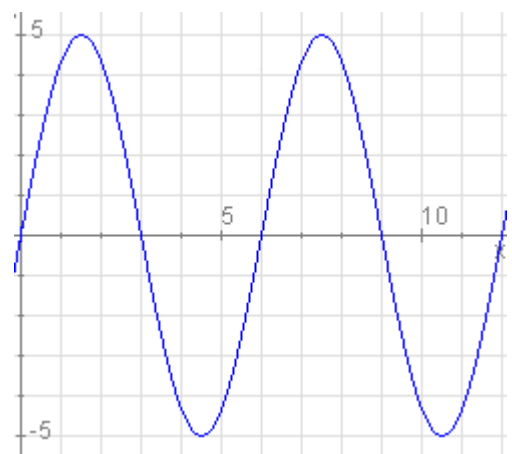


23. La gráfica adjunta representa el beneficio (B) de una empresa (en miles de €) en función del número de piezas que produce. Indica cuántas piezas hay que fabricar para obtener un beneficio máximo. Indica también cuál es ese beneficio.



Periodicidad (Haz un mínimo de **tres** ejercicios de los tipos que se indican)

24. Determina el periodo de la función de la imagen y calcula el valor aproximado de dicha función cuando $x = \underline{\hspace{2cm}}$



Cuando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

Autoevaluación



Completa aquí cada uno de los enunciados que van apareciendo en el ordenador y resuélvelo, después introduce el resultado para comprobar si la solución es correcta.

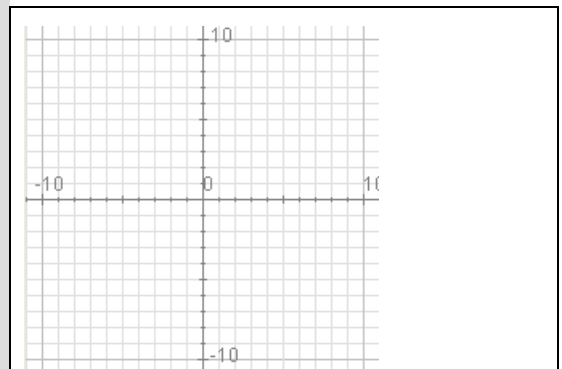
1 Indica cuál de las siguientes expresiones equivale a _____

_____ / _____ / _____ / _____

2 Averigua si el punto de coordenadas (__ , __) pertenece a la gráfica de la función _____

3 Calcula la imagen de _____ y la antiimagen de _____ por la función del dibujo.

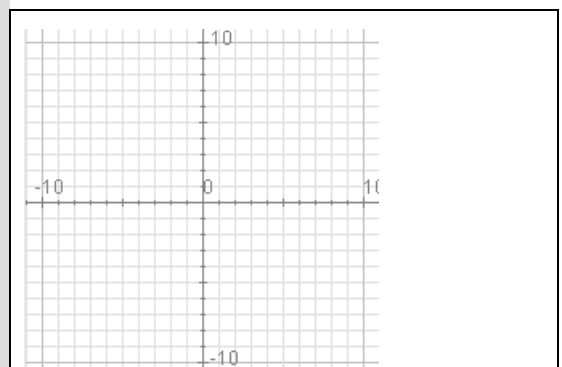
(Observa el dibujo y cópialo junto a la respuesta)



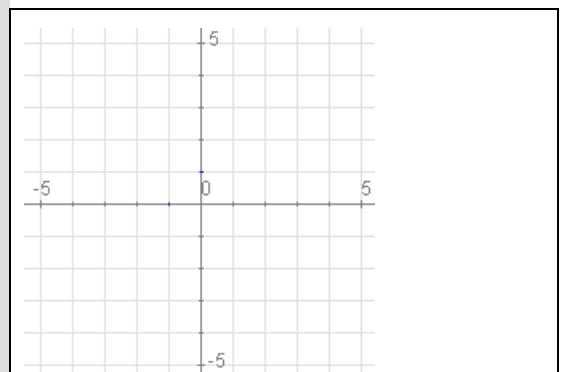
4 Calcula la imagen de _____ y la antiimagen de _____ por la función _____.

5 Determina el dominio y el recorrido de la función adjunta.

(Observa el dibujo y cópialo junto a la respuesta)

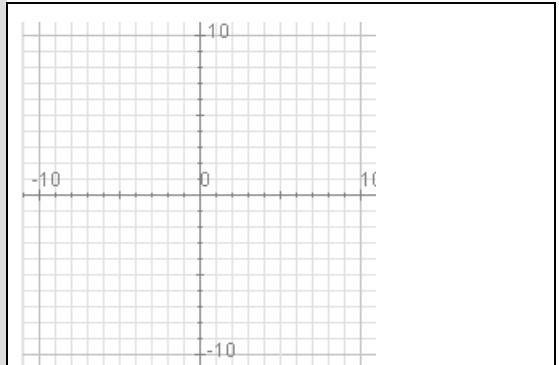


6 ¿Es continua la función de la imagen?
(Observa el dibujo y cópialo junto a la respuesta)

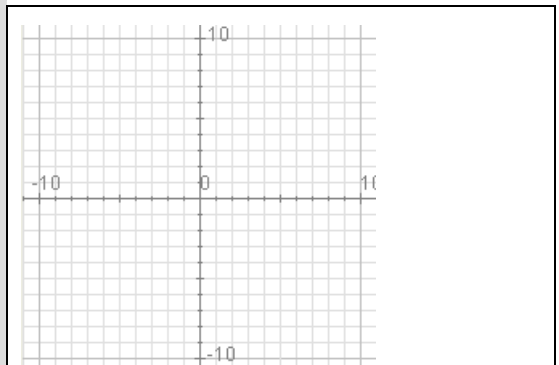


7 Calcula las coordenadas de los puntos de corte de la gráfica de la función _____ con los ejes.

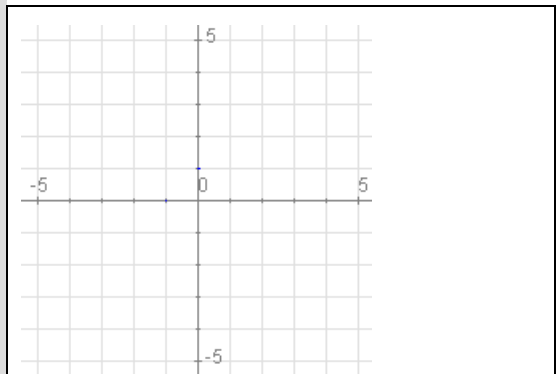
8 Halla el intervalo en el que la función adjunta no crece.
(Observa el dibujo y cópialo junto a la respuesta)



9 Halla los valores en los que la función de la imagen alcanza un mínimo y un máximo relativo.
(Observa el dibujo y cópialo junto a la respuesta)



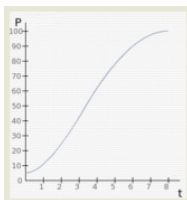
10 Determina el periodo de la función de la imagen.
(Observa el dibujo y cópialo junto a la respuesta)





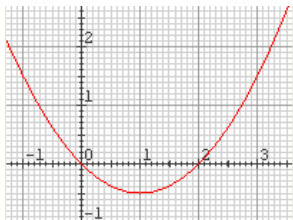
Para practicar más

- Observando la evolución de un cultivo de bacterias llamamos P al número de millones de bacterias y T al tiempo transcurrido en horas. ¿Qué representa la gráfica adjunta: P en función de T o T en función de P?
- Una empresa fabrica y comercializa un producto. La cantidad producida se representa por x y el coste de producción con C. ¿Qué representa la función $h(x)=C$: el coste en función de la cantidad o viceversa?
- Dada la función $y = f(x) = 2x - 1$ completa la tabla de valores adjunta y represéntala en una cuadrícula:

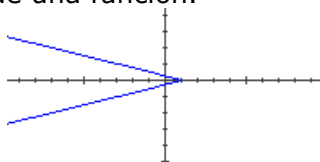


X	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

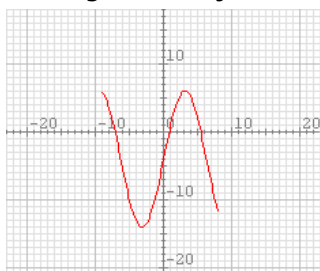
- Calcula la imagen -0,5 y las posibles anti-ímagenes de 1,5 por la función cuya gráfica puedes ver abajo.



- Dada la función $f(x) = 3x + 2$ calcula la imagen de 0,2 y la anti-imagen de 2,2.
- Determina de forma razonada si la gráfica adjunta corresponde o no a la gráfica de una función.



- Determina el dominio y el recorrido de la función de la gráfica adjunta.

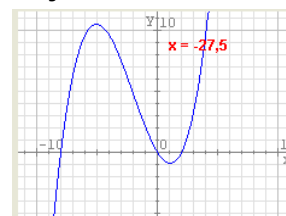
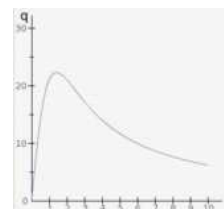


- La tabla adjunta muestra un extracto de recibo de agua en la que se muestra el precio unitario del metro cúbico de agua consumida en función del agua consumida. Indica de forma razonada si se trata de una función continua o discontinua y traza su gráfica.

Consumo de agua (m ³)	Precio unitario (€)
De 0 a 15 m ³	0
De 15 a 30 m ³	0,45
De 30 a 45 m ³	0,50
De 45 a 60 m ³	0,55
Más de 60 m ³	0,60

- La función $F = 1,8 \cdot C + 32$ establece la relación entre la temperatura en grados Fahrenheit (F) y la temperatura en grados Celsius (C). Calcula la temperatura en grados Fahrenheit a la que se congela el agua. Luego calcula a qué temperatura Celsius equivalen 0° F.
- Calcula las coordenadas de los puntos de corte con los ejes de la función $y = x + 4$.

- La gráfica representa la concentración (q en ml) en sangre de un medicamento inyectado a un paciente en función del tiempo (t en horas). Haz un informe que describa la situación en términos de crecimiento de la función.
- Determina los máximos y mínimos relativos de la función cuya gráfica se muestra abajo.



- Determina el periodo de la función de la imagen y calcula el valor aproximado de dicha función cuando $x = 23$

