

Objectius

En aquesta quinzena aprendràs a:

- Reconèixer i classificar els sistemes d'equacions segons el seu nombre de solucions.
- Obtenir la solució d'un sistema mitjançant una taula.
- Resoldre sistemes lineals de dues equacions amb dues incògnites, per els mètodes de substitució, igualació i reducció.
- Utilitzar el llenguatge algebraic i els sistemes per resoldre problemes.

Abans de començar.

| | |
|---------------------------------------|--------|
| 1. Equacions lineals | pàg. 4 |
| Definició. Solució | |
| 2. Sistemes d'equacions lineals | pàg. 5 |
| Definició. Solució | |
| Nombre de solucions | |
| 3. Mètodes de resolució | pàg. 7 |
| Reducció | |
| Substitució | |
| Igualació | |
| 4. Aplicacions pràctiques | pàg. 9 |
| Resolució de problemes | |

Exercicis per practicar

Per saber-ne més

Resum

Autoavaluació

Activitats per enviar al tutor

Abans de començar

Per començar, et proposo un problema senzill

Per presumir de certer un tirador agosarat es va trobar compromès en l'afer que os refereixo.

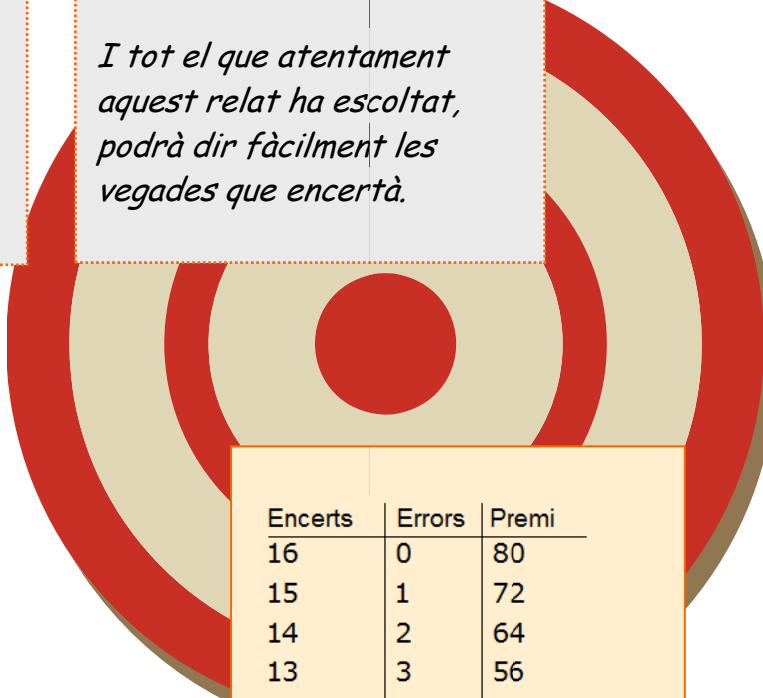
I va ser que en una caseta de la fira de la vila va presumir de no fallar ni un tir amb l'escopeta,

i el feriant alçant el gall un duro va oferir pagar per cada encert i cobrar tres pessetes per marrar

Setze vegades tirà el tirador afamat i a la fi digué, enfadat per les tirades errades:

"Mala escopeta és l'esquer i el motiu del meu greuge però ajustat el compte res et dec ni et quedo a deure".

I tot el que atentament aquest relat ha escoltat, podrà dir fàcilment les vegades que encertà.



| Encerts | Errors | Premi |
|---------|--------|-------|
| 16 | 0 | 80 |
| 15 | 1 | 72 |
| 14 | 2 | 64 |
| 13 | 3 | 56 |
| 12 | 4 | 48 |
| 11 | 5 | 40 |
| 10 | 6 | 32 |
| 9 | 7 | 24 |
| 8 | 8 | 16 |
| 7 | 9 | 8 |
| 6 | 10 | 0 |

Es pot veure que ha encertat 6 tirs.

Sistemes d'Equacions

1. Equacions Lineals

Definició

Una equació de primer grau s'anomena **equació lineal**.

Una **equació lineal amb dues incògnites** és una equació que es pot expressar de la forma **$ax+by=c$** , on x i y són les incògnites, i a , b i c són nombres coneguts

Solució

Una **solució** d'una equació lineal amb dues incògnites és un parell de valors **(x_i, y_i)** que fan certa la igualtat.

Una equació lineal amb dues incògnites té infinites solucions i si les representem formen una recta.

$$3x + y = 12$$

Coefficient de x és 3, Coeficient de y és 1, Terme independent = 12

Una solució de la equació és:

$$x=1 \quad y=9$$

Observa que $3 \cdot (1) + 9 = 12$

Per obtenir més solucions es dóna a x el valor que vulguem i es calcula la y

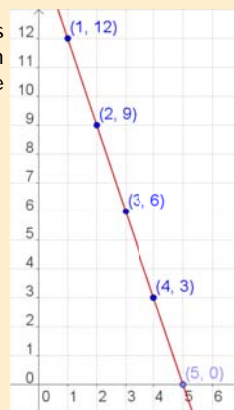
$$x = 0 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 0 = 12$$

$$x = 1 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 1 = 9$$

$$x = 2 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 2 = 6$$

$$x = 3 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 3 = 3$$

Si representem els punts en un sistema d'eixos de coordenades formen una recta:

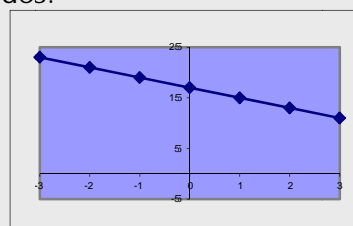


EXERCICIS resolts

- Donada l'equació: $3x + 2y = 17$, raona si els següents parells són solucions.
 - $x=1, y=3$ Sol: No és solució $3(1) + 2(3) = 4 + 6 = 10 \neq 17$
 - $x=5, y=1$ Sol: Sí és solució $3(5) + 2(1) = 15 + 2 = 17$
- Donada l'equació $5x - 2y = c$, esbrina el valor de c sabent que una solució es:
 - $x=3, y=6$ Sol: $5(3) - 2(6) = 15 - 12 = 3 \rightarrow c = 3$
 - $x=4, y=1$ Sol: $5(4) - 2(1) = 20 - 2 = 18 \rightarrow c = 18$
- Esbrina una solució (x,y) de l'equació $-4x + 5y = 17$ sabent que:
 - $x=7$ Sol: $-4(7) + 5y = 17 \rightarrow 5y = 45 \rightarrow y = 9 \rightarrow \text{sol} = (7, 9)$
 - $y=1$ Sol: $-4x + 5(1) = 17 \rightarrow -4x = 12 \rightarrow x = 3 \rightarrow \text{sol} = (3, 1)$
- Escriu una equació lineal amb dues incògnites de forma que una solució sigui:
 - $x=1, y=3$ Sol: $2x + 5y = 17$
 - $x=-2, y=1$ Sol: $2x + y = -3$
- Fes una taula de valors (x,y) que siguin solució de l'equació: $2x + y = 17$, i representa aquests valors en un sistema de coordenades.

Sol:

| | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y | 23 | 21 | 19 | 17 | 15 | 13 | 11 |



2. Sistemes d'equacions lineals

Definició. Solució

Sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ 3x + 4y = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

És una solució del sistema anterior

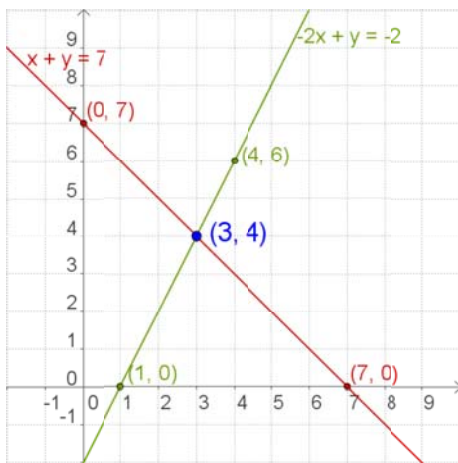
$$\begin{cases} 2(1) + 3(4) = 2 + 12 = 14 \\ 3(1) + 4(4) = 3 + 16 = 19 \end{cases}$$

Un **sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites** està format per dues equacions lineals de les quals es busca una solució comuna.

Una **solució** d'un sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites és un parell de valors **(x_i, y_i)** que verifiquen ambdues equacions. **Resoldre el sistema** és trobar una solució.

Nombre de solucions

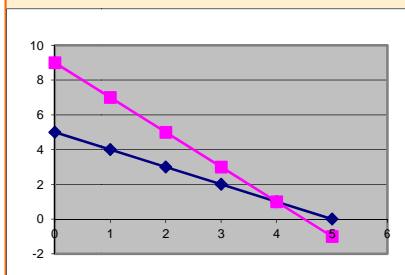
Un sistema d'equacions, segons el nombre de solucions que tingui, s'anomena:



- Sistema **Compatible Determinat**, si té una única solució. La representació gràfica del sistema són dues rectes que es tallen en un punt.
- Sistema **Compatible Indeterminat**, si té infinites solucions. La representació gràfica del sistema són dues rectes coincidents.
- Sistema **Incompatible**, si no té solució. La representació gràfica del sistema són dues rectes paral·leles.

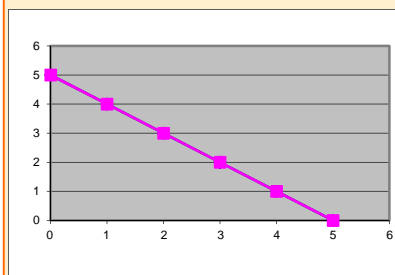
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + y = 9 \end{cases} \rightarrow \text{sol} = \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

Sistema Compatible Determinat



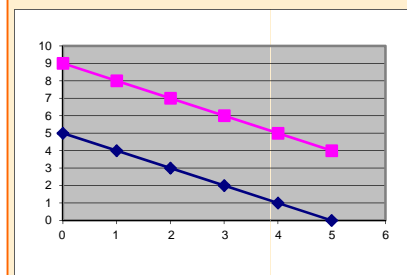
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$$

Sistema Compatible Indeterminat



$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$$

Sistema Incompatible



Sistemes d'Equacions

EXERCICIS resolts

6. Donat el sistema: $\begin{cases} 3x + 2y = 17 \\ 5x - y = 11 \end{cases}$, raona si els següents parells són solució.

a) $x=3, y=4$ Sol: Sí, és solució $\begin{cases} 3(3) + 2(4) = 9 + 8 = 17 \\ 5(3) - (4) = 15 - 4 = 11 \end{cases}$

b) $x=5, y=1$ Sol: No és solució $\begin{cases} 3(5) + 2(1) = 15 + 2 = 17 \\ 5(5) - (1) = 25 - 1 = 24 \neq 11 \end{cases}$

c) $x=3, y=1$ Sol: Sí, és solució $\begin{cases} 3(3) + 2(1) = 9 + 2 = 11 \neq 17 \\ 5(3) - (1) = 15 - 1 = 14 \neq 11 \end{cases}$

7. Escriu un sistema de dues equacions que tingui per solució:

a) $x=1, y=2$ Sol: $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$

b) $x=3, y=1$ Sol: $\begin{cases} 3x - y = 8 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$

c) $x=2, y=3$ Sol: $\begin{cases} 3x + 5y = 21 \\ x - 4y = -10 \end{cases}$

8. Fes una taula de valors i troba la solució del sistema: $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 5x - y = 9 \end{cases}$

Sol: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ $3x + 2y = 8 \rightarrow$

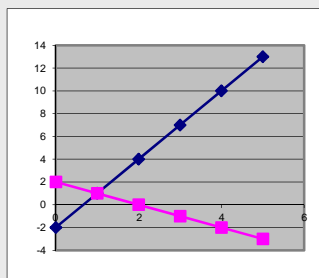
| | | | | | |
|---|----|------|---|-----|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 7 | 11/2 | 4 | 5/2 | 1 |

 $5x - y = 9 \rightarrow$

| | | | | | |
|---|-----|-----|----|----|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | -19 | -14 | -9 | -4 | 1 |

9. Indica quantes solucions té el sistema: $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - 3y = -2 \end{cases}$

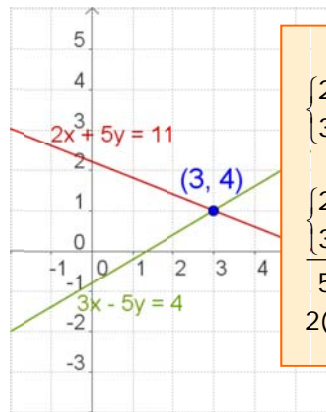
Sol: Una solució, Sistema Compatible Determinat



3. Mètodes de resolució

- ✓ Resoldre un sistema pel **mètode de reducció** consisteix a trobar un altre sistema, amb les mateixes solucions, que tingui els coeficients d'una mateixa incògnita iguals o de signe contrari, per tal que en restar o sumar la incògnita desaparegui.

Reducció



Reducció

$$\begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

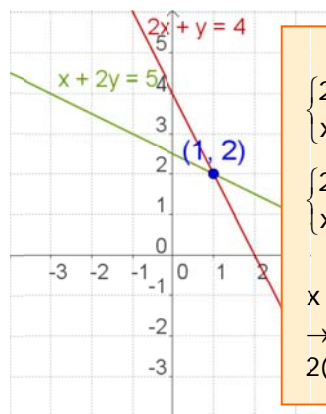
$$\begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

$$5x = 15 \rightarrow x = 3$$

$$2(3) + 5y = 11 \rightarrow 5y = 5 \rightarrow y = 1$$

- ✓ Per resoldre un sistema pel **mètode de substitució**, s'aïlla una incògnita en una de les equacions i se substitueix el seu valor en l'altra.

Sustitució



Substitució

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 4 - 2x \\ x + 2(4 - 2x) = 5 \end{cases}$$

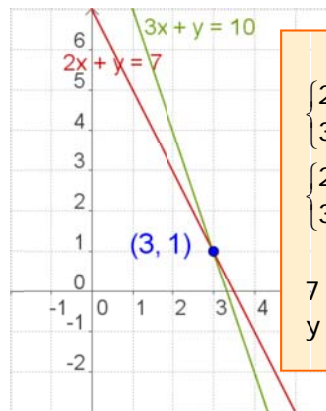
$$x + 2(4 - 2x) = 5 \rightarrow x + 8 - 4x = 5$$

$$\rightarrow -3x = -3 \rightarrow x = 1$$

$$2(1) + y = 4 \rightarrow y = 2$$

- ✓ Per resoldre un sistema pel **mètode de igualació**, s'aïlla una incògnita en una de les equacions i se substitueix el seu valor en l'altra.

Igualació



Igualació

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x + y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x + y = 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 7 - 2x \\ y = 10 - 3x \end{cases}$$

$$7 - 2x = 10 - 3x \rightarrow x = 3$$

$$y = 7 - 2x = 7 - 2(3) = 1 \rightarrow y = 1$$

EXERCICIS resolts

10. Resol els següents sistemes utilitzant el mètode de reducció:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 7y = 20 \\ 3x - 7y = 4 \end{cases} \text{ Sol: } \begin{cases} 2x + 7y = 20 \\ \underline{3x - 7y = -5} \\ 5x = 15 \rightarrow x = 3 \rightarrow 6 + 7y = 20 \rightarrow 7y = 14 \rightarrow y = 2 \end{cases}$$

$$\text{sol } \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases} \text{ Sol: } \begin{cases} 10x + 15y = 45 \\ 9x - 15y = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ \underline{3x - 5y = 4} \\ 19x = 57 \rightarrow x = 3 \rightarrow 6 + 3y = 9 \rightarrow 3y = 3 \rightarrow y = 1 \end{cases}$$

$$\text{sol } \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

11. Resol els següents sistemes utilitzant el mètode de substitució:

$$\text{a) } \begin{cases} x + 7y = 11 \\ 3x - 5y = 7 \end{cases} \text{ Sol: } \begin{cases} x + 7y = 11 \rightarrow x = 11 - 7y \\ 3(11 - 7y) - 5y = 7 \rightarrow 33 - 21y - 5y = 7 \rightarrow -26y = -26 \\ y = 1 \rightarrow x = 11 - 7(1) = 4 \end{cases}$$

$$\text{sol } \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x + 4y = 13 \end{cases} \text{ Sol: } \begin{cases} 2x + y = 7 \rightarrow y = 7 - 2x \\ 3x + 4(7 - 2x) = 13 \rightarrow 3x + 28 - 8x = 13 \rightarrow -5x = -15 \\ x = 3 \rightarrow y = 7 - 2(3) = 1 \end{cases}$$

$$\text{sol } \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

12. Resol els següents sistemes utilitzant el mètode d'igualació:

$$\text{a) } \begin{cases} x + 7y = 23 \\ x - 5y = -13 \end{cases} \text{ Sol: } \begin{cases} x + 7y = 23 \rightarrow x = 23 - 7y \\ x - 5y = -13 \rightarrow x = -13 + 5y \end{cases} \rightarrow 23 - 7y = -13 + 5y \rightarrow -12y = -36 \rightarrow y = 3$$

$$x = 23 - 7(3) \rightarrow x = 23 - 21 = 2$$

$$\text{sol } \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

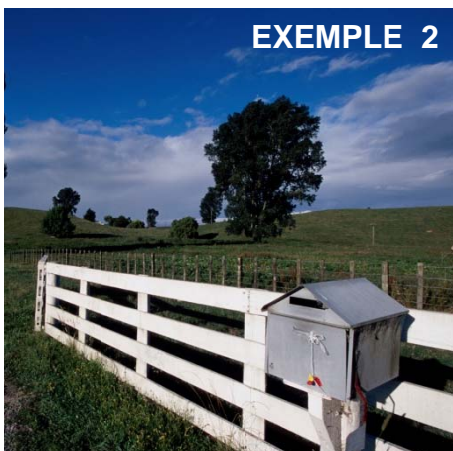
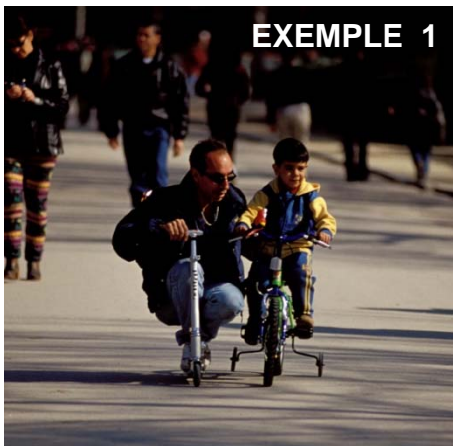
$$\text{b) } \begin{cases} 2x + y = 13 \\ x + y = 9 \end{cases} \text{ Sol: } \begin{cases} 2x + y = 13 \rightarrow y = 13 - 2x \\ x + y = 9 \rightarrow y = 9 - x \end{cases} \rightarrow 13 - 2x = 9 - x \rightarrow -x = -4 \rightarrow x = 4$$

$$y = 13 - 2(4) \rightarrow y = 13 - 8 = 5$$

$$\text{sol } \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$$

Recorda els passos:

- Comprendre l'enunciat
- Identificar las incògnites
- Traduir a llenguatge algebraic
- Plantejar les equacions
- Resoldre el sistema
- Comprovar la solució



4. Aplicacions pràctiques

Resolució de problemes

Per resoldre un problema mitjançant un sistema, s'han de traduir al llenguatge algebraic les condicions de l'enunciat, i després resoldre el sistema plantejat.

Comença per llegir amb atenció l'enunciat, fins que tinguis clar que has entès bé el que s'ha de calcular i les dades que et donen.

Un cop resolt el sistema, no oblidis donar la solució al problema.

- ✓ *La suma de les edats d'un pare i del seu fill és 39 i la seva diferència és 25, quina és l'edat de cada un d'ells?*

Anomenem: x a l'edat del pare

y a l'edat del fill

La suma de les edats és 39: $x + y = 39$

La diferència de les edats és 25: $x - y = 25$

El sistema és:
$$\begin{cases} x + y = 39 \\ x - y = 25 \end{cases}$$

resolem el sistema pel mètode de reducció:

$$\begin{cases} x + y = 39 \\ x - y = 25 \end{cases}$$

$$2x = 64 \rightarrow x = 32$$

$$y = 39 - x = 39 - 32 \rightarrow y = 7$$

L'edat del pare és 32 anys, i la del fill, 7 anys.

- ✓ *Una parcel·la rectangular té un perímetre de 320 m. Si mesura el triple de llarg que d'ample, quines són les dimensions de la parcel·la?*

Anomenem: x a l'amplada i y a la llargada

La llargada és triple que l'amplada: $y = 3x$

El perímetre és 320: $2x + 2y = 320$

El sistema és:
$$\begin{cases} y = 3x \\ 2x + 2y = 320 \end{cases}$$

Que resolem per substitució:

$$2 \cdot 3x + 2x = 320 \rightarrow 6x + 2x = 320 \rightarrow 8x = 320 \rightarrow x = 40 \text{ m}$$

$$y = 3x \rightarrow y = 120 \text{ m}$$

La parcel·la mesura 40 m d'ample per 120 m de llarg.

EXERCICIS resolts

13. L'Anna té en la seva cartera bitllets de 10€ i 50€, en total té 20 bitllets i 440€. Quants bitllets té de cada tipus?

Sol:

$$\begin{array}{l} x : \text{Bitllets de 50€} \\ y : \text{Bitllets de 10€} \end{array} \rightarrow \begin{cases} x + y = 20 \\ 50x + 10y = 440 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 20 \rightarrow y = 20 - x \\ 5x + y = 44 \rightarrow y = 44 - 5x \end{cases}$$

$$20 - x = 44 - 5x \rightarrow 4x = 24 \rightarrow x = 6 \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 20 - x = 20 - 6 = 14 \end{cases}$$

Té 6 bitllets de 50€ i 14 de 10€.

14. La suma de les edats d'en Miquel i en Pere és 97. Dintre de 4 anys l'edat d'en Pere serà quatre vegades l'edat d'en Miquel. Quina és l'edat de cada un?

Sol:

$$\begin{array}{l} x : \text{Edat d'en Miquel} \\ y : \text{Edat d'en Pere} \end{array} \rightarrow \begin{cases} x + y = 97 \\ y + 4 = 4(x + 4) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 97 \\ 4x - y = -12 \\ \hline 5x = 85 \rightarrow x = 17 \end{cases}$$

$$17 + y = 97 \rightarrow y = 80 \rightarrow \begin{cases} x = 17 \\ y = 80 \end{cases}$$

L'edat d'en Miquel és de 17 anys, i la d'en Pere, 80.

15. Es vol obtenir 90 kg de cafè a 8'5 €/kg, barrejant cafè de 15 €/kg amb cafè de 6 €/kg, quants kg de cada classe s'han de barrejar?

Sol:

$$\begin{array}{l} x : \text{Kg de cafè de 15€/kg} \\ y : \text{Kg de cafè de 6€/kg} \end{array} \rightarrow \begin{cases} x + y = 90 \\ 15x + 6y = 765 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 90 - y \\ 15(90 - y) + 6y = 765 \end{cases}$$

$$1350 - 15y + 6y = 765 \rightarrow -9y = -585 \rightarrow y = 65$$

$$x = 90 - y = 90 - 65 \rightarrow x = 35 \rightarrow \begin{cases} x = 35 \\ y = 65 \end{cases}$$

S'han de barrejar 35 kg de cafè de 15 €/kg amb 65 kg de cafè de 6 €/kg

16. En un taller hi ha 154 vehicles, entre cotxes i motos, si el nombre de rodes és de 458, quantes motos i cotxes hi ha?

Sol:

$$\begin{array}{l} x : \text{nombre de cotxes} \\ y : \text{nombre de motos} \end{array} \rightarrow \begin{cases} x + y = 154 \\ 4x + 2y = 468 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 154 \\ 2x + y = 234 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x - y = -154 \\ 2x + y = 234 \\ \hline x = 80 \end{cases}$$

$$y = 154 - x = 154 - 80 \rightarrow y = 74 \rightarrow \begin{cases} x = 80 \\ y = 74 \end{cases}$$

Hi ha 80 cotxes i 74 motos



Per practicar

- Calcula el valor de c per tal que la solució de l'equació, $x + 7y = c$ sigui:
 - $x = 1$, $y = 2$
 - $x = 3$, $y = -3$
 - $x = 5$, $y = 0$
 - $x = -2$, $y = 3$
- Troba una solució (x,y) de l'equació $-4x + y = 17$ sabent que:
 - $x = 1$
 - $y = -7$
- Escriu un sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites amb solució:
 - $x = 4$, $y = -3$
 - $x = 1$, $y = -2$
 - $x = 0$, $y = 5$
 - $x = 1$, $y = 1$
- Escriu un sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites que:
 - tingui infinites solucions
 - tingui una sola solució
 - no tingui solució
- Raona si el punt (x,y) és solució del sistema:
 - $x = 3$, $y = 4 \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ 3x + 4y = 24 \end{cases}$
 - $x = 1$, $y = 2 \rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = -1 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases}$
- Resol gràficament els següents sistemes:
 - $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x + 2y = 12 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x + y = 6 \\ x + y = 10 \end{cases}$
- Resol per reducció:
 - $\begin{cases} 2x + y = 15 \\ x - 2y = -15 \end{cases}$
 - $\begin{cases} -7x + 6y = -29 \\ x + 3y = 8 \end{cases}$
 - $\begin{cases} -9x - 4y = -53 \\ 9x + 8y = 61 \end{cases}$
- Resol per substitució:
 - $\begin{cases} x - 12y = 1 \\ -4x - 9y = 15 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x + 6y = 3 \\ -9x + 2y = -83 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x + 2y = -17 \\ 5x + 2y = -21 \end{cases}$
- Resol per igualació:
 - $\begin{cases} x - 2y = 17 \\ 7x - 6y = 47 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x - 4y = 32 \\ x - 3y = -17 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x - 2y = -14 \\ x + 4y = 4 \end{cases}$

10. Troba dos nombres sabent que el major més sis vegades el menor és igual a 62 i el menor més cinc vegades el major és igual a 78.
11. En dividir un nombre entre un altre el quocient és 2 i el residu és 5. Si la diferència entre el dividend i el divisor és 51, de quins nombres es tracta?
12. La base d'un rectangle mesura 20 dm més que la seva altura. Si el perímetre mesura 172 dm, quines són les dimensions del rectangle?
13. En una classe hi ha 80 alumnes entre nois i noies. En l'últim examen de matemàtiques han aprovat 60 alumnes, el 50% de les noies i el 90 % dels nois. Quants nois i noies hi ha a la classe?
14. La base d'un rectangle mesura 70 dm més que la seva altura. Si el perímetre mesura 412 dm, quines són les dimensions del rectangle?
15. En Joan ha realitzat un examen que constava de 68 preguntes, ha deixat sense contestar 18 preguntes i ha obtingut 478 punts. Si per cada resposta correcta se sumen 10 punts i per cada resposta incorrecta es resta un punt, quantes preguntes ha contestat bé i quantes ha contestat malament?
16. En Paco té en el seu moneder 210€ en bitllets de 5 i 20 euros. Si disposa de 15 bitllets, quants bitllets té de cada classe?
17. La suma de dos nombres és 85 i la seva diferència és 19. Quins són els nombres?
18. La suma de les edats de la Lluïsa i d'en Miquel és 32 anys. Dintre de 8 anys l'edat d'en Miquel serà dues vegades l'edat de la Lluïsa. Quines edats tenen ambdós?
19. La Maria ha comprat un pantaló i un jersei. Els preus d'aquestes peces sumen 77€, però li han fet un descompte del 10% en el pantaló i d'un 20% en el jersei, pagant en total 63'60€. Quin és el preu sense rebaixar de cada peça?
20. Trobeu un nombre de dues xifres sabent que sumen 10 i que si li restem el nombre que resulta a l'intercanviar les seves xifres el resultat és 72.
21. Esbrina les dimensions d'un rectangle sabent que el seu perímetre mesura 88 cm i que el triple de la base més el doble de l'altura és igual a 118.
22. La suma de les edats de la Raquel i la Lluïsa són 65 anys. L'edat de la Lluïsa més quatre vegades l'edat de la Raquel és igual a 104. Quines edats tenen ambdues?
23. Es vol obtenir 25 kg de cafè a 12'36 €/kg, barrejant cafè de 15 €/kg amb cafè de 9 €/kg. Quants quilograms de cada classe s'han de barrejar?
24. Un hotel té 94 habitacions entre dobles i individuals. Si el nombre de llits és 170. Quantes habitacions dobles té? Quantes individuals?
25. Troba dos nombres tal que si es divideixen el primer per 3 i el segon per 4, la suma dels quocients és 15, mentre que si es multiplica el primer per 2 i el segon per 5 la suma dels productes és 188.
26. En un corral hi ha gallines i conills, si es compten els caps, són 50, si es compten les potes són 134. Quants animals de cada classe hi ha?
27. Calcula dos nombres que sumin 150 i la seva diferència sigui quàdruple del menor.

Para saber-ne més



Mètode de Gauss

Pots observar que alguns sistemes són molt fàcils de resoldre.

Per exemple

$$\begin{cases} x + 4y = 9 \\ 2y = 6 \end{cases} \quad (\text{És un sistema **esglaonat**.)}$$

S'aïlla la **y** en la segona equació i després se substitueix en la primera per trobar **x**.

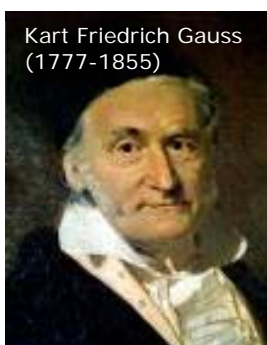
✓ Qualsevol sistema es pot transformar en un d'esglaonat, i resoldre'l d'aquesta manera. Aquest procediment s'anomena **mètode de Gauss**.

A més a més, aquest mètode també és còmode per a sistemes de tres equacions i tres incògnites.

Per exemple

$$\begin{cases} x + 4y - z = 10 \\ 2y + z = 5 \\ z = 1 \end{cases}$$

De manera còmoda, pots veure que la solució és **z=1, y=2, x=3**



Karl Friedrich Gauss
(1777-1855)

El mètode de Gauss consisteix en obtenir un sistema equivalent al donat que sigui esglaonat:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = p \\ b_2y + c_2z = q \\ c_3z = r \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y = 11 \\ 2x + 5y = 19 \end{cases} \xrightarrow{\substack{\text{canvio la fila 2 per la} \\ \text{suma d'ella amb} \\ \text{la primera} \\ \text{multiplicada per -2}}} \begin{cases} x + 3y = 11 \\ -y = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 11 - 3(3) = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ 2x + 3y + z = 13 \\ x + 2y + z = 12 \end{cases} \xrightarrow{\substack{\text{canvio la fila 2 per} \\ \text{la suma d'ella amb} \\ \text{la primera fila} \\ \text{multiplicada per -2}}} \begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \\ x + 2y + z = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \\ y - 2z = 2 \end{cases} \xrightarrow{\substack{\text{canvio la fila 3 per} \\ \text{la suma d'ella amb} \\ \text{la primera fila} \\ \text{multiplicada per -1}}} \begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \\ y - 2z = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \\ y - 2z = 2 \end{cases} \xrightarrow{\substack{\text{canvio la fila 3 per} \\ \text{la suma d'ella amb} \\ \text{la segona fila} \\ \text{multiplicada per -1}}} \begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \\ 3z = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \\ 3z = 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \\ z = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \\ z = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y = -7 + 15 = 8 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -7 \\ y = 8 \\ z = 3 \end{cases}$$



Recorda el més important

Equació de primer grau amb dues incògnites $ax + by = c$

a i b són els **coeficients**.
c és el **terme independent**.

Les solucions de l'equació són parells de nombres (x,y) que la verifiquen.

Hi ha infinites solucions.

Les solucions, si les representem, estan alineades.

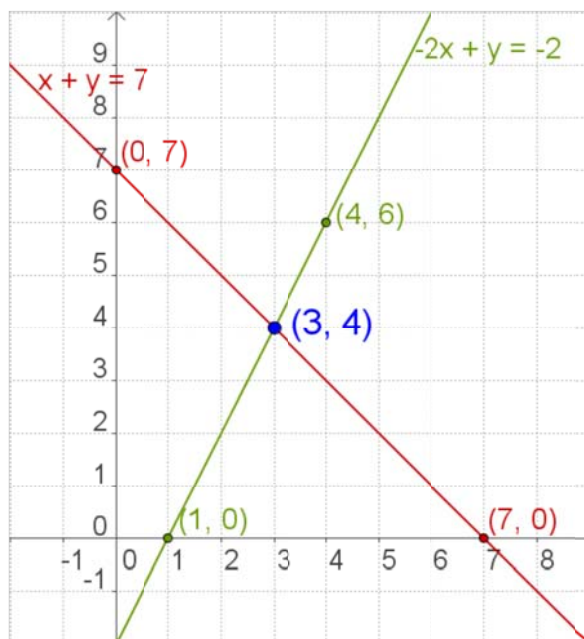
Sistemes de dues equacions de primer grau amb dues incògnites

Ve donat per l'expressió:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ px + qy = r \end{cases}$$

a, b, p, q són els coeficients

c i r són els termes independents.



Cadascuna de les equacions es representa mitjançant una recta, les coordenades (x,y) del punt en què es tallen són la solució del sistema.

Mètodes de resolució

- **Reducció**
- **Substitució**
- **Igualació**

Sistema Compatible Determinat

El que té una única solució

Sistema Compatible Indeterminat

El que té infinites solucions

Sistema Incompatible

El que no té solució

Per resoldre problemes

- 1) Identificar les incògnites
- 2) Escriure el sistema
- 3) Resoldre'l
- 4) Comprovar les solucions
- 5) Donar la solució del problema

Autoavaluació



1. Escriu un sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites que tinguin com a única solució: $x=5$, $y=-9$
2. Esbrina el valor de c per tal que el sistema tingui infinites solucions.
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = c \end{cases}$$
3. Escriu un sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites que no tingui solució.
4. Escriu una solució de l'equació: $-x + y = -5$
5. Resol per reducció:
$$\begin{cases} 3x + y = 13 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$
6. Resol per substitució:
$$\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 5x - y = 7 \end{cases}$$
7. Resol per igualació:
$$\begin{cases} x + 4y = 23 \\ x + 5y = 28 \end{cases}$$
8. Troba dos nombres de diferència 53 i de suma 319.
9. El quadrat d'un nombre positiu més el doble del seu oposat és 960. Quin és el nombre?
10. Troba les dimensions d'un rectangle de perímetre 140 cm si la base és 10 cm major que l'altura.

Sistemes d'Equacions

Solucions dels exercicis per practicar

- a) 15 b) -18 c) 5 d) 19
- a) $x = 1$ $y = 21$
b) $x = -6$ $y = -7$
- a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = -1 \\ x + 3y = -5 \end{cases}$
c) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$
- a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}$
c) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$
- a) no b) si
- a) Hi ha infinites solucions
b) $x = 5$ $y = 3$ c) No hi ha solució
- a) $x = 3$ $y = 9$
b) $x = 5$ $y = 1$
c) $x = 5$ $y = 2$
- a) $x = -3$ $y = -1/3$
b) $x = 9$ $y = -1$
c) $x = -1$ $y = -8$
- a) $x = -1$ $y = -9$
b) $x = 4$ $y = 7$
c) $x = -8$ $y = 3$
10. 14 i 8
11. 97 i 46
12. 52 i 33
13. 50 nois i 30 noies
14. 138 i 68
15. 48 bé i 2 malament
16. 6 de 5€ i 9 de 20€
17. 52 i 33
18. El pantaló 20€ i el jersei 57€
19. La Lluïsa té 8 anys i en Miquel, 24
20. 91
21. La base 30 cm i l'altura 14 cm
22. La Lluïsa té 52 anys i la Raquel, 13
23. 14 kg de 15€/kg amb 11 kg de 9€/kg
24. 18 individuals i 76 dobles
25. el primer 24 i el segon 28
26. 33 gallines i 17 conills
27. 125 i 25

Solucions AUTOAVALUACIÓ

- $\begin{cases} x + y = -4 \\ x - y = 14 \end{cases}$
- $c = 6$
- $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 7 \end{cases}$
- $x = 4$ $y = 1$
- $x = 2$ $y = 3$
- $x = 3$ $y = 5$
- 186 i 133
- 32
- base = 40 altura = 30