

## Objectius

Aquesta quinzena aprendràs a:

- Emprar les expressions algebraiques i calcular el seu valor numèric.
- Reconèixer els polinomis i el seu grau.
- Sumar, restar i multiplicar polinomis.
- Treure factor comú.
- Conèixer i utilitzar les identitats notables.

Abans de començar

1. Monomis i Polinomis ..... pàg. 4  
 Expressions algebraiques  
 Expressió en coeficients  
 Valor numèric d'un polinomi

2. Operacions amb polinomis .. ..... pàg. 6  
 Suma i diferència  
 Producte  
 Factor comú

3. Identitats notables ..... pàg. 8  
 Suma al quadrat  
 Diferència al quadrat  
 Suma per diferència

Exercicis per practicar

Per saber-ne més

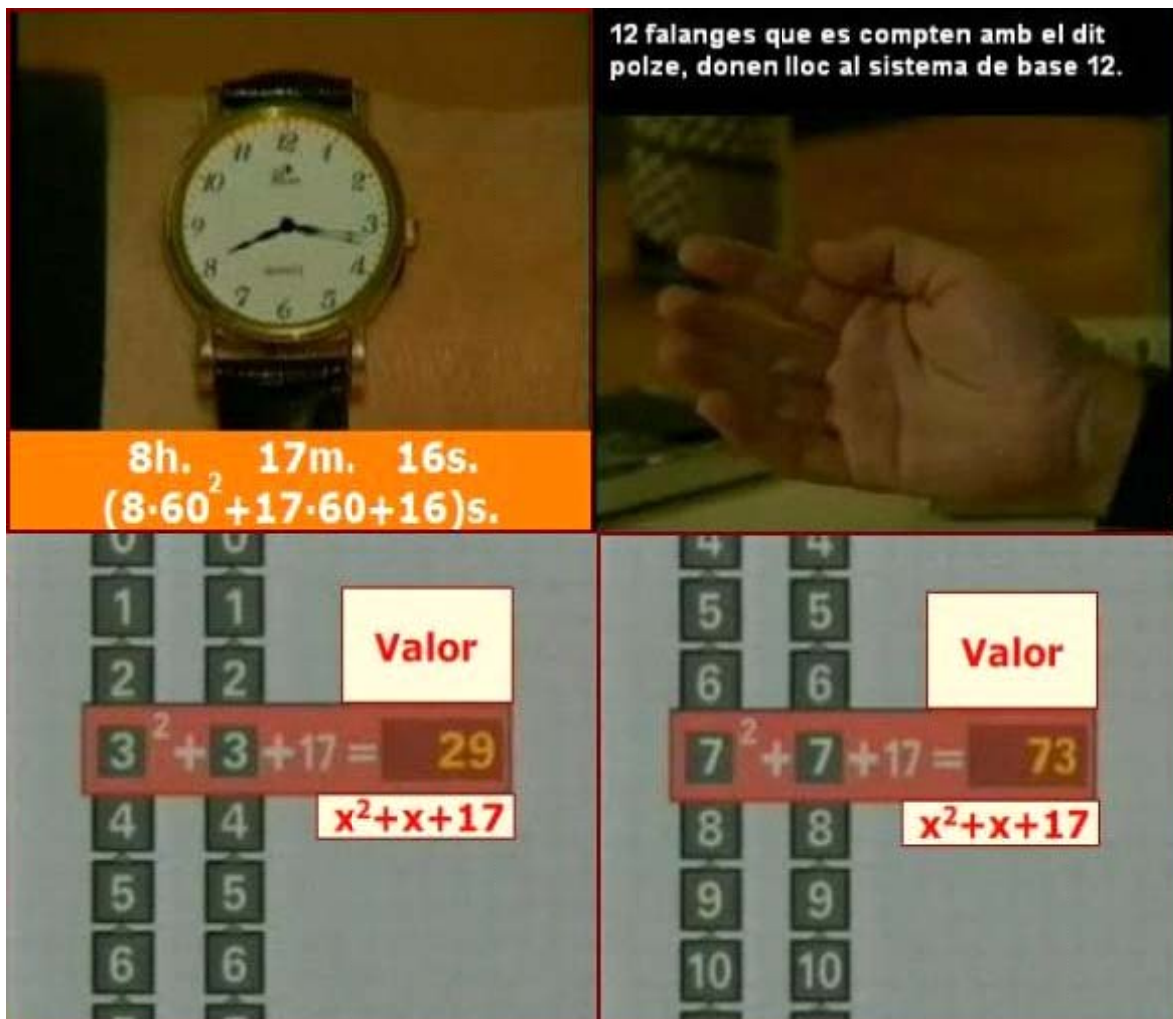
Resum

Autoavaluació

Activitats per enviar al tutor



Abans de començar



Expressions polinòmiques i valor numèric

Si el nombre 235 està donat en **base 10** la seva expressió polinòmica és  $2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 5$ , valor numèric per a  $x = 10$  de l'expressió  $2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 5$ .  
 Per mesurar angles o el temps es fa servir la **base sexagesimal**, així 2 hores 3 minuts 5 segons és igual a  $2 \cdot 60^2 + 3 \cdot 60 + 5$  segons, valor numèric per a  $x = 60$  de  $2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 5$ .  
 Per expressar la quantitat de color s'utilitza el sistema de **base 16** o **hexadecimal**, així 48 en aquest sistema és igual a  $4 \cdot 16 + 8$  en base 10, valor numèric per a  $x = 16$  de l'expressió  $4 \cdot x + 8$ .  
 El llenguatge dels ordinadors està basat en el **sistema binari o de base 2**, amb només dues xifres el 0 i l'1; el valor decimal de la expressió binària 11001 és

$$2^4 + 2^3 + 1, \text{ valor numèric per a } x = 2 \text{ de l'expressió } x^4 + x^3 + 1.$$

# Polinomis

## 1. Monomis i polinomis

### Expressions algebraiques

Les expressions algebraiques s'utilitzen en moltes ocasions (sumes, diferències, productes, quocients i potències de nombres i lletres), a la dreta n'hi pots veure algunes.

Quan l'expressió algebraica és d'aquests tipus:

$$3xy^2; 2x^{10}; \frac{3}{4} \cdot x^2 \cdot y^5$$

només amb productes de nombres i potències variables d'exponent natural, se l'anomena **monomi**.

**La suma de diversos monomis és un polinomi.**

Observa com es determinen el **grau** i els **coeficients** dels exemples:

$3xy^4$  és un monomi de dues variables amb **coeficient 3** de **grau 5**, un per la x i quatre per la y.

El coeficient de  $\frac{3}{4} x^2 y^5$  és  $\frac{3}{4}$  i el **seu grau 7**.

El polinomi  $3x^5 + 4x^2 - 2$  és de **grau 5**, el major grau dels seus monomis, els seus coeficients són:

**3** de grau 5, **0** de 4, **0** de 3, **4** de 2, **0** de 1 i **-2** de 0.

### Expressió en coeficients

Es pot definir un polinomi mitjançant l'expressió en coeficients que significa donar tots els seus coeficients ordenats, començant pel de major grau i acabant pel de grau zero, per exemple el polinomi  $x^2 + 2x$  s'expressa per **1 2 0**.

Més exemples

Polinomi	Coeficients
$\sqrt{2} x^3$	$\sqrt{2}$ 0 0 0
$2x^3 - \frac{4}{5}$	2 0 0 $-\frac{4}{5}$
$x^3 + 4x^2 + 3x - 2$	1 4 3 -2

És evident que dos polinomis són iguals si i només si coincideixen les seves expressions en coeficients.

### Valor numèric d'un polinomi

La notació numèrica que fem servir està molt relacionada amb els polinomis. Si en el polinomi de coeficients **5 2 3**,

$$5x^2 + 2x + 3$$

substituïm x per 10, resulta

$$5 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 3 = 523,$$

hem tornat a l'expressió en coeficients del polinomi, passa el mateix en el sistema sexagesimal, que utilitzem per comptar les hores minuts i segons, si en el polinomi anterior substituïm x per 60

$$5 \cdot 60^2 + 2 \cdot 60 + 3$$

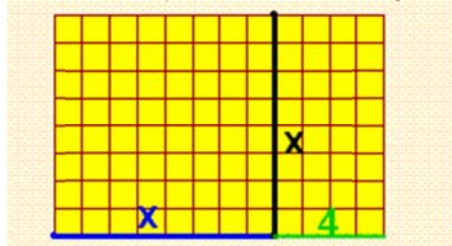
obtenim els 18123 segons que hi ha en

$$5 \text{ hores } 2 \text{ minuts i } 3 \text{ segons.}$$

523 és el valor numèric del polinomi per 10 i 18123

és el valor numèric d'aquest mateix polinomi per 60.

a) Troba l'expressió algebraica que dona el número de quadradets del rectangle.



b) Quin monomi ens dona els km recorreguts a una velocitat de x km/h durant t hores?



Solucions: a)  $x^2 + 4x$  b)  $x \cdot t$

Polinomi	$3x^4 + 0x^3 + 1x^2 + (-5)x^1 + 3x^0$
Forma usual d'escriure el polinomi	$3x^4 + x^2 - 5x + 3$

$$P(x) = x^5 + 2x^4 - 2x^3 - 4x^2$$

$$Q(x) = x^5 + ax^4 - 2x^3 - 4x^2$$

$$\text{Si } P(x) = Q(x), a = 2$$

$$P(x) = 2x^3 + 5x + 4$$

$$\text{Valor de } x \rightarrow 3$$

$$P(3) = 2 \cdot 3^3 + 5 \cdot 3 + 4$$

$$\text{Valor del polinomi per a } x = 3 \rightarrow 73$$


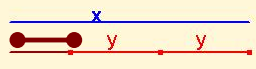
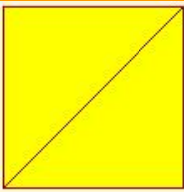
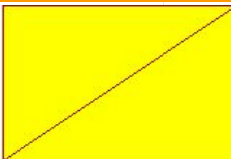


Pots utilitzar la calculadora per trobar el valor numèric d'un polinomi. Recorda que per realitzar la potència  $2^4$  s'utilitza la tecla  $x^y$ ,

$$2 \ x^y \ 4 = \rightarrow 16$$

### EXERCICIS resolts

1. Troba les expressions algebraiques associades a cada imatge

<p><b>x</b></p> <p><b>Àrea del rectangle</b></p> <p><b>y</b></p>	 <p><b>Volum, aresta = x</b></p>	<p>Longitud del segment marró</p> 	<p>Quin polinomi expressa la <b>mitjana aritmètica</b> de dos nombres <b>x, y</b>?</p>
<p>El triple d'un nombre menys cinc</p>	<p>La suma dels quadrats de dos nombres</p>	 <p>La diagonal d'un quadrat de costat x</p>	 <p>La diagonal d'un rectangle de base x i altura y</p>

Solucions

<p><math>x \cdot y</math></p> <p>Polinomi de grau 2 i dues variables</p>	<p><math>x^3</math></p> <p>Monomi de grau 3</p>	<p><math>x-2y</math></p> <p>Polinomi de grau 1 Dues variables</p>	<p><math>0,5x+0,5y</math></p> <p>Polinomi de grau 1 Dues variables</p>
<p><math>3x-5</math></p> <p>Polinomi de grau 1 Una variable</p>	<p><math>x^2+y^2</math></p>	<p><math>\sqrt{2} \cdot x</math></p>	<p><math>\sqrt{x^2 + y^2}</math></p>

2.

- x -4** El grau de P(x) és **7**
- 5 -2** El coeficient de major grau és **-2**
- +5 x<sup>7</sup>** El coeficient de grau 3 és **-5**
- x<sup>5</sup> x<sup>2</sup>** El coeficient de grau 2 és **-3**
- x<sup>3</sup> -3** El coeficient de grau 1 és **5**
- Els altres coeficients són zero

Solució

**$P(x) = -2x^7 - 4x^5 - 5x^3 - 3x^2 + 5x$**

3. Troba l'expressió en coeficients dels polinomis  $P(x) = 3x^2 - 2x + 1$ ;

$Q(x) = x^3 - 4$ ;  $R(x) = 0,5x^2 + 3x$

Les respectives expressions en coeficients són:

$P(x) \rightarrow 3 \ -2 \ 1$ ;  $Q(x) \rightarrow 1 \ 0 \ 0 \ -4$ ;  $R(x) \rightarrow 0,5 \ 3 \ 0$

4. Escriu les expressions polinòmiques dels polinomis l'expressió en coeficients dels quals és:

$P(x) \rightarrow 1 \ 0 \ 3 \ -1$ ;  $Q(x) \rightarrow 3 \ 2 \ 0 \ 0$ ;  $R(x) \rightarrow 3/2 \ -3 \ 0 \ 5$

$P(x) = x^3 + 3x - 1$ ;  $Q(x) = 3x^3 + 2x^2$ ;  $R(x) = 3/2 x^3 - 3x^2 + 5$

5. Troba el valor numèric per a 1, 0 i -2 dels següents polinomis:

POLINOMI	Valor per a 1	Valor per a 0	Valor per a -2
$x^5 - 2x^3 - x^2$	-2	0	-20
$x^2/5 - 1$	-5/5	-1	-1/5
$-2x^3 + \pi x^2$	$-2 + \pi$	0	$16 + 4\pi$
$-x^3 + 1,2x^2 - 1/5$	0	-1/5	63/5
$-\sqrt{2}x^2 + 1$	$-\sqrt{2} + 1$	1	$-4\sqrt{2} + 1$

# Polinomis

## 2. Operacions

### Suma i diferència

Per sumar o restar polinomis s'ajunten els monomis del mateix grau i es sumen o es resten

$$\begin{aligned} P(x) &= 5x^3 + 2x^2 + 3x + 4 \\ Q(x) &= 6x^3 + 7x^2 + 5x + 1 \\ P(x) + Q(x) &= 5x^3 + 2x^2 + 3x + 4 + 6x^3 + 7x^2 + 5x + 1 = \\ &= 5x^3 + 6x^3 + 2x^2 + 7x^2 + 3x + 5x + 4 + 1 = \\ &= 11x^3 + 9x^2 + 8x + 5 \end{aligned}$$

De manera semblant

$$P(x) - Q(x) = -x^3 - 5x^2 - 2x + 3$$

Per operar amb polinomis pot resultar pràctic passar a la seva expressió en coeficients.

**Suma**  $P(x) = 8x^4 + x^2 - 5x - 4$   
 $Q(x) = 3x^3 + x^2 - 3x - 2$

Es sumen els coeficients que tenen el mateix grau:

$P(x) \rightarrow$	8	0	1	-5	-4
$Q(x) \rightarrow$		3	1	-3	-2
$P(x) + Q(x) \rightarrow$	8	3	2	-8	-6

$$P(x) + Q(x) = 8x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 8x - 6$$

### Producte

Els polinomis es multipliquen monomi a monomi, aplicant la propietat distributiva del producte,

així si  $P(x) = 2x^3 + 3x + 4$  i  $Q(x) = x^2 + 5x$

$$\begin{aligned} P(x) \cdot Q(x) &= (2x^3 + 3x + 4) \cdot (x^2 + 5x) = \\ &= 2x^3x^2 + 3xx^2 + 4x^2 + 2x^35x + 3x5x + 4 \cdot 5x = \\ &= 2x^5 + 3x^3 + 4x^2 + 10x^4 + 15x^2 + 20x \end{aligned}$$

I ordenem els monomis segons el seu grau,  
 $2x^5 + 10x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 15x^2 + 20x =$   
 $= 2x^5 + 10x^4 + 3x^3 + 19x^2 + 20x$

$P(x) = 3x^3 + 5x - 4$   
 $Q(x) = x^2 - x + 2$

Es multipliquen coeficient a coeficient:

$P(x) \rightarrow$	3	0	5	-4		
$Q(x) \rightarrow$		1	-1	2		
		6	0	10	-8	
		-3	0	-5	4	
	3	0	5	-4		
$P(x) \cdot Q(x) \rightarrow$	3	-3	11	-9	14	-8

$$P(x) \cdot Q(x) = 3x^5 - 3x^4 + 11x^3 - 9x^2 + 14x - 8$$

### Factor $x^n$

Dos monomis poden tenir com a factor comú una potència de  $x$  i un factor dels seus coeficients. Els monomis del polinomi següent

$$6x^5 + 15x^2$$

tenen en comú la potència  $x^2$  doncs  $x^5 = x^3 \cdot x^2$

$$6x^3x^2 + 15x^2 = (6x^3 + 15)x^2$$

i els seus coeficients, 6 i 15 tenen com a factor comú el nombre 3 doncs  $6 = 2 \cdot 3$  y  $15 = 5 \cdot 3$ ,

$$(6x^3 + 15)x^2 = (2 \cdot 3 \cdot x^3 + 5 \cdot 3)x^2 = (2x^3 + 5)3x^2$$

**Diferència**  $P(x) = 3x^3 + x^2 + 5x + 4$   
 $Q(x) = 3x^3 + 3x + 2$

Es resten els coeficients de mateix grau:

$P(x) \rightarrow$	3	1	5	4
$Q(x) \rightarrow$	3	0	3	2
$P(x) - Q(x) \rightarrow$		1	2	2

$$P(x) - Q(x) = x^2 + 2x + 2$$

Observa el grau del resultat:  
 $\text{gr}(P \pm Q) \leq \max(\text{gr}(P), \text{gr}(Q))$

Para multiplicar el parèntesi per 4 s'ha de multiplicar els dos monomis.

$$(x^2 + 3x) \cdot 4 = x^2 \cdot 4 + 3x \cdot 4$$

$$\text{gr}(P \cdot Q) = \text{gr}(P) + \text{gr}(Q)$$

$$\begin{aligned} 2x^9 + x^6 - 3x^4 &= \\ = 2 \cdot x^4 \cdot x^5 + x^4 \cdot x^2 - 3 \cdot x^4 \end{aligned}$$

$x^4$  està a tots els sumands

$$\begin{aligned} 2x^9 + x^6 - 3x^4 &= \\ = x^4 \cdot (2x^5 + x^2 - 3) \end{aligned}$$

S'ha tret factor comú una potència de  $x$ .

$P(x) = 18x^6 + 27x^4$
Factor comú $\rightarrow$ $9x^4$
$P(x) = (2x^2 + 3)9x^4$

**EXERCICIS results**

6. Troba  $P(x)+Q(x)$  i  $3\cdot P(x)-Q(x)$

$P(x)=x^4+2x^3+3x$        $Q(x)=2x^3+x^2-3x+5$

$P(x) \rightarrow$	$3\cdot P(x) \rightarrow$
$Q(x) \rightarrow$	$Q(x) \rightarrow$
$P(x)+Q(x) \rightarrow$	$3\cdot P(x)-Q(x) \rightarrow$

$P(x)+Q(x)=x^4+4x^3+x^2+5$

$3\cdot P(x)-Q(x)=3x^4+4x^3-x^2+12x-5$

7. Multiplica  $P(x)=x^3+6x^2+4x-6$  per  $Q(x)=x^3+3x^2+5x-2$

$P(x) \rightarrow$	<u>1</u>	6	4	-6			
$Q(x) \rightarrow$	<u>1</u>	3	5	-2			
					-2	-12	-8
						5	30
							20
							-30
						3	18
							12
							-18
						<u>1</u>	6
							4
							-6
$P(x)\cdot Q(x) \rightarrow$	1	9	27	34	-10	-38	12

$P(x)\cdot(Q(x))=x^6+9x^5+27x^4+34x^3-10x^2-38x+12$

8. Suma  $P(x)$  i  $Q(x)$

Multiplica  $P(x)$  i  $Q(x)$

$$P(x) = 5x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{4}{5}x$$

$$Q(x) = x^3 - \frac{5}{2}x$$

$$P(x)-Q(x) = 4x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{17}{10}x$$

$$P(x) = -5x^{10} + 2x^8$$

$$Q(x) = -5x^9 + x^8$$

$$P(x)\cdot Q(x) = 25x^{19} - 5x^{18} - 10x^{17} + 2x^{16}$$

9. Treu factor comú

$P(x) = 4x^{13} - 4x^{11} - 6x^5 - 3x^4$	$P(x) = x^4 \cdot (4x^9 - 4x^7 - 6x - 3)$
$P(x) = -8x^{10} + 6x^9 - 2x^3 - 4x^2$	$P(x) = -2x^2 \cdot (4x^8 - 3x^7 + x + 2)$
$P(x) = 6x^5 + x^2 - 4x$	$P(x) = x \cdot (6x^4 + x - 4)$

## 3. Identitats notables

### Suma al quadrat

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

Demostració

$$\begin{array}{r} \phantom{x} \quad a \quad b \\ x \quad a \quad b \\ \hline \phantom{x} \quad ab \quad b^2 \\ \hline a^2 \quad ab \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

La suma al quadrat és igual a  
 quadrat del 1r  
 +doble del 1r pel 2n  
 +quadrat del 2n

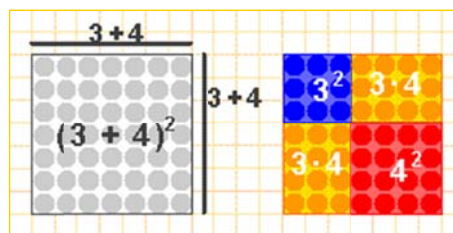
### Diferència al quadrat

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

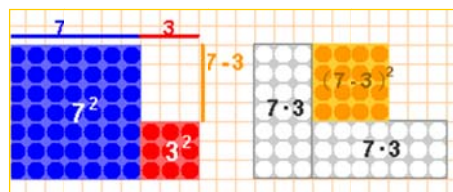
Demostració

$$\begin{array}{r} \phantom{x} \quad a \quad -b \\ x \quad a \quad -b \\ \hline \phantom{x} \quad -ab \quad b^2 \\ \hline a^2 \quad -ab \\ \hline a^2 - 2ab + b^2 \end{array}$$

La diferència al quadrat és igual a  
 quadrat del 1r  
 +doble del 1r pel 2n  
 +quadrat del 2n



El quadrat de  $a+b$  és igual a  $a^2+2ab+b^2$



Si a  $a^2+b^2$  li traiem  $2ab$ , resulta  $(a-b)^2$

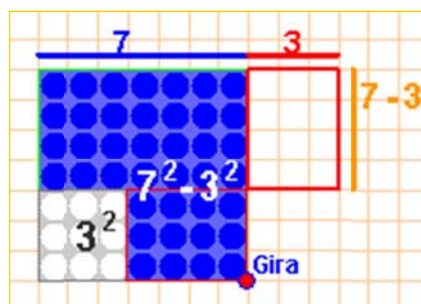
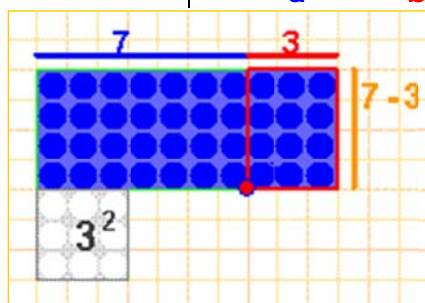
### Suma per diferència

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

La suma per diferència és igual a la diferència de quadrats.

Demostració

$$\begin{array}{r} \phantom{x} \quad a \quad b \\ x \quad a \quad -b \\ \hline \phantom{x} \quad -ab \quad -b^2 \\ \hline a^2 \quad ab \\ \hline a^2 \quad -b^2 \end{array}$$



A dalt en blau veiem la diferència de quadrats i a l'esquerra la suma per la diferència, n'hi ha prou en girar un rectangle i traslladar-lo per veure que les dues figures blaves coincideixen.

Has d'aprendre aquestes igualtats en els dos sentits, és a dir, si ens donen l'expressió

$$x^2 - 6x + 9$$

l'hem d'identificar amb

$$(x + 3)^2$$

i si ens donen l'expressió

$$(2x - 5)^2$$

l'expressarem com

$$4x^2 - 20x + 25$$

De manera semblant, hem de reconèixer la diferència de quadrats com suma per diferència:

$$24^2 - 23^2 = 24 + 23$$

I sabrem veure la suma per diferència com una diferència de quadrats:

$$(x + 3) \cdot (x - 3) = x^2 - 9$$

### CÀLCUL MENTAL

$$121^2 - 120^2$$

Si s'apliquen les identitats notables n'hi ha prou en sumar 121 i 120 per fer aquest càlcul.



### EXERCICIS resolts

10. Observa com s'apliquen les identitats notables

**Per desenvolupar  $(x+5)^2$**

Quadrat del 1r  $\rightarrow x^2$ . Doble del 1r pel 2n  $\rightarrow 2 \cdot x \cdot 5 = 10x$ . Quadrat del 2n  $\rightarrow 5^2 = 25$

per tant  $(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$

**Per descompondre el polinomi  $x^2 - 8x + 16$**  s'intenta veure un dels termes d'una identitat notable, com que els signes dels coeficients són alternatius, + - +, es compara amb la diferència al quadrat.

$16 = 4^2$  i  $8x =$  doble de  $x$  per 4  $\rightarrow x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2$

**Per descompondre el polinomi  $4x^2 - 9$**  s'intenta veure si és una identitat notable, com que el coeficient de grau u és 0, es compara amb la diferència de quadrats

$4x^2 = (2x)^2$ ;  $9 = 3^2 \rightarrow 4x^2 - 9 = (2x+3) \cdot (2x-3)$

11. Desenvolupa les següents expressions

Expressió	Solució	Expressió	Solució
$(x+1)^2$	$x^2+2x+1$	$(x-1)^2$	$x^2-2x+1$
$(2x+1)^2$	$4x^2+4x+1$	$(3-2x)^2$	$4x^2-12x+9$
$(3x/2+5)^2$	$9x^2/4+15x+25$	$(x/3-2)^2$	$x^2/9-4x/3+4$
$(\sqrt{2}x+2)^2$	$2x^2+4\sqrt{2}x+4$	$(x-\sqrt{3})^2$	$x^2-2\sqrt{3}x+3$

12. Troba l'expressió en coeficients dels següents productes

Productes	Solució	Productes	Solució
$(x+2) \cdot (x-2)$	$x^2-4$ ; 1 0 -4	$(x-1/4) \cdot (x+1/4)$	1 0 -1/16
$(3x+7) \cdot (3x-7)$	9 0 -49	$(1+\sqrt{2}x) \cdot (1-\sqrt{2}x)$	-2 0 1

13. Resol aplicant les identitats notables l'equació  $x^2+10x+9=0$

Es compara la primera part,  $x^2 + 10x$ , amb una identitat notable, amb  $(x+5)^2$

Ja que  $(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$ , per tant,  $x^2 + 10x = (x+5)^2 - 25$

i el primer terme de l'equació es  $x^2 + 10x + 9 = (x+5)^2 - 25 + 9$ ,

$(x+5)^2 - 16 = 0 \rightarrow (x+5)^2 - 4^2 = 0 \rightarrow (x+5+4) \cdot (x+5-4) = 0 \rightarrow$  Solucions  $x = -9$  i  $x = -1$

14. Aplica les identitats notables per descompondre en factors els següents polinomis

Expressió	Solució	Expressió	Solució
$4x^2+12x+9$	$(2x+3)^2$ o $9(2x+1)^2$	$49x^2-36$	$(7x+6) \cdot (7x-6)$
$36x^2+36x+9$	$(6x+3)^2$ o $9(2x+1)^2$	$25x^2-9/4$	$(5x+3/4) \cdot (5x-3/4)$
$6x^5-12x^4+6x^3$	$6x^2(x-1)^2$	$4x^2-3$	$(2x+\sqrt{3}) \cdot (2x-\sqrt{3})$

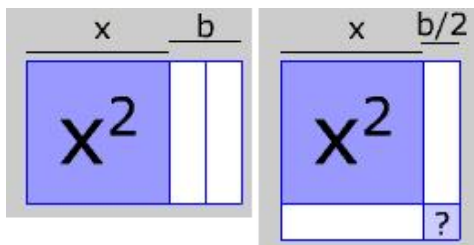
15. ESCRIU  $7^2$  com la diferència dels quadrats de dos nombres naturals.

49 és la suma de dos nombres consecutius, per tant,  $49 = 25^2 - 24^2$ .



## Per practicar

- Troba l'expressió algebraica d'un nombre de quatre xifres,  $xyzt$ , sabent que la xifra de les unitats és tres vegades la xifra de les desenes.
- De dilluns a dijous camino  $x$  Km diaris i de divendres a diumenge, 6 Km cada dia. Troba l'expressió algebraica que dona els Km que camino en 2 setmanes
- Si practico ciclisme a una velocitat mitjana de 45 Km/h Durant  $t$  hores al mes. Quants Km faig al cap d'un any?
- El meu sou mensual és de 1400€. Cada any augmenta un  $x\%$ . Calcula el sou mensual d'aquí a dos anys.
- $2 \cdot \pi \cdot \text{radi}$  és l'expressió que defineix la longitud de la circumferència en funció del seu radi. Quina és la variable? el grau? el coeficient? la longitud per a un radi de 3 cm?
- $\pi \cdot \text{radi}^2$  és l'expressió que defineix l'àrea del cercle en funció del seu radi. Quina es la variable? el grau? el coeficient? L'àrea per a un radi de 12 cm?
- $4 \cdot \pi \cdot \text{radi}^2$  és l'expressió que defineix l'àrea de l'esfera en funció del seu radi. Quina és la variable? el grau? el coeficient? L'àrea per a un radi de 15 cm?
- $4 \cdot \pi/3 \cdot \text{radi}^3$  és l'expressió que defineix el volum de l'esfera en funció del seu radi. Quina és la variable? el grau? el coeficient? el volum per a un radi de 6 cm?
- Quin és el grau del polinomi  $-4x^3 - 6x^2$ ? Quin és el seu coeficient de grau dos? i el de grau u? Calcula el seu valor numèric en  $x = -1$
- Quina fracció d'hora són 51 minuts i 14 segons? Saps expressar-la com el valor numèric d'un polinomi de 2n grau?
- Quants segons hi ha en 5h 35min i 53 seg? Saps expressar-los com el valor numèric d'un polinomi de 2n grau?
- Quantes unitats hi ha en 5 masses, 8 grosses i 6 dotzenes? Les saps expressar com el valor numèric d'un polinomi de tercer grau?  
*Una massa = 12 grosses, una grossa = 12 dotzenes, una dotzena = 12 unitats.*
- Troba els coeficients de  $P(x) - 3 \cdot Q(x)$   
 $P(x) = -7x^3 + 2x^2 - x - 2$   
 $Q(x) = 6x^3 - 2x^2 + x - 2$
- Troba els coeficients de  $P(x) \cdot Q(x)$   
 $P(x) = 7x^2 + 5x$   $Q(x) = -4x^3 + 7x^2 - x - 3$
- Treu factor comú en el polinomi  $4x^{12} + 24x^7$
- Quantes unitats has d'afegir a  $x^2 + 16x$  per convertir aquest binomi en el quadrat d'un altre binomi?



- Calcula a)  $(x+6)^2$  b)  $(-2x+5)^2$   
c)  $(2x-3/2) \cdot (2x+3/2)$
- Calcula mentalment  $32^2 - 31^2$  i  $19 \cdot 21$
- Troba l'expressió algebraica que defineix el producte de tres nombres enters consecutius. Considera  $x$  el nombre central.
- Simplifica les fraccions  
a)  $\frac{x^2 + 4x + 4}{3x + 6}$  b)  $\frac{4x^2 - 4}{x^2 - 2x + 1}$   
c)  $\frac{4x^2 + 4x + 1}{8x^2 - 2}$  d)  $\frac{x^2 + 2xy + y^2}{2x^2 - 2y^2}$

Per saber-ne més



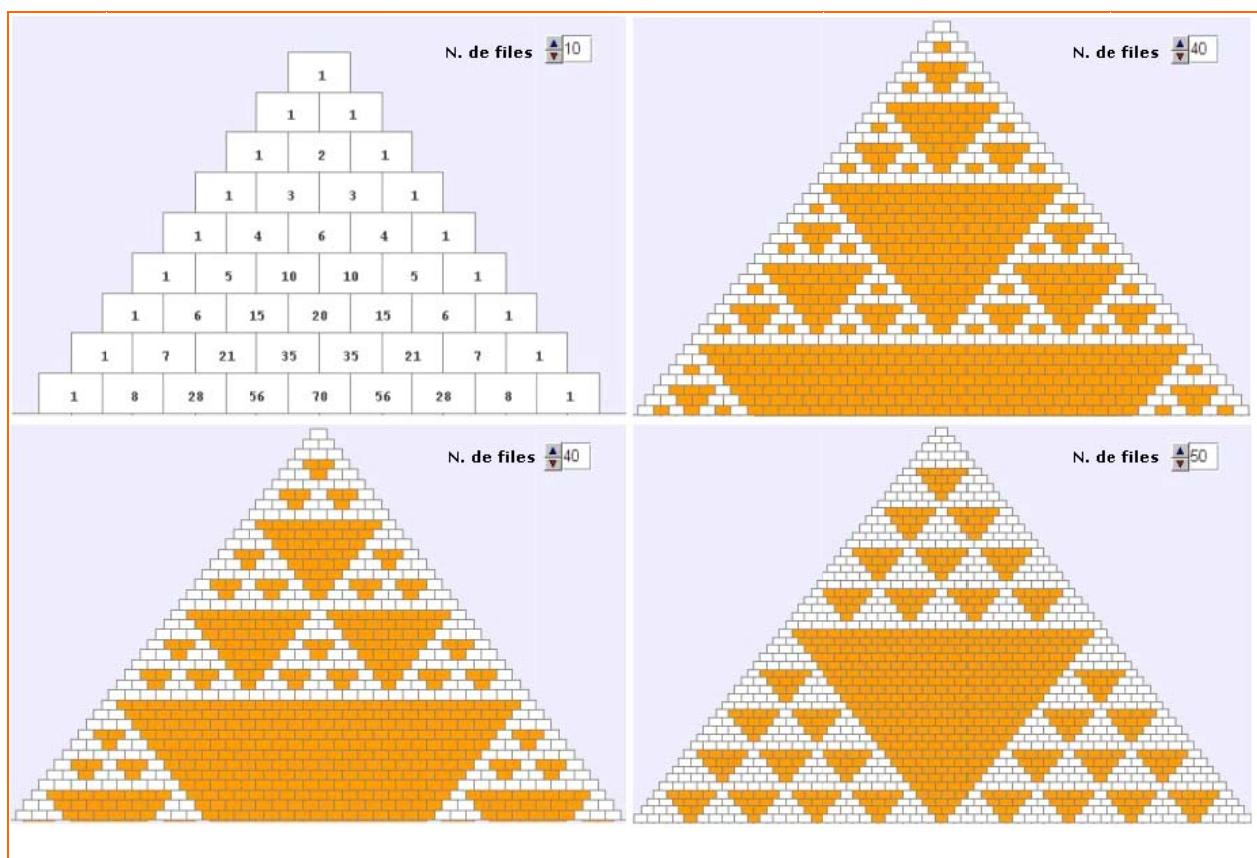
## Expansions polinomials

Investiga a la web les aplicacions dels polinomis, nosaltres hem trobat aquesta frase "Mitjançant expansions polinomials es pot calcular la població d'un cultiu de bacteris"

Què és una expansió polinomial? Troba els coeficients de  $(1+x)^0$ : 1, de  $(1+x)^1$ : 1 1, de  $(1+x)^2$ : 1 2 1,  $(1+x)^3$ : 1 3 3 1, ...

El primer triangle de la figura, triangle de Pascal, és l'expansió polinomial de  $(1+x)^n$ , les seves files son els coeficients d'aquestes potències de  $(1+x)$ .

Observa les figures que es formen quan pintem el triangle de Pascal, els múltiples de 2, de 3 o de 5. Pots provar-ho tu amb altres múltiples.



### I un parell de trucs per operar

Fixa't amb quina rapidesa pots calcular el quadrat de nombres acabats en 5 i alguns productes només aplicant les identitats notables.

### Quadrats de nombres de dues xifres acabats en 5

$$25^2$$

$$2 \cdot \text{un més} = 6$$

i s'afegeix 25

$$625$$

$$15^2=225; 35^2=1225; 45^2=2025; 55^2=3025; 65^2=4225; 75^2=5625.$$

Ho pots raonar considerant  $25^2$  com  $(5+20)^2=25+2^2 \cdot 100+2 \cdot 100$   
 $(5+30)^2=25+3^2 \cdot 100+3 \cdot 100 \dots$

### Productes de nombres equidistants

$$24 \cdot 26$$

$$25^2 - 1 = 624$$

$$23 \cdot 27$$

$$25^2 - 2^2 = 621$$

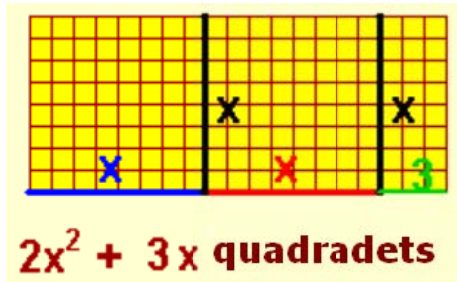
Aplicuem que suma per diferència és diferència de quadrats

# Polinomis



**Recorda el més important**

Expressions algebraiques



**Monomi de grau 2**

$$3 \cdot x^2$$



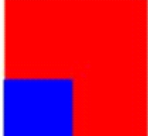
Valor numèric de l'expressió en  $x=4$

$$2 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 = 2 \cdot 16 + 3 \cdot 4 = 32 + 12 = 44$$

en  $x=-2$

$$2 \cdot (-2)^2 + 3 \cdot (-2) = 2 \cdot 4 + 3 \cdot (-2) = 8 - 6 = 2$$



<p><b>Operacions amb polinomis</b></p> <p><b>Suma</b></p> $P(x) = 2x^3 + 3x - 1$ $Q(x) = x^4 + 3x^2 - x^2 + x + 4$ <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td>P(x):</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>-1</td></tr> <tr><td>Q(x):</td><td>1</td><td>3</td><td>-1</td><td>1</td><td>4</td></tr> <tr><td>P(x)+Q(x):</td><td>1</td><td>5</td><td>-1</td><td>4</td><td>3</td></tr> </table> $P(x)+Q(x) = x^4 + 5x^3 - x^2 + 4x + 3$	P(x):	2	0	3	-1	Q(x):	1	3	-1	1	4	P(x)+Q(x):	1	5	-1	4	3	<p><b>Diferència</b></p> $P(x) = 5x^3 + 3x + 6$ $Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 2$ <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td>P(x):</td><td>5</td><td>0</td><td>3</td><td>6</td></tr> <tr><td>Q(x):</td><td>2</td><td>-3</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>P(x)-Q(x):</td><td>3</td><td>-3</td><td>2</td><td>4</td></tr> </table> $P(x)-Q(x) = 3x^3 - 3x^2 + 2x + 4$	P(x):	5	0	3	6	Q(x):	2	-3	1	2	P(x)-Q(x):	3	-3	2	4	<p><b>Producte</b></p> $P(x) = 2x^3 + 3x^2 + x + 1$ $Q(x) = 4x^2 + 2$ <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td>P(x):</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>Q(x):</td><td></td><td>4</td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td colspan="5"><hr/></td></tr> <tr><td></td><td>4</td><td>6</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td></td><td>8</td><td>12</td><td>4</td><td>4</td></tr> <tr><td colspan="5"><hr/></td></tr> <tr><td></td><td>8</td><td>12</td><td>8</td><td>10</td><td>2</td><td>2</td></tr> </table> $P(x) \cdot Q(x) = 8x^5 + 12x^4 + 8x^3 + 10x^2 + 2x + 2$	P(x):	2	3	1	1	Q(x):		4	0	2	<hr/>						4	6	2	2		0	0	0	0		8	12	4	4	<hr/>						8	12	8	10	2	2	<p><b>Factor Comú</b></p> $P(x) = 6x^8 + 4x^4 + 10x^3$ <p><b>2x³ és factor comú a tots els monomis de P(x)</b></p> $P(x) = 2x^3 \cdot (3x^5 + 2x + 5)$
P(x):	2	0	3	-1																																																																									
Q(x):	1	3	-1	1	4																																																																								
P(x)+Q(x):	1	5	-1	4	3																																																																								
P(x):	5	0	3	6																																																																									
Q(x):	2	-3	1	2																																																																									
P(x)-Q(x):	3	-3	2	4																																																																									
P(x):	2	3	1	1																																																																									
Q(x):		4	0	2																																																																									
<hr/>																																																																													
	4	6	2	2																																																																									
	0	0	0	0																																																																									
	8	12	4	4																																																																									
<hr/>																																																																													
	8	12	8	10	2	2																																																																							
<p><math>(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2</math></p> 	<p><math>(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2</math></p> 	<p><math>(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2</math></p> 	<p><b>Has d'identificar</b></p> <p><math>x^2 + 6x + 9</math> amb <math>(x+3)^2</math></p> <p><math>x^2 - 10x + 25</math> amb <math>(x-5)^2</math></p> <p><math>x^2 - 49</math> amb <math>(x+7)(x-7)</math></p> <p><math>x^2 + 5x + 25</math> no és una suma al quadrat no pot formar part d'una identitat notable</p>																																																																										

## Autoavaluació



1. Troba els coeficients de  $P(x) \cdot Q(x) + P(x) \cdot R(x)$  essent  $P(x)=6x+1$ ,  $Q(x)=3x^2-2$  y  $R(x)=x^2+14x$ .
2. Calcula el valor numèric de  $2x^3-5x^2+4$  en  $x=2$ .
3. Troba l'expressió algebraica que defineix l'àrea de 6 quadrats de costat  $x+y$  i 6 rectangles de base  $x$  i altura  $y$ .
4. És certa la igualtat  $9x^2+30x+25=(3x+5)^2$ ?
5. Troba els coeficients de  $(2x+1)^2$ .
6. Quina constant s'ha de sumar a  $25x^2-30x$  per obtenir el quadrat d'un binomi?
7. Calcula el coeficient de primer grau de  $(4x-5)^2$ .
8. Calcula mentalment en menys de 10 segons  $34^2-33^2$ .
9. Simplifica la fracció  $\frac{x^2-b^2}{x+b}$ .
10. Treu factor comú la major potència de  $x$  en  $5x^{19}+8x^8$ .

## Solucions dels exercicis per practicar

1.  $1000x+100y+13z$
2.  $4xz+18z$
3.  $540 \cdot t$
4.  $1400+28x+0,14x^2$
5. Variable = radi, coeficient =  $2\pi$   
Grau=1, Longitud= $6\pi$  cm  $\sim 18,84$ cm
6. Variable = radi, coeficient =  $\pi$   
Grau =2, Àrea en  $\text{cm}^2=144\pi \sim 452,16$
7. Variable = radi, coeficient =  $4\pi/3$   
Grau =3, Àrea en  $\text{cm}^2=900\pi \sim 2826$
8. Variable = radi, coeficient =  $4\pi$   
Grau =2, Vol. en  $\text{cm}^3=288\pi \sim 2826$
9. Grau =3, Coeficient gr 1=0,  
Coeficient gr2=-6, Valor en  $-1=-2$
10.  $\frac{1537}{1800}$  valor en  $\frac{1}{60}$  de  $51x+14x^2$
11. 20153 valor en 60 de  $5x^2+35x+53$
12. 9864 valor en 12 de  $5x^3+8x^2+6x$
13. 8 0 4
14. -28 29 0 -26 -15 0
15.  $4x^7(x^5+6)$
16. 64
17. a)  $x^2+12x+36$  b)  $4x^2-20x+25$   
c)  $4x^2-9/4$
18. 63;  $19 \cdot 21=20^2-1^2=399$
19.  $x^3-x$
20. a)  $\frac{x+2}{3}$  b)  $\frac{4(x+1)}{x-1}$   
c)  $\frac{2x+1}{2(2x-1)}$  d)  $\frac{x+y}{2x-2y}$

### Solucions AUTOAVALUACIÓ

1. 24 88 2 -2
2. 0
3.  $6x^2+6y^2+18xy$
4. Sí
5. 4 4 1
6. 9
7. -40
8. 67
9.  $x-b$
10.  $x^8(5x^{11}+8)$