



## Moviments al pla

### Continguts

1. Vectors  
 Concepte de vector. Components  
 Vectors equipol·lents  
 Suma de vectors
2. Translacions  
 Translació segons un vector  
 Composició de translacions
3. Girs  
 Gir de centre  $O$  i angle  $\alpha$   
 Simetria central  
 Figures invariants d'ordre  $n$
4. Simetria axial  
 Simetria d'eix  $e$   
 Figures amb eix de simetria  
 Composició de simetries axials

### Objectius

- Utilitzar el concepte de vector com element direccional del pla.
- Reconèixer els moviments principals en el pla: translacions, girs i simetries.
- Aplicar un o més moviments a una figura geomètrica.
- Reconèixer moviments geomètrics a l'art, la natura, etc..



**Abans de començar**

Recorda

... que en el pla cada punt té les seves coordenades.

Clica el botó

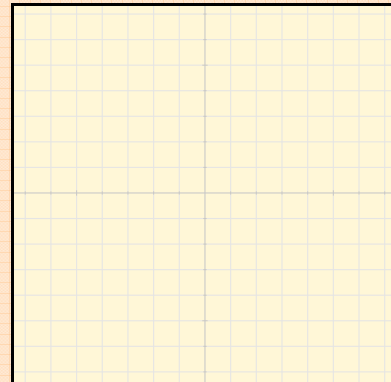


per fer exercicis.

**EXERCICI de Reforç**

Representa sobre el sistema de coordenades els següents punts:

- a) P(-1,3)
- b) Q(0,-2)
- c) R(2,-5)
- d) S(2,5)
- e) T(-2,5)



Clica



per anar a la pàgina següent.

**1. Vectores**

**1.a. Concepte de vector. Components.**

Llegeix a la pantalla l'explicació teòrica d'aquest apartat i clica el botó play de l'escena per veure l'animació.

**EXERCICI:**

Donat un vector  $\vec{AB}$  determinat per  $A(x_1, y_1)$  i  $B(x_2, y_2)$ , completa:

ORIGEN:	
EXTREM:	
COMPONENTS:	
MÒDUL:	
DIRECCIÓ:	
SENTIT:	

Quan hakis comprès bé els conceptes ...

Clica sobre

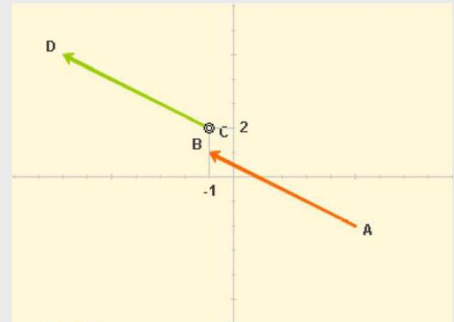


per fer exercicis.



**EXERCICI**

3. Els vectors equipol·lents tenen els mateixos components. Donats el punt A(5,-2) i el B(-1,1), quines són les coordenades del punt D?




**EXERCICIS de Reforç**

a) Sabent que els vectors  $\vec{AB}$  i  $\vec{CD}$  són equipol·lents al vector  $\vec{u}$  de components (2,-1) completa la taula següent:

Vector	Origen	Extrem
$\vec{AB}$	A(1,1)	
$\vec{CD}$		D(0,0)

b) Donats dos punts qualssevol A i B:

Com són els mòduls de  $\vec{AB}$  i  $\vec{BA}$ ? \_\_\_\_\_  
 I les seves direccions? \_\_\_\_\_  
 I els seus sentits? \_\_\_\_\_  
 Són equipol·lents aquests dos vectors? \_\_\_\_\_

Quan acabis ... Clica  per anar a la pàgina següent.

**1.c. Suma de vectores**

Llegeix el text de la pantalla: "La suma de dos vectors..."

**Completa:**

La suma de dos vectors,  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$ , és un altre vector,  $\vec{u} + \vec{v}$ , que podem construir de dues formes:

• _____ _____
• _____ _____

Observa l'escena per veure detalladament com se sumen dos vectors  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$ .

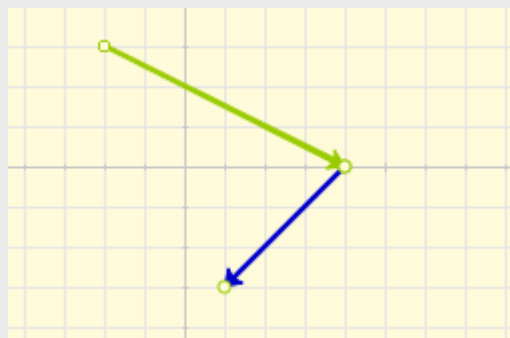
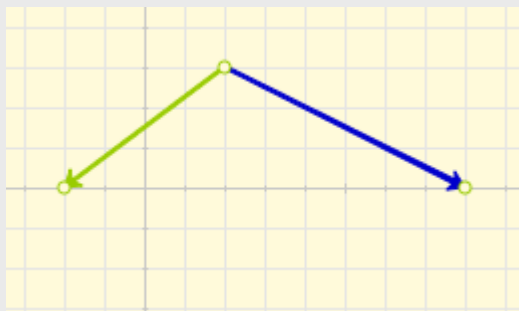
Després... Clica sobre  per fer exercicis.


**EXERCICI**

4. Suma en cada cas gràficament i analítica, els vectors verd  $\vec{u}$ , i blau  $\vec{v}$ .

a)  $\vec{u} = (-4, -3)$   $\vec{v} = (6, -3)$

b)  $\vec{u} = (6, -3)$   $\vec{v} = (-3, -3)$



Quan acabis ... Clica  per anar a la pàgina següent.

**2. Vectors**

**2.a. Translació segons un vector**

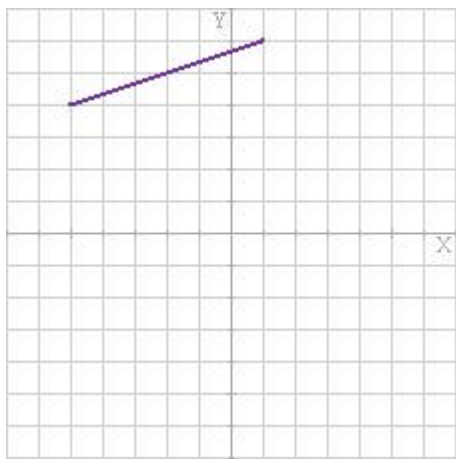
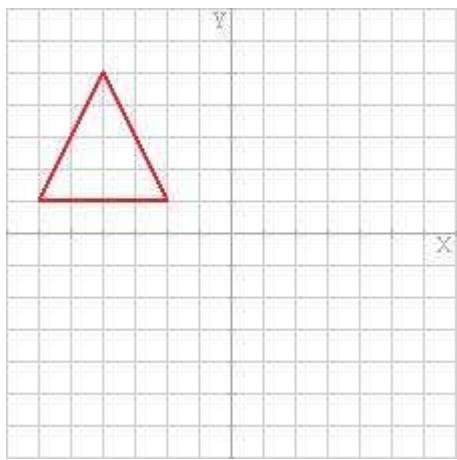
Llegeix a la pantalla l'explicació teòrica d'aquest apartat.

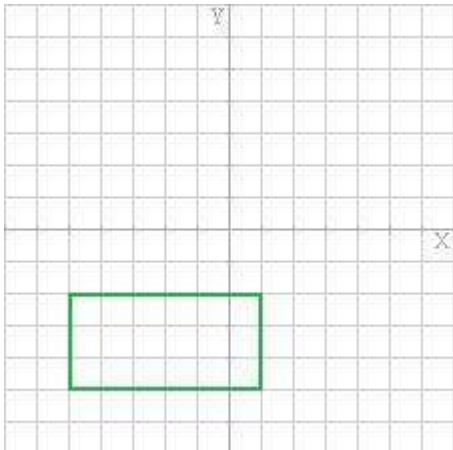
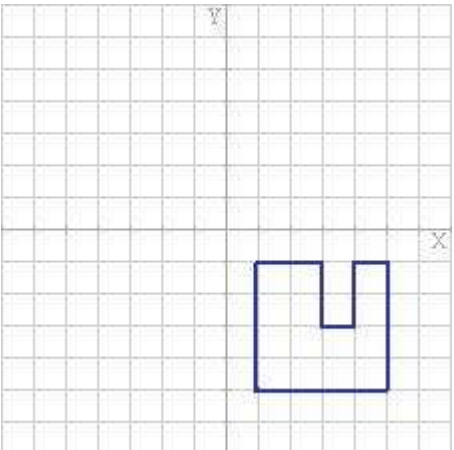
**Completa:**

Una translació de vector $\vec{u}$ és un moviment que transforma _____
Una translació és un moviment directe ( _____ ) e isomorf ( _____ ).

Practica en l'escena per veure translacions de diferents figures.

**EXERCICI:** Copia exemples de translacions de diferents figures:

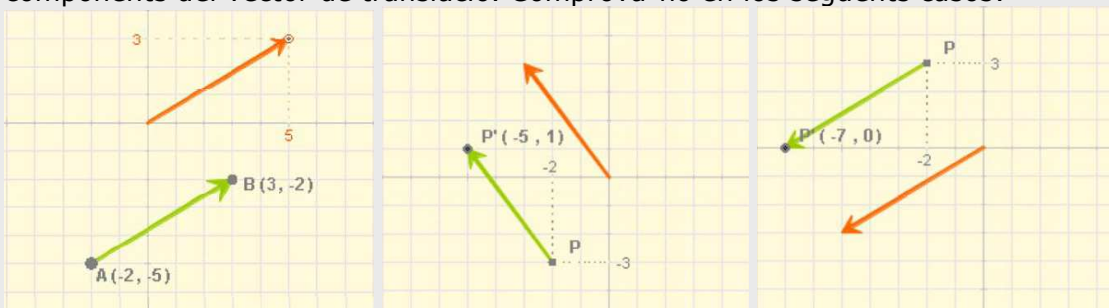
<p>SEGMENT</p> 	<p>TRIANGLE</p> 
--	--

<p><b>RECTANGLE</b></p> 	<p><b>POLÍGON</b></p> 
---	--

Després... Clica sobre  per fer exercicis.

### EXERCICIS

5. Quan es traslladen les coordenades d'un punt se veuen incrementades pels components del vector de translació. Comprova-ho en los següents casos:



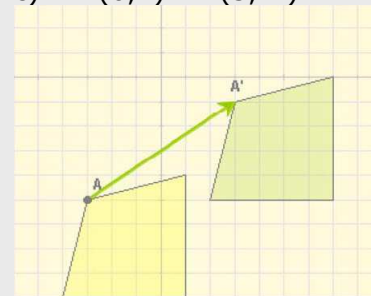
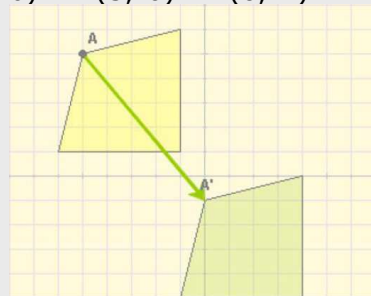
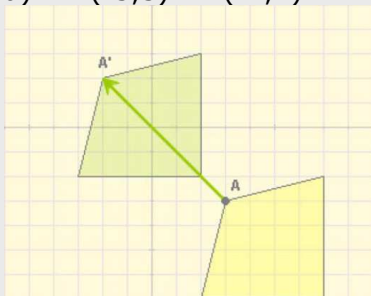
$\vec{u} =$		$\vec{u} =$		$\vec{u} =$	
A( __ , __ )	B( __ , __ )	P( __ , __ )	P'( __ , __ )	P( __ , __ )	P'( __ , __ )

6. El quadrilàter verd és el traslladat del groc en cada cas. Calcula les coordenades del punt A.

a)  $\vec{v} = (-5, 5)$     A'(-2, 2)

b)  $\vec{v} = (5, -6)$     A'(0, -1)

c)  $\vec{v} = (6, 4)$     A'(3, -1)



Quan acabis ... Clica  per anar a la pàgina següent.

## 2.b. Composició de translacions

Llegeix a la pantalla l'explicació teòrica d'aquest apartat i observa a l'escena com es construeix un fris i un mosaic a partir de cada una de les figures que apareixen.

**EXERCICI:** Copia un parell d'exemples de frisos i un altre parell de mosaics:


FRIS 1	FRIS 2
MOSAIC 1	MOSAIC 2

Després... Clica sobre  per fer exercicis.

### EXERCICI

7. L'art mostra translacions com pots apreciar en els exemples següents. Dibuixa sobre ells el vector de translació que ha donat lloc als frisos.



Quan acabis ... Clica  per anar a la pàgina següent.

### 3. Girs

#### 3.a. Gir de centre O i angle $\alpha$

Llegeix a la pantalla l'explicació teòrica d'aquest apartat.

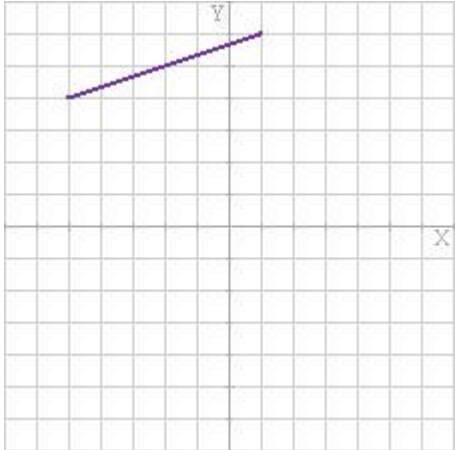
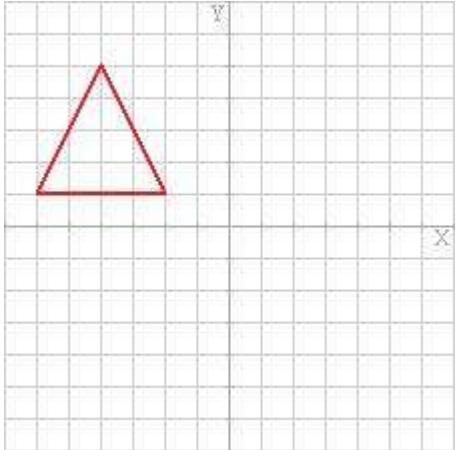
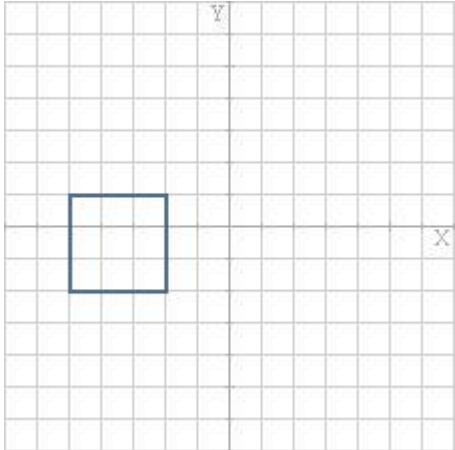
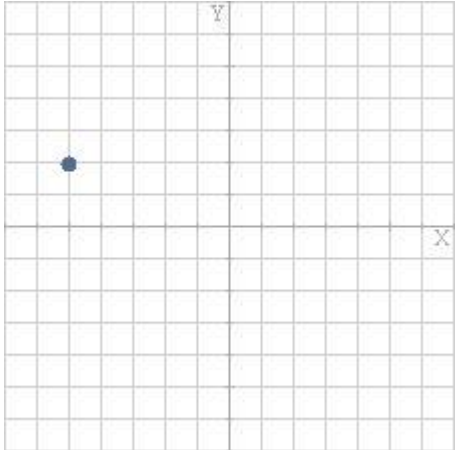
**Completa:**


Un gir, de centre un punt O i amplitud un angle $\alpha$ , transforma _____ _____
Has de tenir present que un gir pot tenir <b>orientació positiva</b> ( _____ ) _____ ) o <b>negativa</b> ( _____ ).

Practica en l'escena per veure girs de diferents figures.

**EXERCICI:**

Copia exemples de girs de diferents figures fent servir diferents centres i angles (positius i negatius):

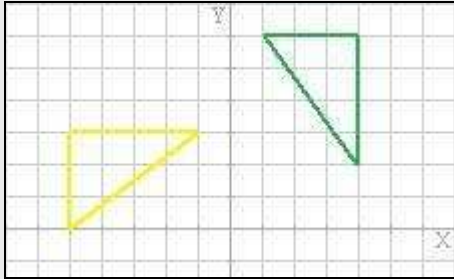
<p><b>SEGMENT</b></p> 	<p><b>TRIANGLE</b></p> 
<p><b>QUADRAT</b></p> 	<p><b>PUNT</b></p> 


Després... Clica sobre  per veure com es determina el centre i l'angle de gir.



**EXERCICI**

9. Quin és el centre del gir que transforma el triangle groc en el verd?



Quan acabis ... Clica  per anar a la pàgina següent.

**3.b. Simetria central**

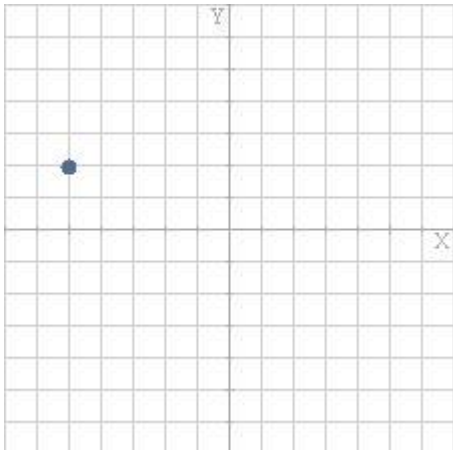
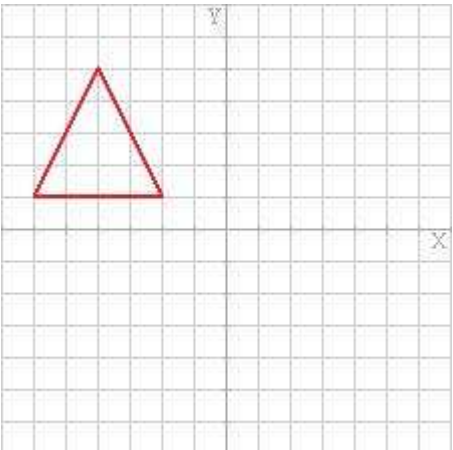
Llegeix a la pantalla l'explicació teòrica d'aquest apartat.

**Defineix:**

Simetria central: _____ _____ _____
Centro de simetria: _____ _____

Practica en l'escena per veure simetries centrals de diferents figures, exemples de centre de simetria i una aplicació de les simetries centrals a la producció de mosaics.

**EXERCICI:** Copia dos exemples de simetries centrals aplicades a diferents figures.

<b>PUNT</b> 	<b>TRIANGLE</b> 
--	---

Després... Clica sobre  per fer exercicis.

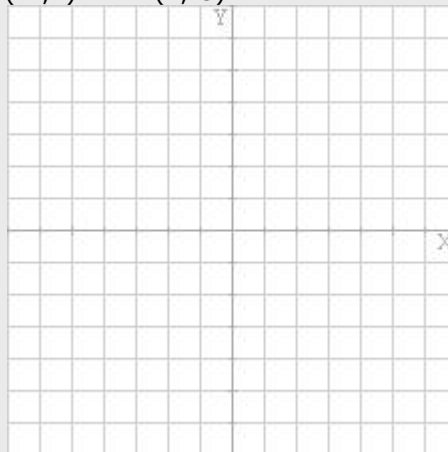
**EXERCICIS**

9. Quines són les coordenades del punt  $P'$ , simètric del  $P$  en la simetria de centre el punt  $O$ ?

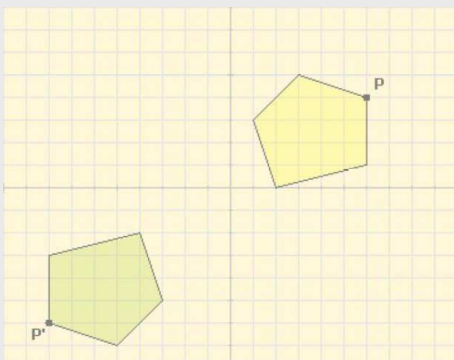
a)  $O(1,1)$   $P(-3,-3)$



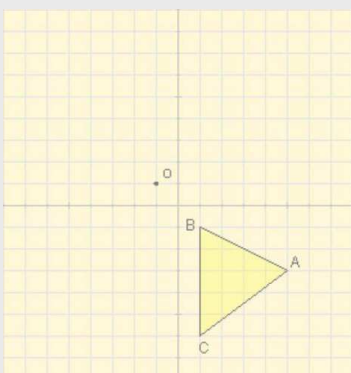
b)  $O(-2,1)$   $P(2,-3)$



10. A la imatge es mostra un polígon (color groc) i el seu simètric (color verd) respecte el punt  $O$ , quines són les coordenades de  $O$ ?

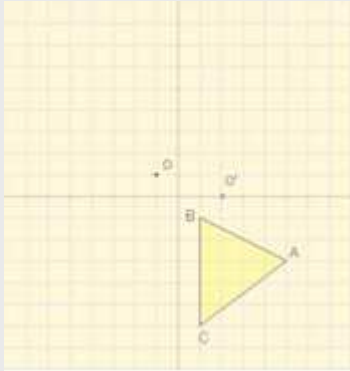



11. Al triangle groc li apliquem successivament dues simetries centrals respecte al mateix punt,  $O$ , quin és el resultat?



**EXERCICI**

12. S'aplica al triangle groc una simetria de centre O, i després una altra de centre O', quin és el resultat?



Quan acabis ... Clica  per anar a la pàgina següent.

**3.c. Figures invariants d'ordre n**

Llegeix a la pantalla l'explicació teòrica d'aquest apartat.

**Defineix:**

Centre de gir: _____ _____
Figura invariant d'ordre n: _____ _____

Observa a l'escena diferents figures amb centre de gir. Fixa't bé com es troba el centre de gir i quina és l'amplitud del gir en les successives coincidències.

**EXERCICI:**

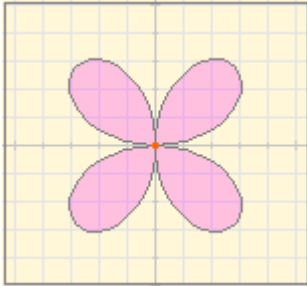
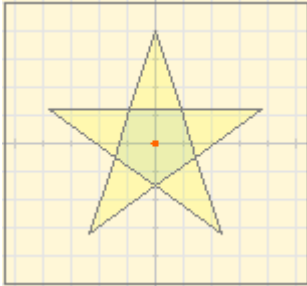
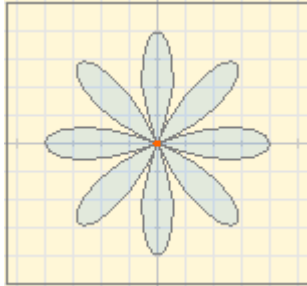
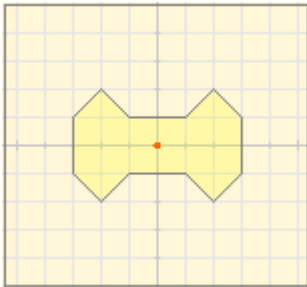
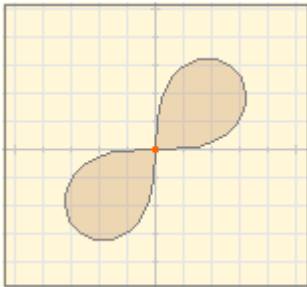
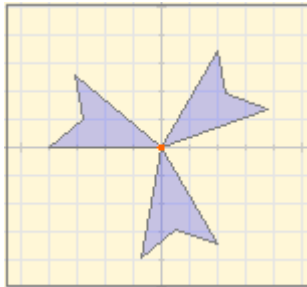
Dibuixa figures amb centre de gir assenyalant-hi en cadascuna el centre de gir:


FIGURA INVARIANT D'ORDRE 3	FIGURA INVARIANT D'ORDRE 6
----------------------------	----------------------------

Després... Clica sobre  per fer exercicis.

**EXERCICI:**

Indica l'ordre del centre de gir de les següents figures (nombre de coincidències) i l'amplitud del gir en què es produeix la primera coincidència:

<p>FIGURA 1</p>  <p>Ordre: ____ Angle: _____</p>	<p>FIGURA 2</p>  <p>Ordre: ____ Angle: _____</p>	<p>FIGURA 3</p>  <p>Ordre: ____ Angle: _____</p>
<p>FIGURA 4</p>  <p>Ordre: ____ Angle: _____</p>	<p>FIGURA 5</p>  <p>Ordre: ____ Angle: _____</p>	<p>FIGURA 6</p>  <p>Ordre: ____ Angle: _____</p>

Quan acabis ... Clica  per anar a la pàgina següent.

**4. Simetria axial**


**4.a. Simetria d'eix e**

Llegeix a la pantalla l'explicació teòrica d'aquest apartat.

**Completa:**

Una simetria respecte a un eix <b>e</b> és un moviment que transforma _____
Segons aquesta definició, s'ha d'acomplir que:
• _____
• _____
Una simetria axial és un <b>moviment</b> _____ perquè és _____ el sentit de gir.

Practica en l'escena per veure com es troba el simètric d'un punt, com s'obté l'eix de simetria donat un punt i el seu simètric, l'efecte d'una simetria en l'orientació i què passa quan l'eix de simetria coincideix amb un costat del triangle.

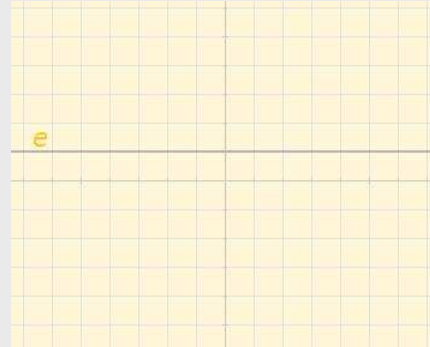
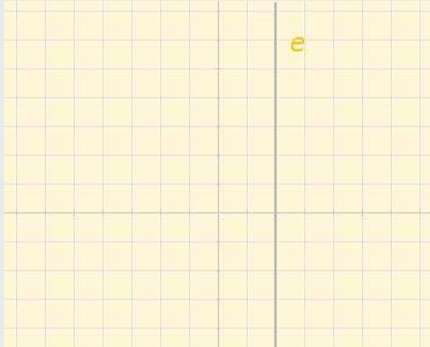
Després... Clica sobre  per fer exercicis.

**EXERCICIS**

13. Calcula les coordenades del punt P', simètric del P respecte l'eix de la figura.

a) P (-2,4)

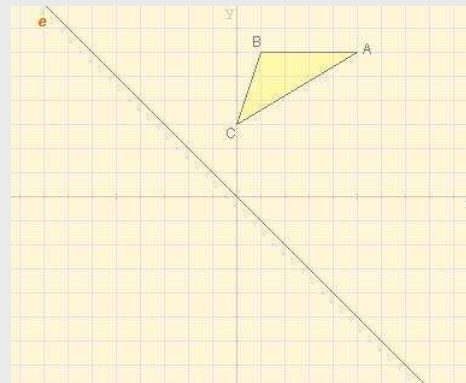
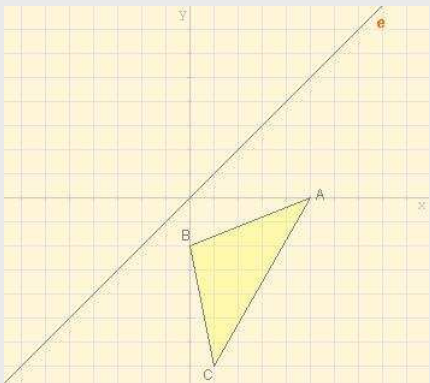
b) P (2,3)



14. En cada cas dibuixa el triangle simètric respecte l'eix e, del de color groc i indica les coordenades dels vèrtexs del transformat.

a) A (5,0), B (0,-2), C (1,-7)

b) A (5,6), B (1,6), C (0,3)



Quan acabes ... Clica  per anar a la pàgina següent.

**4.b. Figures amb eix de simetria**

Llegeix a la pantalla el text "Hi ha figures que són..." i observa a l'escena de la dreta els eixos de simetria d'algunes figures.

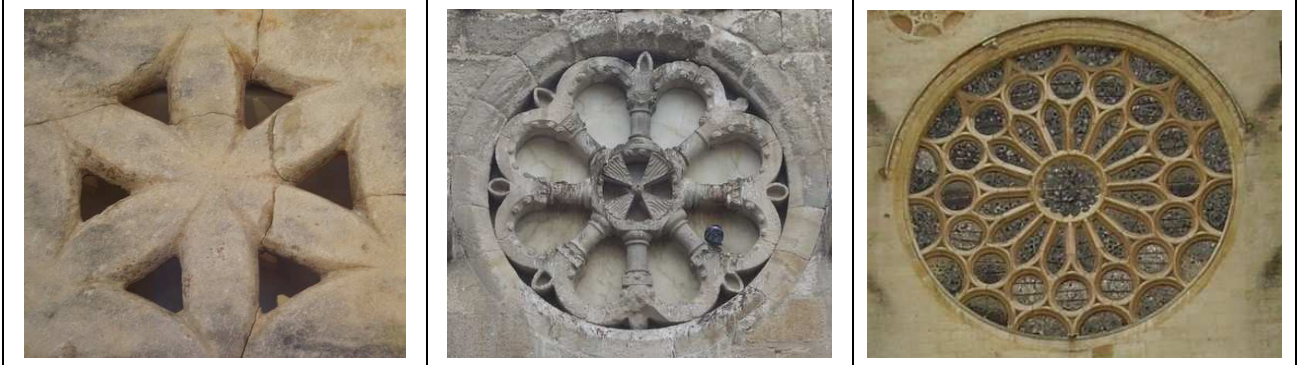
**Respon:**

Què és una figura invariant en aplicar-li una simetria axial? _____ _____
Quin és l'eix de simetria d'una figura? _____ _____
Quants eixos de simetria té un triangle equilàter? _____ I un hexàgon regular? _____

Després... Clica sobre  per veure unes imatges.

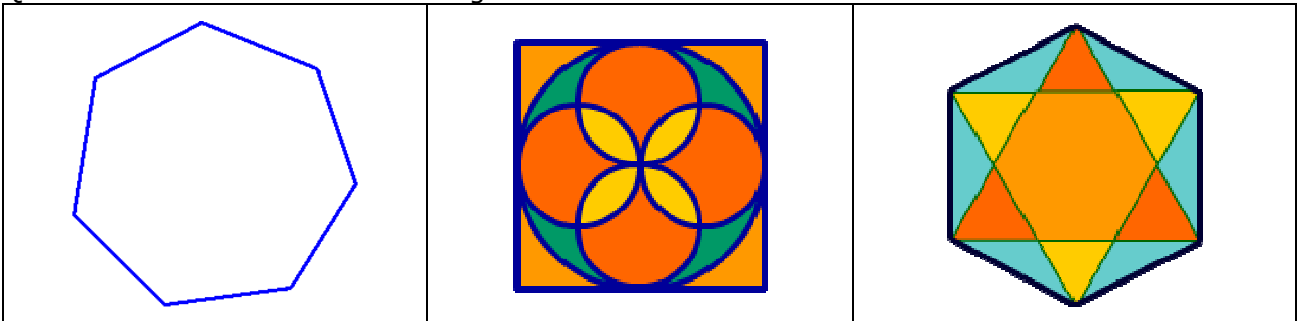
**EXERCICI:**


Dibuixa en cada imatge un eix de simetria que la deixi invariant:



**EXERCICI:**

Quants eixos de simetria té cada figura?



Quan acabis ... Clica  per anar a la pàgina següent.

**4.c. Composició de simetries axials**

Llegeix a la pantalla el text "L'aplicació consecutiva de dos..."

**EXERCICI:**


L'aplicació consecutiva de dos simetries axials, d'eixos  $e$  i  $e'$ , dóna lloc a un nou moviment que depèn de la situació relativa dels eixos  $e$  i  $e'$ :

•	
•	

**Completa:**

El resultat de **compondre dues simetries axials** és un \_\_\_\_\_

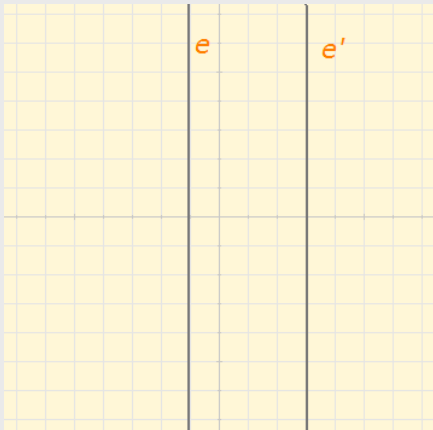
Observa a l'escena els dos casos possibles en la composició de dos simetries axials.

Després... Clica sobre  per fer exercicis.

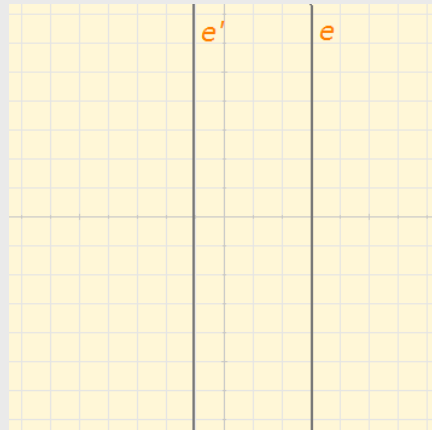
### EXERCICIS

15. Calcula les coordenades del punt que resulta en aplicar-li a P primer una simetria d'eix e i després una altra d'eix e'.

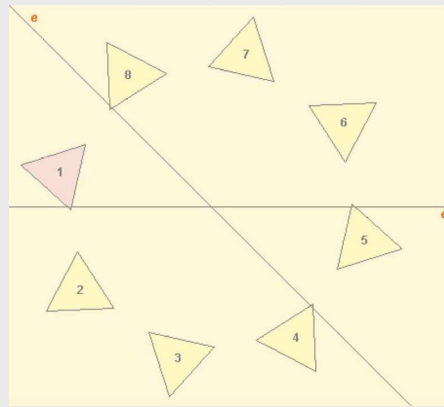
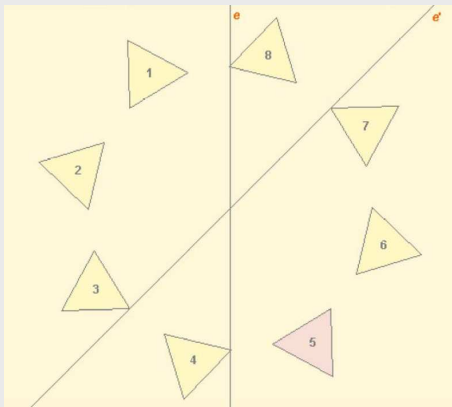
a) P (-2,3)




b) P (2,3)



16. Quin és el transformat del triangle de color morat respecte a la composició de simetries d'eixos e i e'?



Quan acabis ... Clica  per anar a la pàgina següent.



## Recorda el més important – RESUM

Un vector té **MÒDUL** que és \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_, **DIRECCIÓ** que és \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_ i **SENTIT** que és \_\_\_\_\_.


Una translació de vector  $\vec{u}$  és un \_\_\_\_\_ que transforma cada punt **A** del pla, en un altre punt **B** de manera que el vector  $\vec{AB}$  és igual al vector \_\_\_\_\_.

Un **gir**, de centre un punt **O** i amplitud un angle  $\alpha$ , transforma cada punt **P** del pla en un altre punt **P'** de manera que l'angle \_\_\_\_\_ és igual a  $\alpha$  i les distàncies **OP** i **OP'** són \_\_\_\_\_.

Si en girar una figura amb centre en un punt **O** i segons un angle menor que  $360^\circ$ , coincideix amb ella mateixa, diem que el punt **O** és \_\_\_\_\_ de la figura.

Una **simetria central**, o simetria respecte un punt **O**, és un \_\_\_\_\_ de centre **O** i amplitud \_\_\_\_\_. Transforma doncs, cada punt **P** en un altre punt \_\_\_\_\_ de manera que l'angle \_\_\_\_\_ és igual a  $180^\circ$  i les distàncies **OP** i **OP'** són \_\_\_\_\_.

Una **simetria axial** respecte un \_\_\_\_\_ **e** és un \_\_\_\_\_ que transforma cada punt **P** del pla en un altre **P'** de manera que la recta **e** és \_\_\_\_\_ del segment d'extremes **P** i **P'**.

Clica  per anar a la pàgina següent.



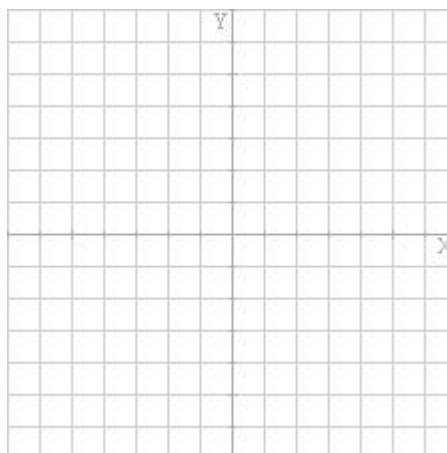


## Per practicar

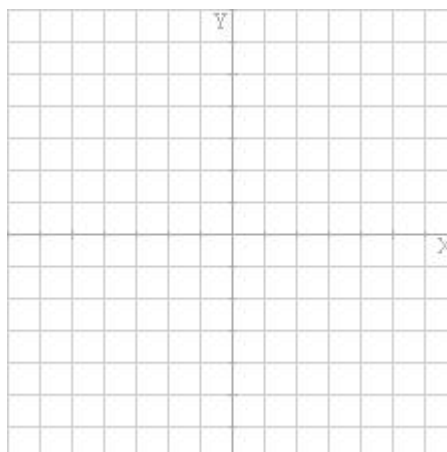
En aquesta unitat trobaràs exercicis de Translacions, Girs i Simetries. Fes-ne, al menys, un de cada classe i, una vegada resolt, comprova la solució.

### Translacions

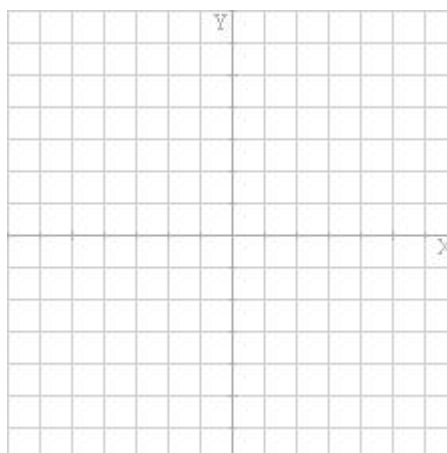
1. Determina els components i el mòdul del vector de la translació que transforma el punt A \_\_\_\_\_ en el punt B \_\_\_\_\_.



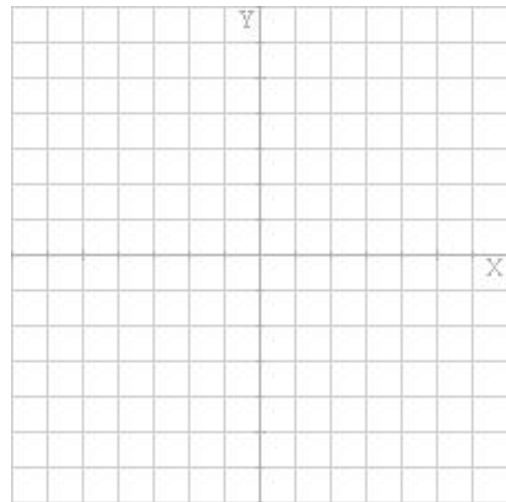
2. Troba el triangle que ha donat lloc al de la figura, en aplicar-li una translació de vector \_\_\_\_\_.



3. El triangle de la figura s'ha traslladat primer de la posició 1 a la 2, mitjançant una translació de vector \_\_\_\_\_, i després a la 3 per una translació de vector \_\_\_\_\_. Quin és el vector de la translació que passa directament de 1 a 3?

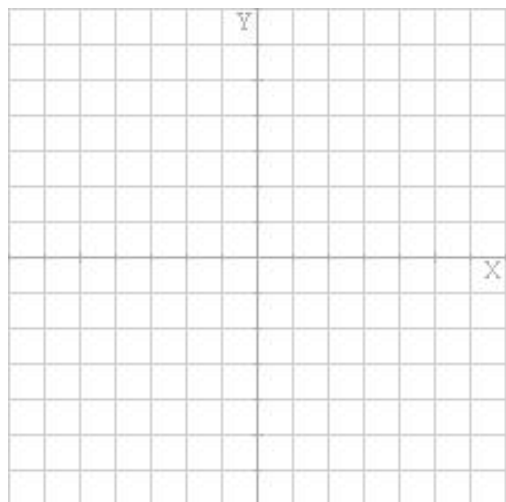


4. Calcula els vèrtexs del triangle que resulta en aplicar al de la figura una translació de vector  $\vec{v} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

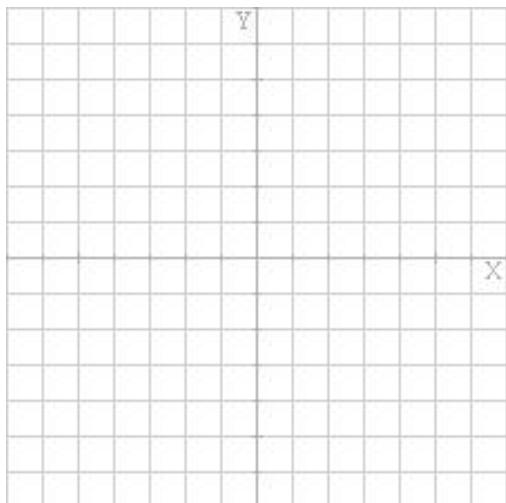


**Girs**

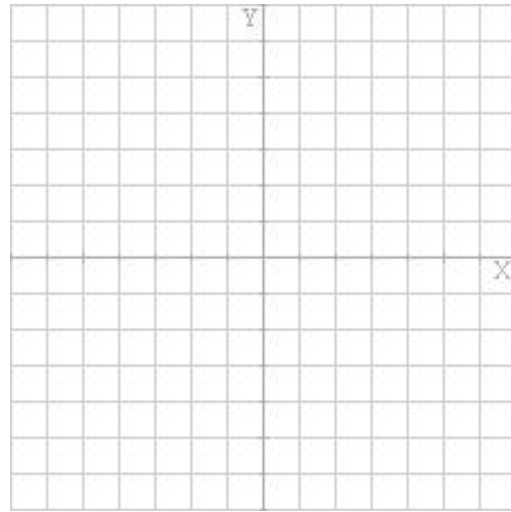
5. El triangle ABC gira  $90^\circ$  al voltant de l'origen de coordenades en \_\_\_\_\_ les busques del rellotge, en quin triangle es transforma?



6. El triangle morat resulta en girar el blau, sent els punts de color taronja homòlegs en el gir i els de color verd també. Determina el centre de gir i l'angle. El gir es realitza en sentit positiu.

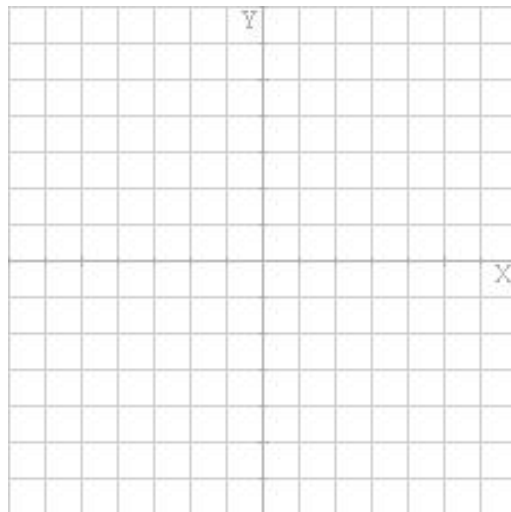


7. El quadrat de la figura gira  $45^\circ$  en \_\_\_\_\_ les busques del rellotge, al voltant del vèrtex \_\_\_\_\_, quins són els vèrtexs del quadrat transformat?

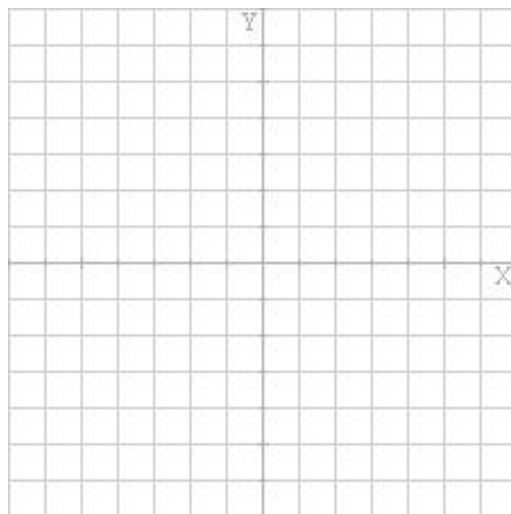


**Simetries**

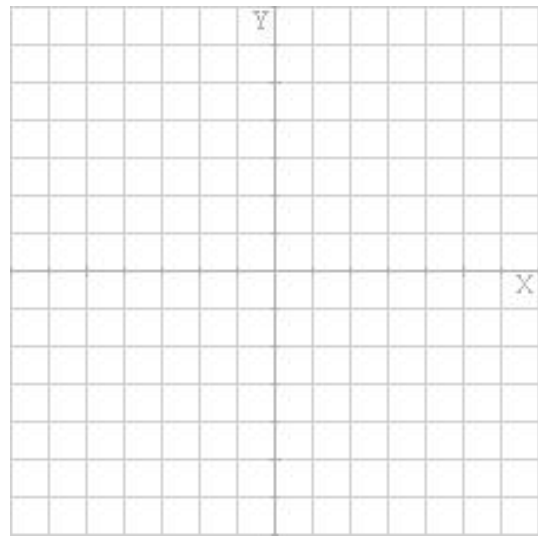
8. Troba la figura transformada del quadrilàter ABCD per una simetria d'eix el de la figura.



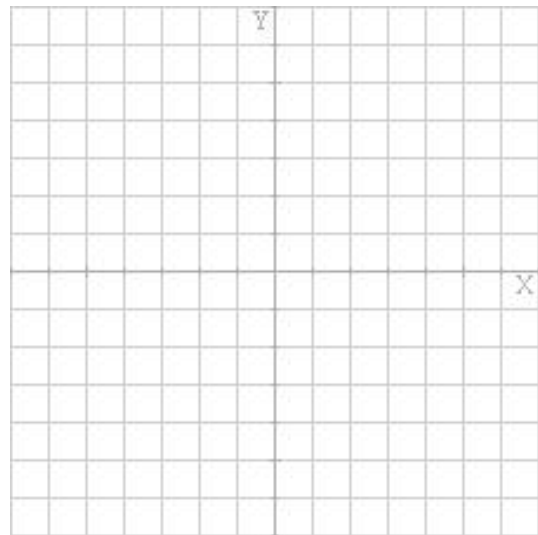
9. Troba la figura transformada del triangle ABC per una composició de simetries, primer la d'eix blau i després la d'eix vermell.



**10.** Troba la figura transformada del quadrilàter ABCD per una simetria central, de centre l'origen de coordenades.



**11.** Troba la figura transformada del quadrilàter ABCD per una simetria d'eix el de \_\_\_\_\_.



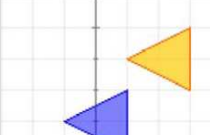
## Autoavaluació



**Completa aquí cada un dels enunciats que van apareixent a l'ordinador i resol-lo. Després introdueix el resultat per comprovar si la solució és correcta.**

1 Donats els punts  $A(-2,2)$  i  $B(3,-4)$ , escriu els components del vector  $\overrightarrow{AB}$ .

2 Quin punt s'obté en traslladar el punt  $P(-1,4)$  mitjançant el vector  $\vec{v}=(4,-1)$ ?

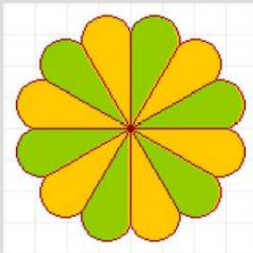
3  Troba els components del vector de la translació que transforma el triangle blau en el taronja.

4 El punt  $B(4,2)$  és el resultat de traslladar el punt  $A(-4,6)$  mitjançant una translació de vector  $\vec{v}$ . Quina distància hi ha entre A i B?

5 Quin punt resulta en girar  $P(4,1)$  al voltant de l'origen de coordenades, un angle de  $90^\circ$  en sentit contrari a les busques del rellotge?

6 Quin és el centre de la simetria que transforma el punt  $P(4,-2)$  en el  $P'(-2,0)$ ?

7



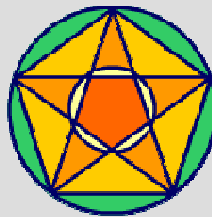
La figura de l'esquerra té centre de simetria. Quin és el menor angle que ha de girar per quedar invariant?

8

Quines són les coordenades del punt simètric del  $P(4,-2)$  en la simetria d'eix la bisectriu del primer quadrant?

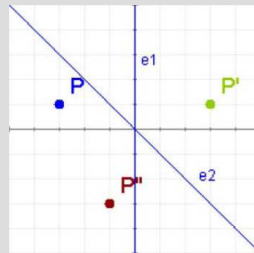
9

Quants eixos de simetria té la figura de la dreta?



10

En aplicar al punt  $P$  primer una simetria d'eix  $e_1$  i després una simetria d'eix  $e_2$ , resulta el punt  $P''$ . Quin és l'angle del gir que transforma directament  $P$  en  $P''$ ?



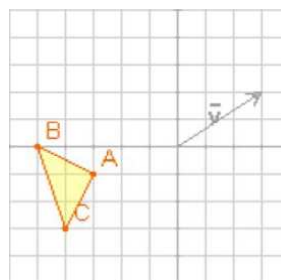


## Per practicar més

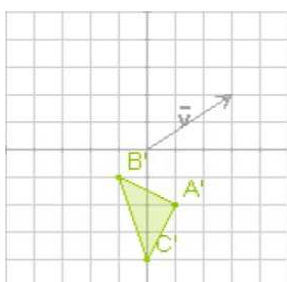
1. Determina els components i el mòdul del vector de la translació que transforma el punt A en el punt B.



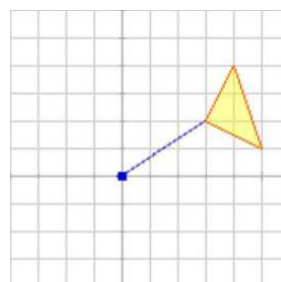
4. Calcula els vèrtexs del triangle que resulta en aplicar al de la figura una translació de vector  $\vec{v} = (3, 2)$ .



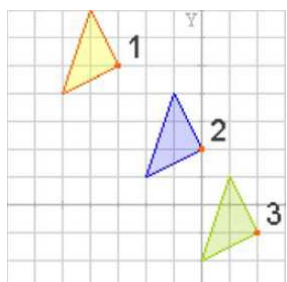
2. Troba el triangle que ha donat lloc al de la figura, en aplicar-li una translació de vector  $(3, 2)$ .



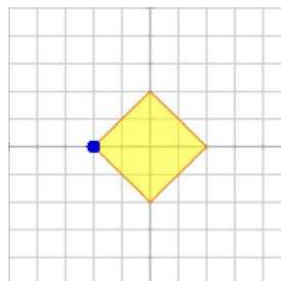
5. El triangle ABC de la figura gira  $90^\circ$  al voltant de l'origen de coordenades. En quin triangle es transforma?



3. El triangle de la figura s'ha traslladat primer de la posició 1 a la 2, mitjançant una translació de vector  $(3, -3)$ , i després a la 3 per una translació de vector  $(2, -3)$ . Quin és el vector de la translació que passa directament de 1 a 3?

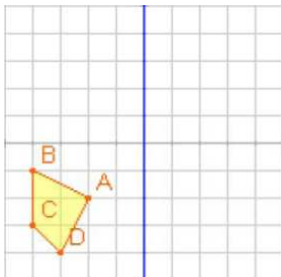


6. El quadrat de la figura gira  $45^\circ$  en sentit contrari a les busques del rellotge, al voltant del vèrtex assenyalat. Quins són els vèrtexs del quadrat transformat?

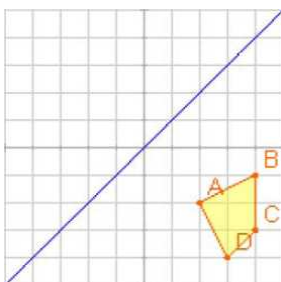


7. troba la figura transformada del quadrilàter ABCD per una simetria:

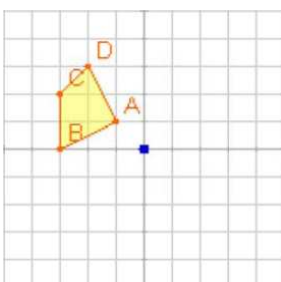
- a) d'eix el d'ordenades
- b) d'eix el d'abscisses.



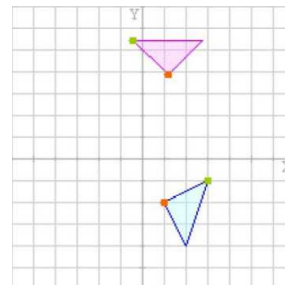
8. Troba la figura transformada del quadrilàter ABCD per una simetria d'eix el de la figura.



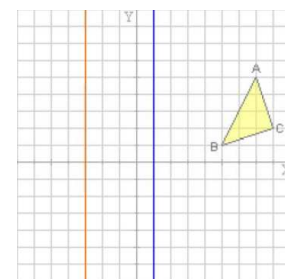
9. Troba la figura transformada del quadrilàter ABCD per una simetria central, de centre l'origen de coordenades.



10. El triangle blau es transforma en el morat després d'un gir de centre O. Dibuixa'l i calcula el centre de gir.



11. Troba la figura transformada del triangle ABC per una composició de simetries, primer la d'eix blau i després la d'eix vermell.



12. Troba la figura transformada del triangle ABC per una composició de simetries, primer la d'eix blau i després la d'eix vermell.

