



Funcions i gràfiques

Continguts

1. Relacions funcionals
 - Concepte i taula de valors
 - Gràfica d'una funció
 - Imatge i antiimatge
 - Expressió algebraica
 - Relacions no funcionals

2. Característiques d'una funció
 - Domini i recorregut
 - Continuïtat
 - Punts de tall amb els eixos
 - Creixement i decreixement
 - Màxims i mínims
 - Periodicitat

Objectius

- Reconèixer si una relació entre dues variables és una funció o no.
- Distingir la variable independent i la dependent.
- Expressar una funció utilitzant una taula de valors, una gràfica o una fórmula.
- Determinar el domini i el recorregut d'una funció.
- Interpretar algunes característiques de la gràfica d'una funció: el creixement i decreixement, els extrems relatiu, la periodicitat...
- Representar i analitzar gràfiques de funcions tretes de diferents situacions quotidianes.



Abans de començar

Per començar es proposa un repte, ORBITANT LA TERRA, i una investigació sobre una de les lleis de Kepler.

Com varia la distància en línia recta entre aquests dos satèl·lits a mesura que passa el temps?



Prem per veure como resoldre la pregunta.

En acabar ... Prem per anar a la següent pàgina.

1. Relacions funcionals

1.a. Concepte i taula de valors

Llegeix el text de la pantalla.

Contesta:

Què és una funció? _____

Com s'anomena la *causa*? _____

Quina variable depèn de l'altra? _____

En l'escena tens una taula que relaciona longitud del costat i l'àrea del polígon. Mou el vèrtex indicat del polígon de manera que obtinguis cada un dels valors del costat que s'indiquen en la taula i escriu en el lloc corresponent el seu valor. Completa-la també aquí:

Longitud del costat							
Àrea del polígon							

Després... Prem el botó per fer uns exercicis.

Els següents exercicis són semblants als d'aquesta escena.

EXERCICIS de Reforç

1 LES REBAIXES

Si en un producte ens ofereixen un descompte del 10%, pagarem el 90% del preu original.

El preu rebaixat (PR) és funció del preu inicial (PI): $PR = f(PI)$

Completa aquesta taula canviant el control PI. $PR = 0,90 \cdot PI$

PI	26	28	36	46
PR				

Fes la mateixa activitat canviant el preu inicial i el percentatge de descompte.

2 DENSITAT DELS MATERIALS

A una pressió i temperatura donades, el quocient entre el pes (P) d'un material i el volum (V) que ocupa és constant. Direm, aleshores, que el pes és funció del volum i ho representarem així: $P = f(V)$

(La constant que relaciona aquestes dues magnituds és la densitat, (d), $P = d \cdot V$)

Calcula el valor de P si $d=0,8$

V	2,8	3,9	5	8,3
P				

Fes la mateixa activitat canviant el valor del volum i la densitat.

3 INTERESSOS BANCARIS

Un banc ofereix un dipòsit al 5%. En la lletra petita es diu que hi ha una comissió fixa d'obertura de 20€.

Si anomenem C la quantitat invertida i I als interessos produïts, diem que I és funció de C i ho escriurem així: $I = f(C)$ $I = 0,05 \cdot C - 20$

Calcula el valor de I amb el valor del dipòsit donat.

C	533	626	709	804
I				

Fes la mateixa activitat canviant el tipus d'interés i el capital.

4 ÀREA D'UN QUADRAT

L'àrea, A, d'un quadrat és funció de la longitud del seu costat, c. Ho escriurem així:

$$A = f(c) \quad A = c \cdot c = c^2$$

Calcula el valor d'A amb els diferents valors per c.

c	0,1	0,4	1	1,5
A				

5 ALTURA D'UN TRIANGLE RECTANGLE

L'altura d'un triangle rectangle és funció de l'angle oposat: $h = f(\alpha)$

Modifica el valor de l'angle i completa la taula:

α	5	13	15	16
h				

Prem per anar a la següent pàgina.

1.b. Gràfica d'una funció

Llegeix el text de la pantalla i explica pas a pas què cal fer per obtenir la gràfica d'una funció:

1)


2)

3)

Reflexiona sobre la situació plantejada, CAPTACIÓ D'AIGÜES.

Com construir la gràfica de la longitud total de les canonades en funció de la distància de l'estació captadora a un punt fix del riu.



Prem  per veure com es resol la qüestió.

En la escena tens una taula que relaciona la distància al pont de l'estació captadora (C) i la longitud total de les canonades.
 Mou el punt C per mesurar cada un dels valors que s'indiquen en la taula i escriu en el lloc corresponent el valor de la longitud total. Completa-la també aquí:

Distància al pont (km)							
Longitud de les canonades (km)							

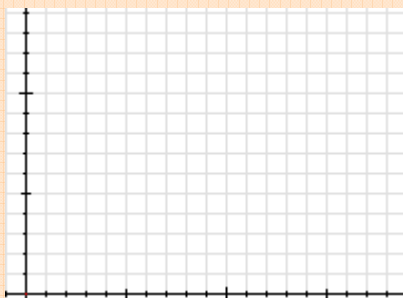
Després... Prem el botó  per fer uns exercicis.

Els següents exercicis són semblants als d'aquesta escena.

EXERCICIS de Reforç

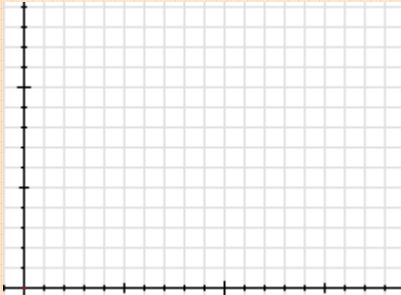
Dibuixa els punts de les taules dels *Exercicis de Reforç* de l'apartat anterior i representa les gràfiques de les funcions corresponents.

1 LES REBAIXES



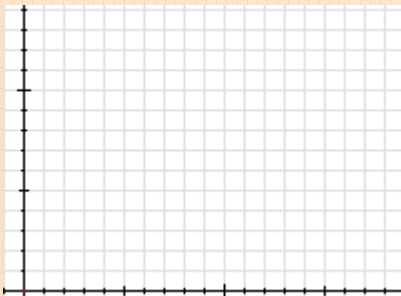
PI	PR

2 DENSITAT DELS MATERIALS



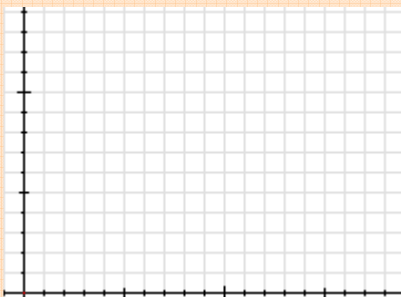
V	P

3 INTERESSOS BANCARIS



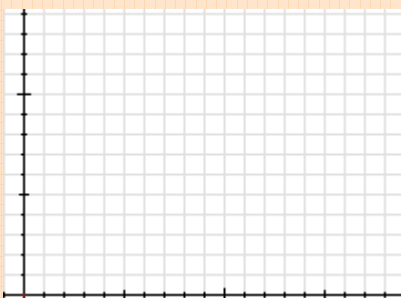
C	I

4 ÀREA D'UN QUADRAT




c	A

5 ALTURA D'UN TRIANGLE RECTANGLE



a	h

En acabar ... Prem  per anar a la següent pàgina.

1.c. Imatge i antiimatge

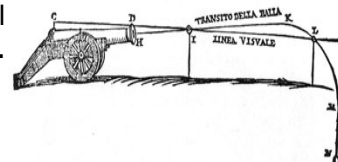
Llegeix el text de la pantalla.

Contesta:

Què és l'antiimatge? _____
 Què és la imatge? _____

Reflexiona sobre la situació plantejada, BALA DE CANÓ.

Com construir la gràfica de l'abast de la bala en funció de l'angle del canó amb l'horitzontal.



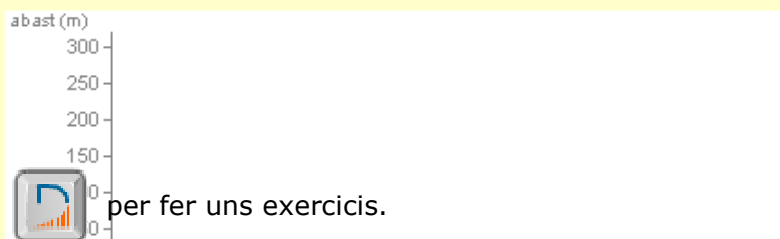
Prem per veure com es resol la qüestió.

En l'escena tens una gràfica que relaciona l'angle del canó amb la distància a la que arriba la bala. Apareix un canó que has de disparar i has d'observar l'abast en funció de l'angle. Completa les dades del primer tret:

$f(\) = \square$ és a dir:
 \square és la imatge \square o bé,
 \square és una antiimatge de \square

Prem per fer el segon tret
 Has de fer un mínim de 6 trets per poder veure la gràfica.
 Escriu a la següent taula els angles i les distàncies que vas assolint en els teus trets i fes la gràfica:

Angle	Distància

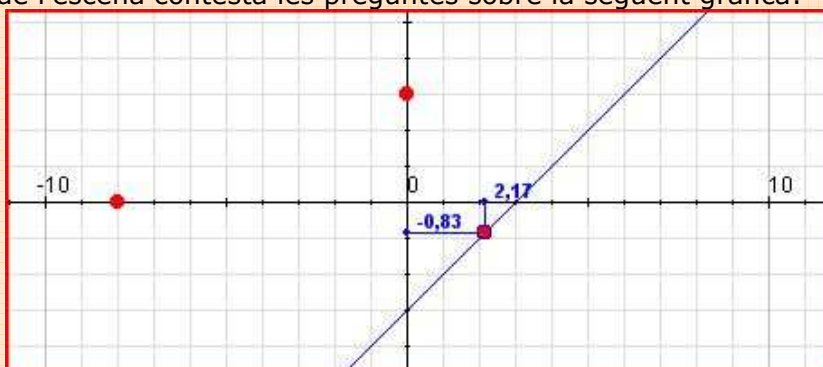


Després... Prem el botó per fer uns exercicis.

Els següents exercicis són semblants als d'aquesta escena.

EXERCICIS de Reforç

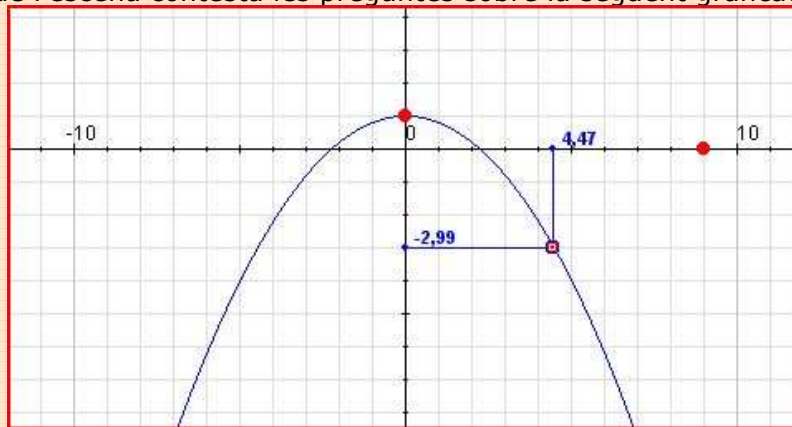
1) Amb l'ajuda de l'escena contesta les preguntes sobre la següent gràfica:



- a) Calcula la imatge de -8, és a dir, $f(-8)$.
- b) Calcula l'antiimatge de 3, és a dir, $f(x)=3$.

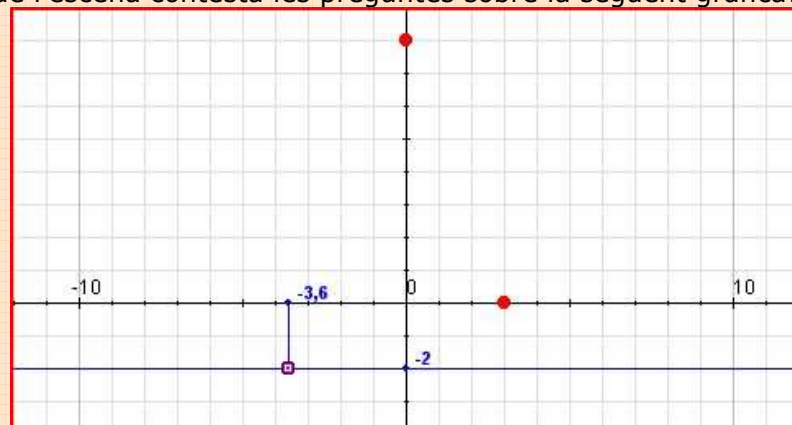
EXERCICIS de Reforç

2) Amb l'ajuda de l'escena contesta les preguntes sobre la següent gràfica:



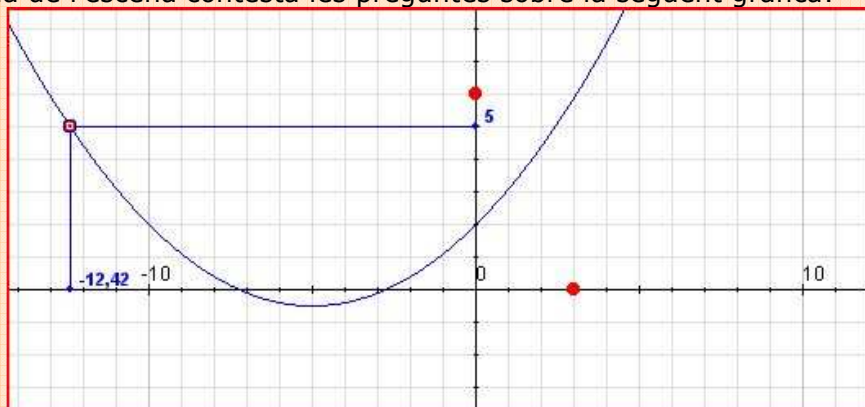
- a) Calcula la imatge de 9, és a dir, $f(9)$.
- b) Calcula l'antiimatge de 1, és a dir, $f(x)=1$.

3) Amb l'ajuda de l'escena contesta les preguntes sobre la següent gràfica:




- a) Calcula la imatge de 3, és a dir, $f(3)$.
- b) Calcula l'antiimatge de 8, és a dir, $f(x)=8$.

4) Amb l'ajuda de l'escena contesta les preguntes sobre la següent gràfica:



- a) Calcula la imatge de 3, és a dir, $f(3)$.
- b) Calcula l'antiimatge de 6, és a dir, $f(x)=6$.

En acabar ... Prem  per anar a la següent pàgina.

1.d. Expressió algebraica

Llegeix el text de la pantalla.

Contesta:

Què és una expressió algebraica? _____


Com s'obté una taula de valors a partir d'una expressió algebraica? _____


Llegeix la situació plantejada: **COLONITZACIÓ DE L'OEST.**





Prem  per veure com es resol la qüestió.


Comencem escollint la variable independent(la longitud **a**), i la variable dependent(l'àrea del rectangle).

Calculem el resultat (l'Àrea) que s'obté per **a=5 hm**: $f(5) =$ _____ hm^2 

En la següent escena pots arrossegar la cantonada del rectangle i veure como s'obtenen diferents àrees depenent de la longitud del costat a. 


En la següent escena obtindràs l'expressió algebraica per calcular l'àrea. 

Anomenem "x" al costat a i obtenim l'expressió: $f(x) =$ _____ 

Quan tenim l'expressió de $f(x)$ és més fàcil calcular imatges i antiimatges. 

Exemple: Per $x=9$, quant val $f(x)$? _____

Per $f(x) = 88$, quant val x? _____

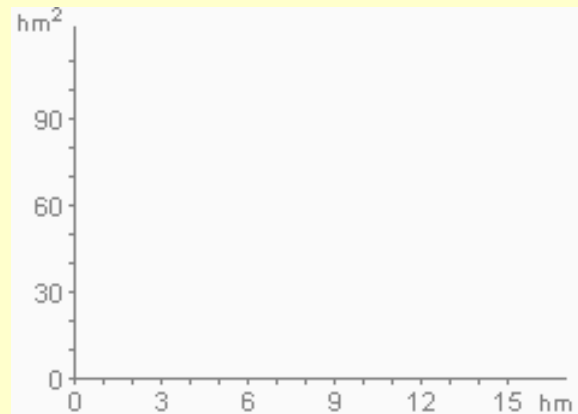
De quantes maneres es pot obtenir l'àrea de 88 hm^2 ? _____ 

Completa la taula i fes-ne la gràfica.

x	f(x)

Quins tipus de funció s'ha obtingut?

Com s'anomena la corba obtinguda en la gràfica?



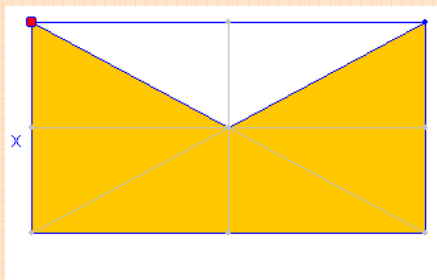
Després... Prem el botó  per fer uns exercicis.

Els següents exercicis són semblants als d'aquesta escena.

EXERCICIS de Reforç

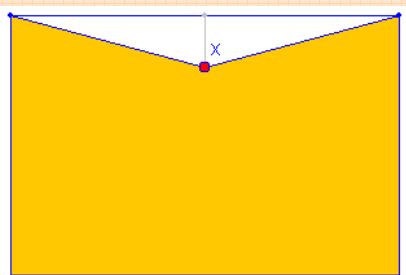
1) Completa les dades que falten i escriu l'àrea de la part acolorida en funció de x :

a)



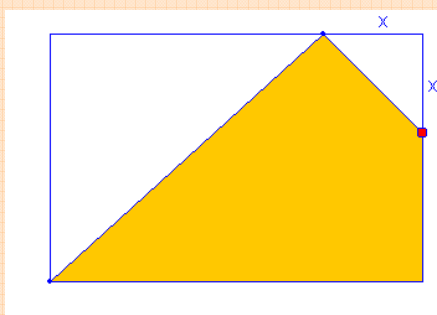
$A(x) =$

b)



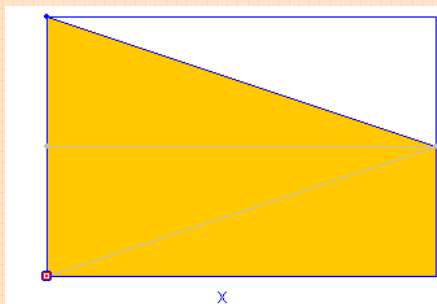
$A(x) =$

c)



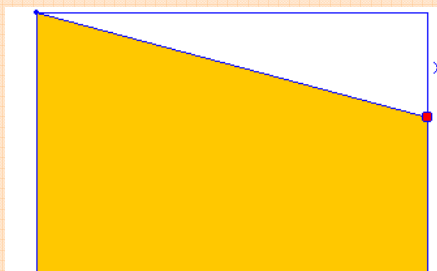
$A(x) =$

d)




$A(x) =$

e)



$A(x) =$

En acabar ... Prem  per anar a la següent pàgina.

1.e. Relaciones que no són funcionals

Llegeix el text de la pantalla.


Contesta:

Quina diferència hi ha entre una relació funcional i una no funcional? _____

Per què les relacions estadístiques no són relacions funcionals? _____

Reflexiona sobre la situació plantejada, PES I ALTURA.

El pes d'una persona, és funció de la seva altura?

Prem  per veure com es resol la qüestió.



En l'escena pots veure una gràfica amb punts i aclariments sobre aquests.

Contesta:

Què representa cada punt d'aquesta gràfica? _____

Busca una altura "x" a la que no li correspongui cap pes. _____

Busca una altura "x" a la que li correspongui més d'un pes. _____

Aquesta gràfica, correspon a una relació funcional? ____ Per què? ____

Quin tipus de relació és? _____

Després... Prem el botó  per fer uns exercicis.

Els següents exercicis són semblants als d'aquesta escena.

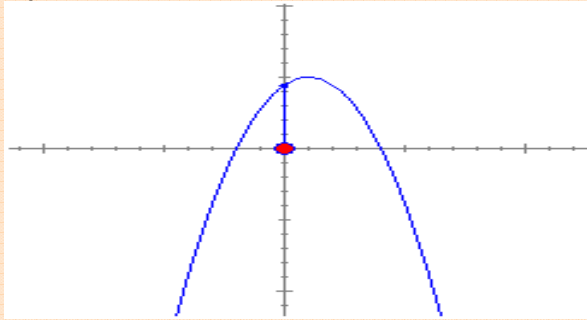
EXERCICIS de Reforç

1) Raona si la relació entre les magnituds de les següents situacions és funcional o no:

- a) L'altura d'una persona és funció de la seva edat?
- b) El temps usat en realitzar un trajecte és funció de la velocitat a la que s'ha realitzat?
- c) El cost de la factura de l'aigua és funció del volum consumit?
- d) El cost de la factura de l'aigua és funció del nombre d'aixetes que es tenen a casa?
- e) A pressió constant, el volum d'un gas és funció de la seva temperatura?
- f) El nombre d'accidents de trànsit és funció del nombre de vehicles que circulen?
- g) Els interessos bancaris són funció del nombre de dies que dura una inversió a termini fix?

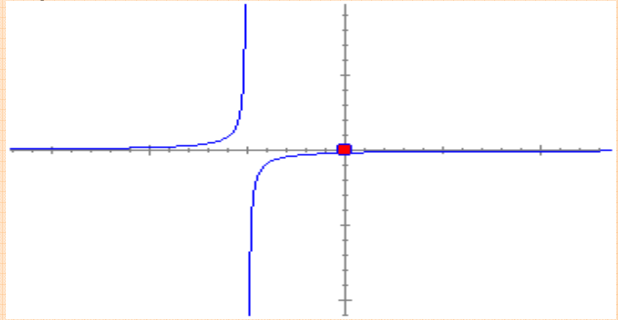
2) Raona si la relació entre les magnituds de les següents gràfiques és funcional o no:

a)



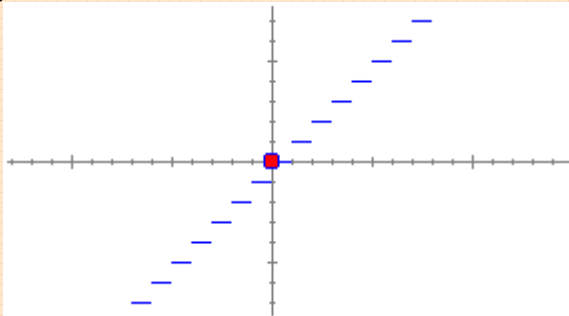
Resposta:

b)



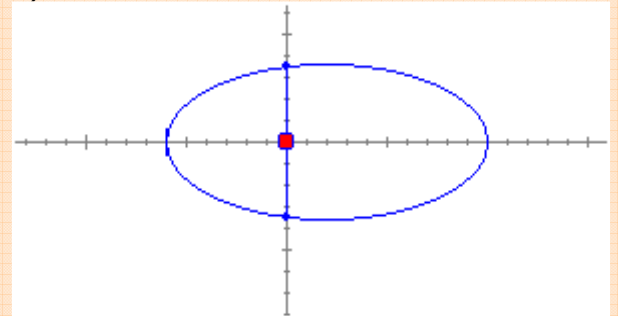
Resposta:

c)



Resposta:

d)

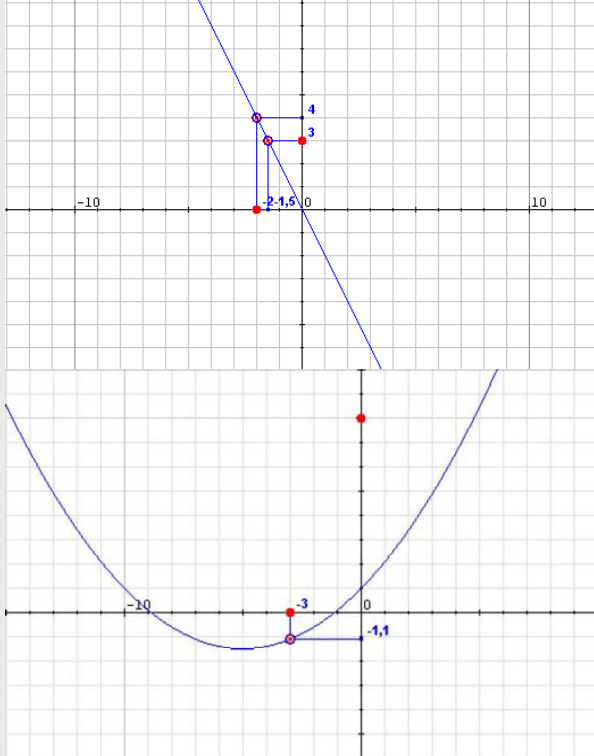


Resposta:

EXERCICIS

1. Les rebaixes: si en un producte ens ofereixen un descompte del 10% haurem de pagar el 90% del preu original. Aleshores, el preu rebaixat (PR) és funció del preu inicial (PI) mitjançant l'expressió $PR = f(PI) = 0,9 \cdot PI$. Construeix una taula de valors per aquesta funció (per exemple amb quatre valors) i dibuixa la gràfica corresponent.

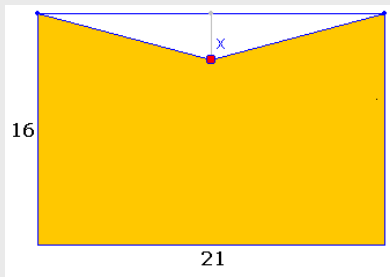
2. Amb l'ajuda de les gràfiques adjuntes calcula les imatges i antiimatges següents:



a) La imatge de -3, l'antiimatge de 3.

b) La imatge de -3, l'antiimatge de 8 i de -4

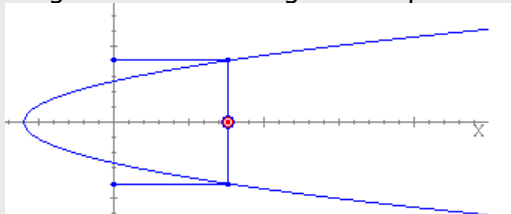
3. Escriu en funció de x l'àrea de la part acolorida de la figura



4. Indica de forma raonada si les següents frases són certes o falses:

- a) El cost de la factura de l'aigua és funció del volum consumit.
- b) El nombre d'accidents de trànsit és funció del nombre de vehicles que circulen.
- c) A pressió constant, el volum d'un gas és funció de la seva temperatura.

5. La gràfica de la imatge correspon a una funció?



En acabar ... Prem  per anar a la següent pàgina.

2. Característiques d'una funció

2.a. Domini i recorregut

Llegeix el text de la pantalla.

Contesta:

Què és el domini d'una funció? _____

Què és el recorregut o la imatge d'una funció? _____

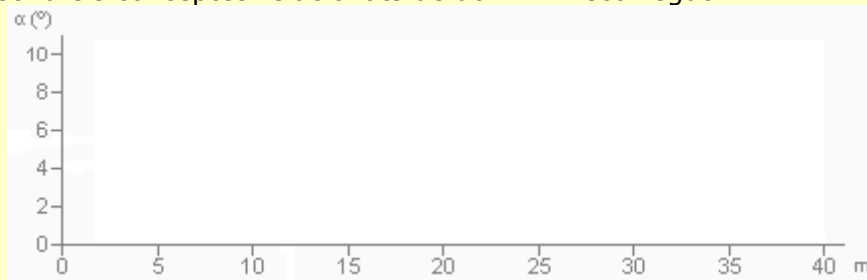
Reflexiona sobre la situació plantejada, JUGADOR DE FUTBOL SALA.

Com és la gràfica que dona l'angle sota el que veu la porteria contrària en funció de la distància que hi ha des de la línia de fons del seu camp.



Prem  per veure com es resol la qüestió.

En l'escena es veuen un dibuix i una gràfica amb els valors que es poden donar. Fes el dibuix de la gràfica i escriu els conceptes relacionats de domini i recorregut.



Mou el jugador en l'escena cap a davant i cap endarrere i observa com varia l'angle.

Contesta:

Quina és la variable independent x? _____


Quina és la variable dependent y? _____

Entre quins valors varia la variable independent? _____

Entre quins valors varia la variable dependent? _____

Quin és el **DOMINI** de la funció? _____

Quin és el **RECORREGUT** o **LA IMATGE** de la funció? _____

Després... Prem el botó  per fer uns exercicis.

Els següents exercicis són semblants als de l'escena.

EXERCICIS de Reforç

1) Determina de forma raonada el domini de les següents funcions:

a) $f(x) = 0,8x + 3$

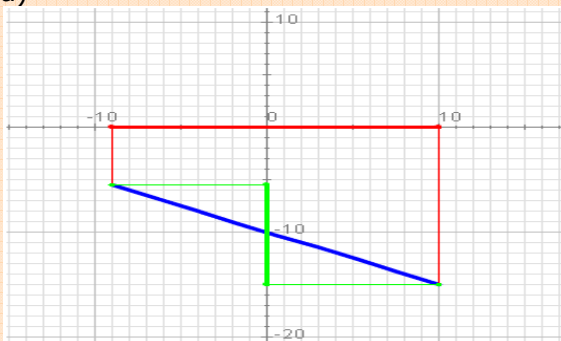
b) $f(x) = \sqrt{x + 8}$

c) $f(x) = 2,1x^2 - 8,4x - 126$

d) $f(x) = \frac{1,7x + 3}{(x - 6)(x - 8)}$

2) Determina el domini i el recorregut de les funcions associades a les gràfiques (blau) de sota:

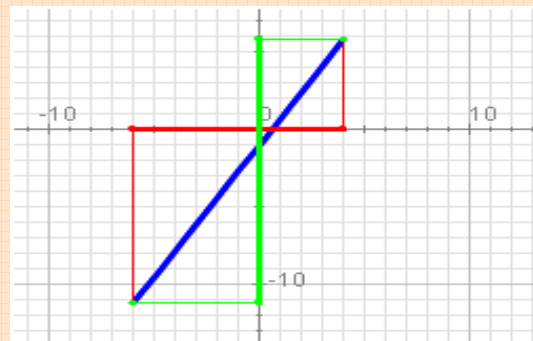
a)



Domini:

Recorregut:

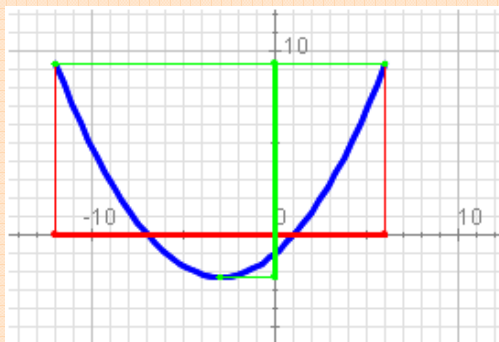
b)



Domini:

Recorregut:

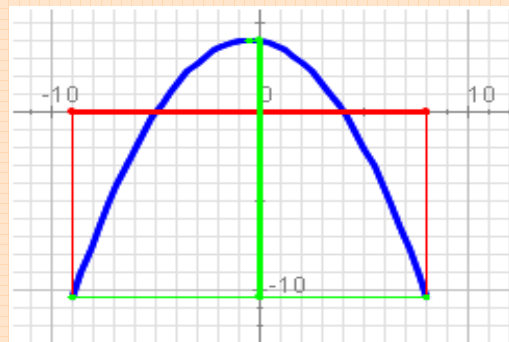
c)



Domini:


Recorregut:

d)



Domini:

Recorregut:

En acabar ... Prem  per anar a la següent pàgina.

2.b. Continuitat

Llegeix el text de la pantalla.

Contesta:


Com pots saber quan una funció és contínua? _____

Com s'anomenen els punts on la gràfica té salts? _____

Reflexiona sobre la situació plantejada, TAXÍMETRE.

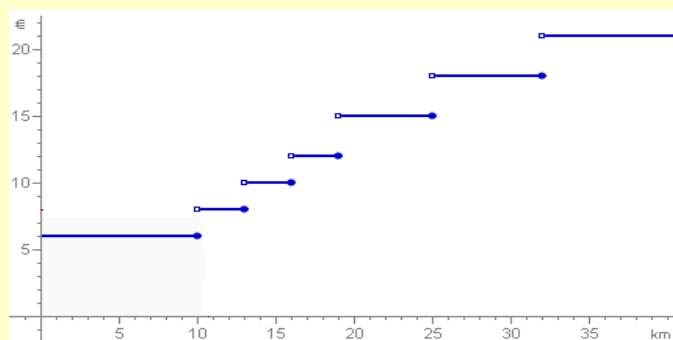
Estudiem el preu d'un trajecte en taxi realitzat en una certa zona rural en funció de la distància recorreguda.



Prem  per veure com es resol la qüestió.

En l'escena es mostra una gràfica amb els valors que es poden donar, i una sèrie de preguntes que has de contestar.

Observa la gràfica i respon les preguntes, que et serviran d'exemple.



Quants euros suposa la baixada de bandera? _____

Quants quilometres es poden fer amb aquest import? _____

Si el recorregut és d' "una mica més" de _____ km el cost del trajecte és de _____

Si el recorregut és exactament de _____ el preu és de _____

La imatge de $x = \underline{\hspace{1cm}}$ és $y = \underline{\hspace{1cm}}$

Completa la taula:

x (km. Recorreguts)							
y (preu en €)							

Quan x tendeix a _____ per l'esquerra, les imatges tendeixen a _____

Quan x tendeix a _____ per la dreta, les imatges tendeixen a _____

Així doncs:

El límit quan x tendeix a _____ per l'esquerra és _____

El límit quan x tendeix a _____ per la dreta és _____

La imatge de $x = \underline{\hspace{1cm}}$ és _____

Si la funció fos contínua en _____, aquestes tres quantitats serien _____

La funció té una _____ (_____) en $x = \underline{\hspace{1cm}}$:

La seva gràfica no es pot dibuixar sense _____

_____ en _____.



Després... Prem el botó  per fer uns exercicis.

Els següents exercicis són semblants als de l'escena.

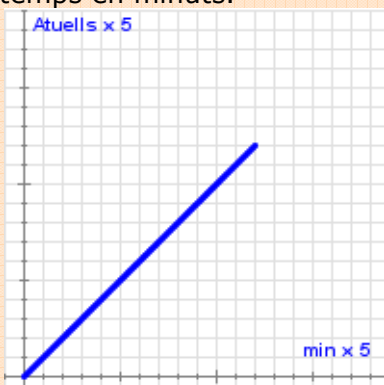
EXERCICIS de Reforç

1) Un rellotge d'aigua funciona tal com s'explica a continuació:

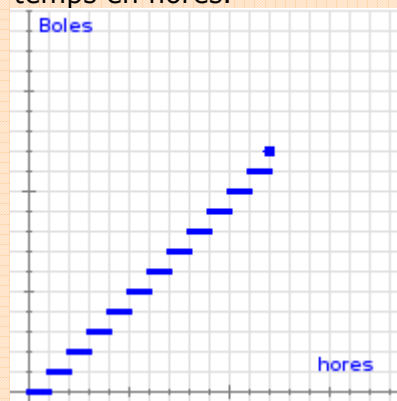
A la dreta hi ha 60 atuellts que es van omplint d'aigua poc a poc. Quan s'omple el que fa el pis 60 es buida de cop tota la columna i s'omple una de les boles en una columna esquerra (que té un total de 12 boles). La columna esquerra representa les hores i la columna dreta els minuts.

Indica si la funció que relaciona l'altura de la columna dreta amb el temps és contínua. Analitza la situació només en l'interval de temps que va des de que està buida fins que s'omple.

a) X= temps en minuts.



b) X= temps en hores.

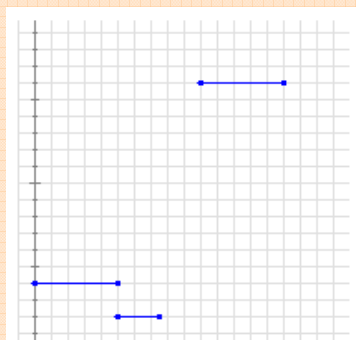


2) En Joan avui va d'excursió amb l'institut. Com que viu lluny acostuma a anar amb bicicleta. Així que arriba a l'institut, surt tot l'alumnat caminant fins l'estació de trens i allà esperen una estona a que arribi el tren. Pugen al tren i finalment arriben al destí.

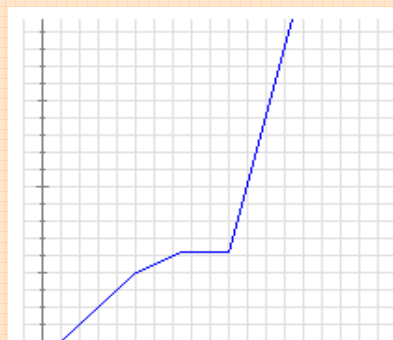
A sota pots veure dues gràfiques: una representa la distància que va recorrent en Joan des de casa seva respecte el temps transcorregut i l'altra representa la velocitat a la que es desplaça en cada instant, també en funció del temps transcorregut.

Indica de forma raonada quina gràfica correspon a cada una de les dues situacions i indica en cada cas si la funció representada és o no és contínua.

a)



b)



En acabar ... Prem  per anar a la següent pàgina.

2.c. Punts de tall amb els eixos

Llegeix el text de la pantalla.

Contesta:

Quines coordenades té un punt sobre l'eix d'ordenades? _____

Quines coordenades té un punt sobre l'eix d'abscisses? _____

Completa:



- Per trobar y_0 es fa _____ en l'expressió de la funció i es calcula _____.
- Per trobar x_0 es substitueix _____ per _____ en l'expressió de la funció i s'aïlla _____.

Reflexiona sobre la situació plantejada, TEMPERATURA.

Estudiem la gràfica de la temperatura en funció de l'hora del dia.



Prem per veure com es resol la qüestió.

En l'escena es mostra una gràfica de la temperatura i l'hora del dia.

Observa la gràfica.

Arrossega el punt que s'indica sobre la gràfica per observar les diferents temperatures en funció de les hores. Fes-ho fins que surti la fletxa per avançar.



Contesta:

Quants punts de tall poden haver amb l'eix d'ordenades? _____



I amb el d'abscisses? _____

Després... Prem el botó per fer uns exercicis.

Els següents exercicis són semblants als de l'escena.

EXERCICIS de Reforç

1) Determina les coordenades dels punts de tall amb els eixos de les següents funcions:

- $f(x) = 2 - x$
- $f(x) = -3$
- $f(x) = -2x - 1$
- $f(x) = -2x$

En acabar ... Prem per anar a la següent pàgina.

2.d. Creixement i decreixement

Llegeix el text de la pantalla.

Contesta:

Què succeeix al voltant d'una funció creixent en un punt? _____

Què succeeix al voltant d'una funció decreixent en un punt? _____

Quan es diu que una funció és monòtona? _____

Quan es diu que una funció és constant? _____

Reflexiona sobre la situació plantejada, TEMPERATURA D'UN FORN.

Estudiem la gràfica de la temperatura del forn en funció del temps.



Prem per veure com es resol la qüestió.

En l'escena es mostra una gràfica de la temperatura i el temps.

Observa la gràfica.

Arrossega el punt que s'indica sobre la gràfica per observar les diferents temperatures en funció dels minuts.

Contesta:

Com és la funció fins el minut 10? _____

Com és la funció entre el minut 10 i el 20? _____

Com és la funció entre el minut 20 i el 36? _____

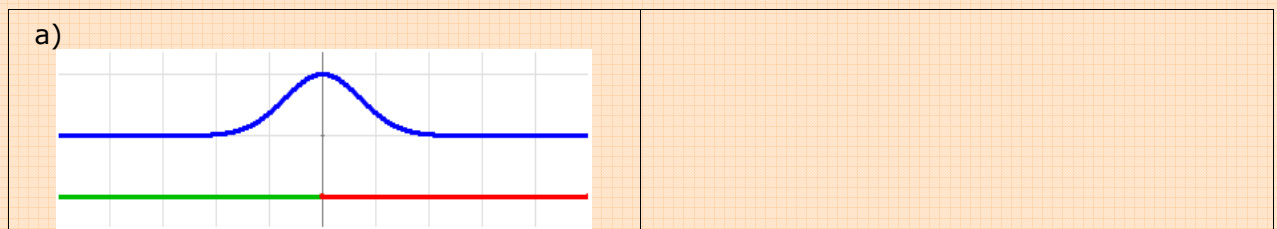
Com és la funció a partir del minut 36? _____

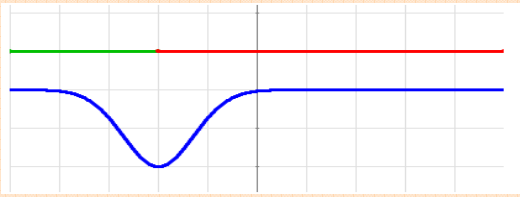
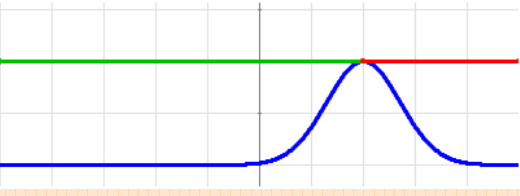
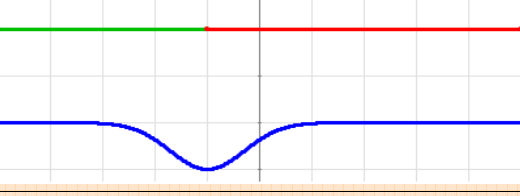
Després... Prem el botó per fer uns exercicis.


Els següents exercicis són semblants als de l'escena.

EXERCICIS de Reforç

Determina els intervals de creixement i decreixement de les funcions definides en l'interval $(-5,5)$ que tenen per gràfica cada una de las següents(dibuixades en color blau):



<p>b)</p> 	
<p>c)</p> 	
<p>d)</p> 	

En acabar ... Prem  per anar a la següent pàgina.

2.e. Màxims i mínims

Llegeix el text de la pantalla.

Contesta:

Què és un màxim absolut? _____

Què és un mínim absolut? _____


Què és un mínim relatiu? _____

Què és un màxim relatiu? _____

Quants màxims o mínims poden haver? _____

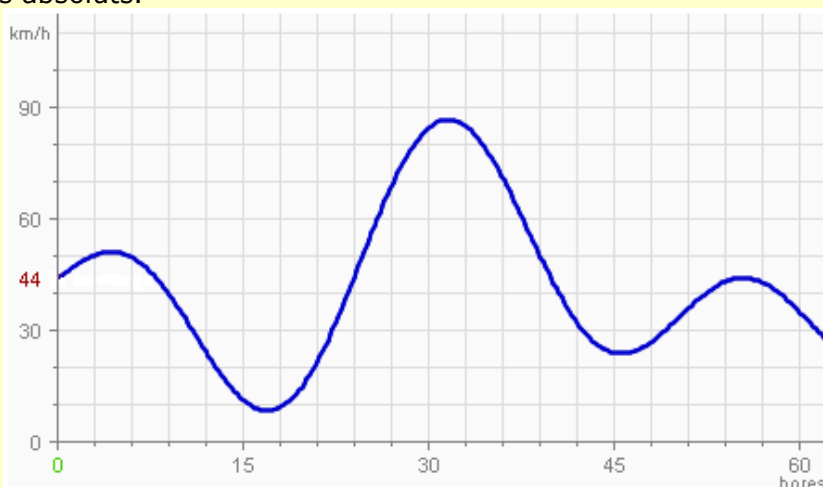
Reflexiona sobre la situació plantejada, VELOCITAT DEL VENT.

Estudiem la gràfica de la velocitat del vent en funció del temps.

Prem  per veure com es resol la qüestió.



En l'escena es mostra una gràfica de la velocitat i el temps. Completa la gràfica indicant on és creixent, on decreixent i indicant els màxims i mínims locals i quins d'ells són els absoluts.



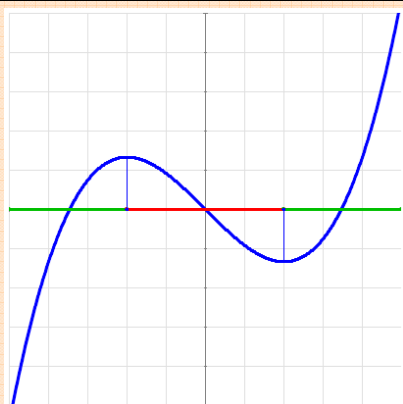
Després... Prem el botó  per fer uns exercicis.

Els següents exercicis són semblants als de l'escena

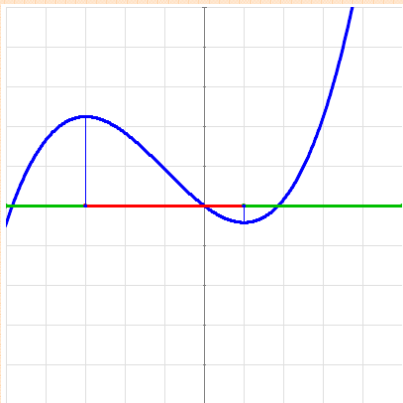
EXERCICIS de Reforç

Determina els extrems relatius de les funcions definides en l'interval $(-5,5)$ la gràfica de les quals es cada una de les següents dibuixades en color blau:

a)



b)



En acabar ... Prem  per anar a la següent pàgina.

2.f. Periodicitat

Llegeix el text de la pantalla.

Contesta:

Quan una funció és periòdica? _____

A què s'anomena període? _____

Reflexiona sobre la situació plantejada, FASES DE LA LLUNA.

Estudiem la gràfica del percentatge visible de la lluna en funció del dia.



Prem  per veure com es resol la qüestió.

En l'escena es mostra una gràfica del percentatge visible en funció del dia. Observa com es va construint la gràfica.

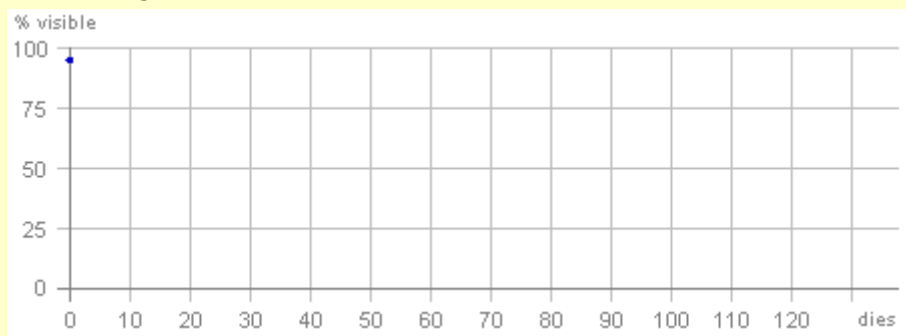
Contesta:


Cada quant de temps es repeteixen els mateixos valors de la imatge? _____



Com s'anomenen aquestes funcions? _____

Quin és el període en aquesta funció? _____

A continuació fes la gràfica



Arrossega el rectangle sobre cada un dels períodes per veure la gràfica completa 

Modifica el dia en el control:   **Visible:** _____

Observa quins són els valors de x que tenen la mateixa imatge:

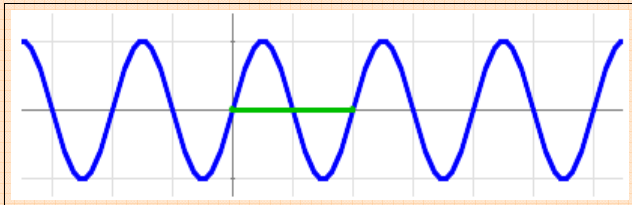
x ; x+__ ; x+ __ **f(x) = f() = f()**

Després... Prem el botó  per fer uns exercicis.

Els següents exercicis són semblants als de l'escena.

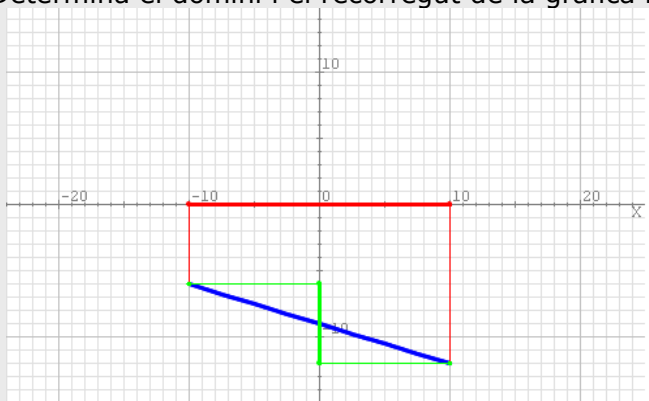
EXERCICI de Reforç

Calcula el període i el valor aproximat de la funció per $x=860$:

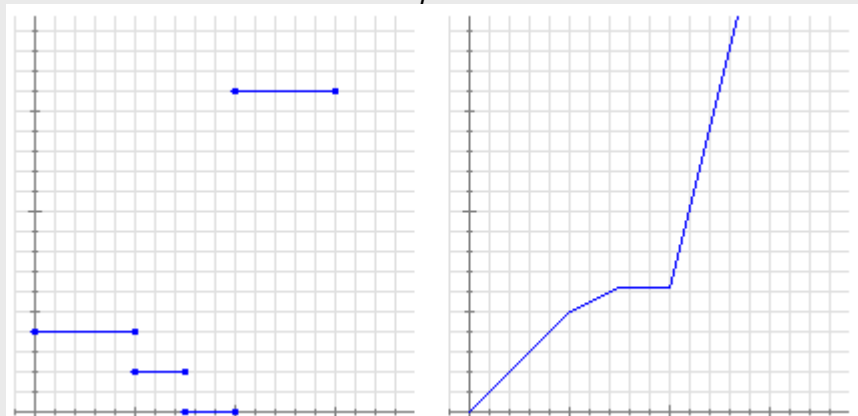


EXERCICIS

6. Determina de forma raonada el domini de la funció $f(x) = \sqrt{x + 8}$
7. Determina el domini i el recorregut de la gràfica blava de la imatge.

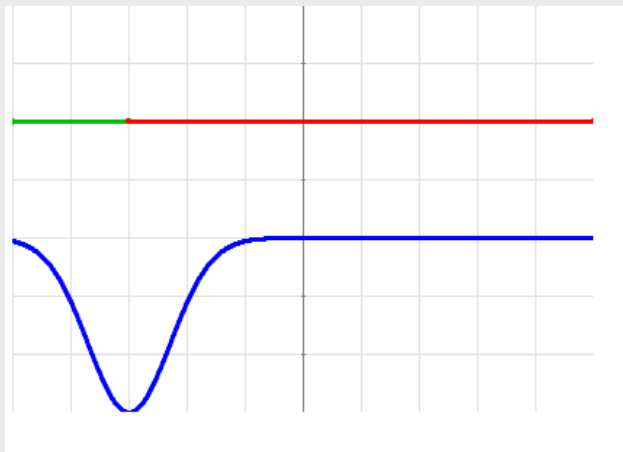


8. Indica si són contínues o discontinües:
En Joan avui va d'excursió amb l'institut. Com que viu lluny acostuma a anar amb bicicleta. Així que arriba a l'institut, surt tot l'alumnat caminant fins l'estació de trens i allà esperen una estona a que arribi el tren. Pugen al tren i finalment arriben al destí. A sota pots veure dues gràfiques: una representa la distància que va recorrent en Joan des de casa seva respecte el temps transcorregut i l'altra representa la velocitat a que e desplaça en cada instant, també en funció del temps transcorregut. Indica de forma raonada quina gràfica correspon a cada una de les dues situacions i indica en cada cas si la funció representada és o no és contínua.



EXERCICIS

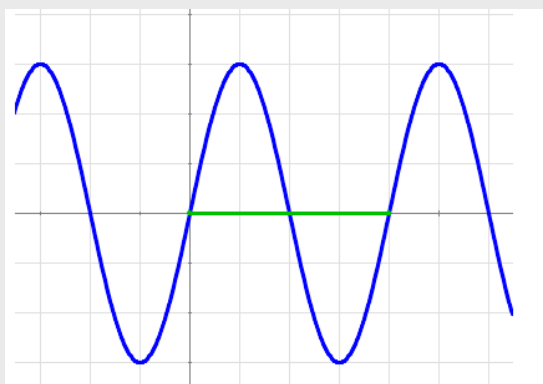
9. Calcula els punts de tall amb els eixos de la funció $f(x)=2-x$
10. La funció blava de la imatge està definida en l'interval $(-5,5)$. Determina els seus intervals de creixement i de decreixement.




11. La funció blava de la imatge està definida en l'interval $(-5,5)$. Determina els seus màxims i els seu mínims relatius.



12. La funció adjunta és periòdica. Calcula el seu període i el valor de la funció quan x sigui igual a 265.



En acabar ... Prem  per anar a la següent pàgina.



Recorda el més important – RESUM

Completa per recordar el que has après:

Taula i gràfica

Assenyala en la gràfica els punts de la taula.	
--	--

Imatge i antiimatge

Assenyala en la gràfica i escriu com a mínim 4 exemples d'imatges i les corresponents antiimatges.	
--	--

Expressió algebraica

Explica com trobar l'expressió algebraica de la funció de la gràfica.	<table style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <thead> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>-6</td><td>-3,5</td></tr> <tr><td>-4</td><td>-3</td></tr> <tr><td>-3</td><td>-2,5</td></tr> <tr><td>-2</td><td>-2</td></tr> <tr><td>-1</td><td>-1,5</td></tr> <tr><td>0</td><td>-1</td></tr> <tr><td>1</td><td>-0,5</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>0,5</td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>1,5</td></tr> </tbody> </table> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; padding: 5px;"> $x \quad \frac{x}{2} - 1 = y$ $-1 \quad \frac{-1}{2} - 1 = -1,5$ </div>	x	y	-6	-3,5	-4	-3	-3	-2,5	-2	-2	-1	-1,5	0	-1	1	-0,5	2	0	3	0,5	4	1	5	1,5
x	y																								
-6	-3,5																								
-4	-3																								
-3	-2,5																								
-2	-2																								
-1	-1,5																								
0	-1																								
1	-0,5																								
2	0																								
3	0,5																								
4	1																								
5	1,5																								

Domini i recorregut

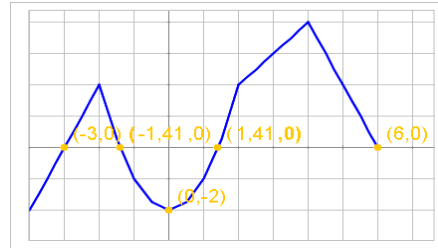
Explica com s'observa el domini i el recorregut de la funció de la gràfica.	
---	--

Continuïtat

Explica amb l'ajuda de les gràfiques de la dreta els conceptes relacionats amb la continuïtat.	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>— Aquesta funció és continua, es pot dibuixar amb un sol traç</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>— Aquesta funció és discontinua, no es pot dibuixar amb un sol traç</p> </div> </div>
--	--

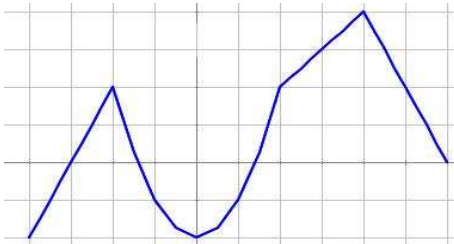
Talls amb els eixos

Assenyalta en la gràfica els punts de tall amb els eixos, i caracteritza aquests punts.



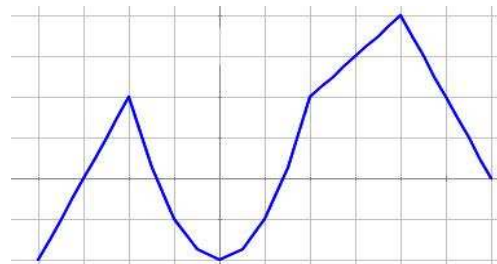
Creixement i decreixement

Descriu en què t'has de fixar i com has d'escriure els intervals de monotonia.



Màxims i mínims

Assenyalta en la gràfica els extrems de la funció, i fes-ne una classificació.



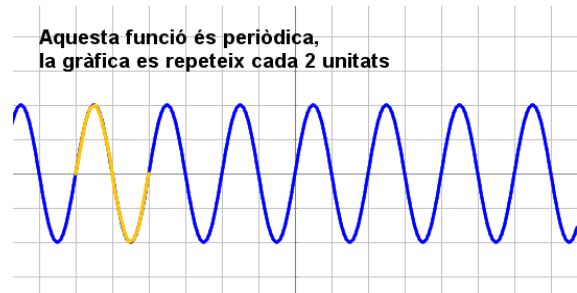
Relació no funcional


Explica com diferenciar una gràfica d'una relació funcional d'una no funcional, i dibuixa dues gràfiques que siguin exemples de les mateixes.



Periodicitat

Assenyalta en la gràfica el període i defineix què és una funció periòdica.



Prem  per anar a la següent pàgina.



Per practicar

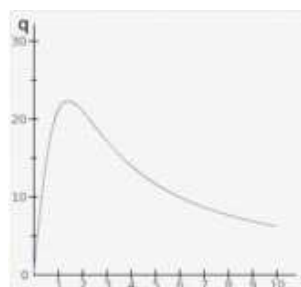
En aquest apartat trobaràs exercicis relacionats amb relacions funcionals i característiques d'una funció.

Les següents activitats es troben en les escenes. Observa en cada apartat com es resolen.

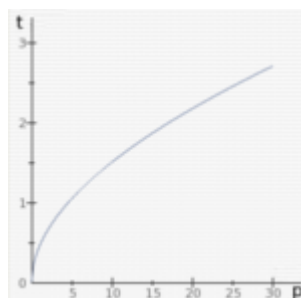
RELACIONS FUNCIONALS

Concepte (Fes com a mínim de **quatre** exercicis dels tipus que s'indiquen)

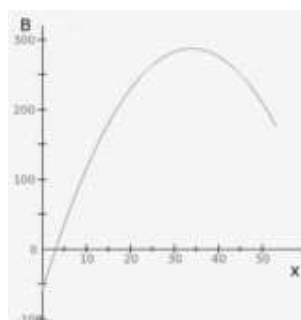
1. S'està provant un medicament injectant-ne una dosi a un pacient. Anomenem q a la quantitat de medicament per litre de sang (mesurada en ml) i t al temps transcorregut des de la inoculació del mateix (mesurat en hores). Què representa la gràfica adjunta: q en funció de t o t en funció de q ?



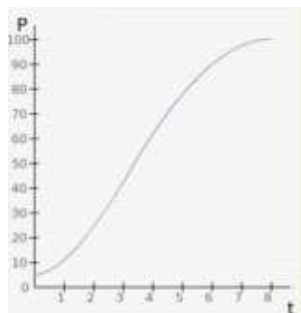
2. Tirem una pedra dins d'un pou i anomenem p a la fondària del pou mesurada en metres i t al temps transcorregut entre el llançament i l'instant en que se sent l'impacte (mesurat en segons). Què representa la gràfica adjunta: p en funció de t o t en funció de p ?



3. Una empresa fabrica cada dia x peces. Si anomenem B al benefici que produeix la seva venda (mesurada en mils d'euros). Què representa la gràfica adjunta: B en funció de x o x en funció de B ?



4. Observant l'evolució d'un cultiu de bacteris anomenem P al nombre de milions de bacteris i T al temps transcorregut(mesurat en hores). Què representa la gràfica adjunta: P en funció de T o T en funció de P ?



Notació (Fes com a mínim de tres exercicis com els que s'indiquen)

5. Associa correctament les expressions que es mostren al costat.
 (Has d'indicar a quina expressió de la segona columna correspon cada expressió de la primera)
- | | |
|--|--|
| a) $y=f(x)$
b) $f(x)=y$
c) $x=f(y)$
d) $f(y)=x$ | 1) $f: y \rightarrow x$
2) $f: x \rightarrow y$ |
|--|--|

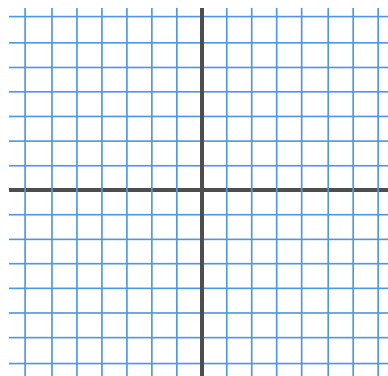
6. Expressa simbòlicament de dues maneres diferents la funció **f** que associa a cada instant **t** l'altura **h** del mar en un port.

7. Expressa simbòlicament de dues maneres diferents la funció **g** que representa l'evolució de la potència **P** subministrada per una central hidroelèctrica en funció del temps **T**.

Taules de valors i gràfiques

8. Donada la funció $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ completa la taula de valors adjunta i fes una representació gràfica en una quadrícula:

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



Imatge i antiimatge en forma gràfica

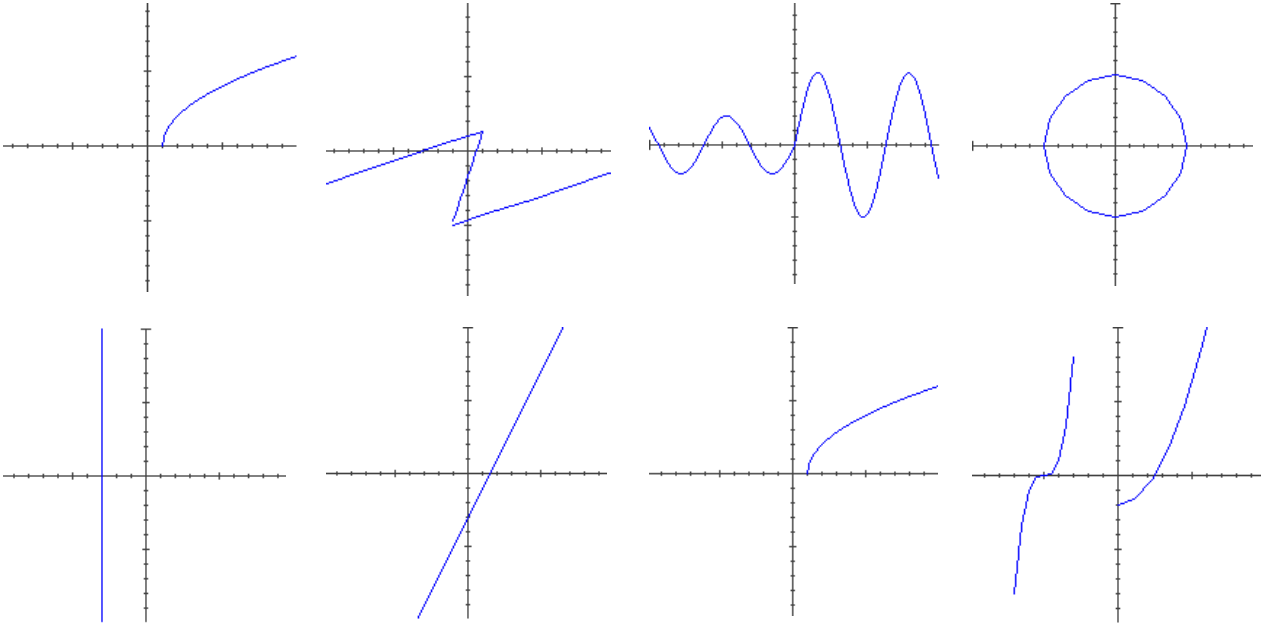
9. Calcula la imatge de _____ i les possibles antiimatges de _____ mitjançant la gràfica de la imatge:

Imatge i antiimatge en forma analítica

10. Donada la funció $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ calcula la imatge de _____ l'antiimatge de _____.

Gràfiques que no són funcions

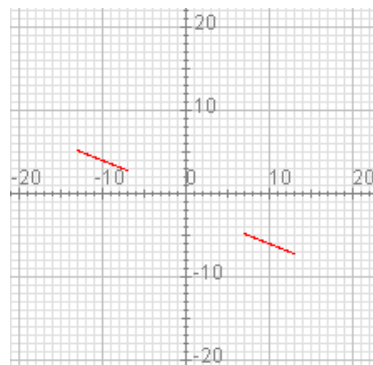
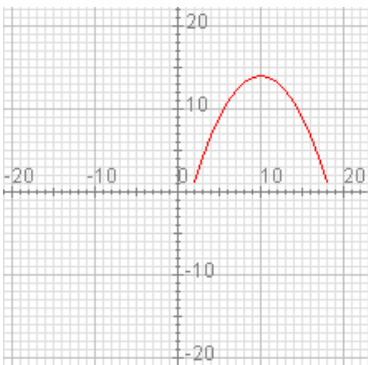
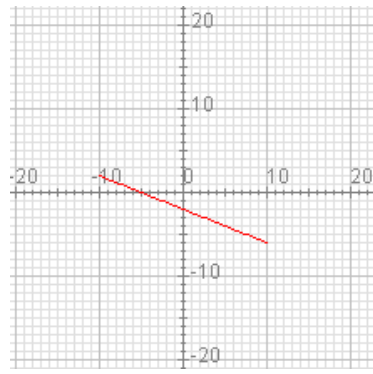
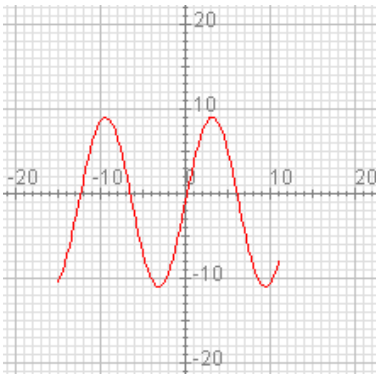
11. Determina de forma raonada si les gràfiques adjuntes corresponen o no a gràfiques de funcions:



CARACTERÍSTIQUES D'UNA FUNCIÓ

Domini i recorregut

12. Determina el domini i el recorregut de les següents funcions:



Continuïtat (Fes com a mínim de tres exercicis com els que s'indiquen).

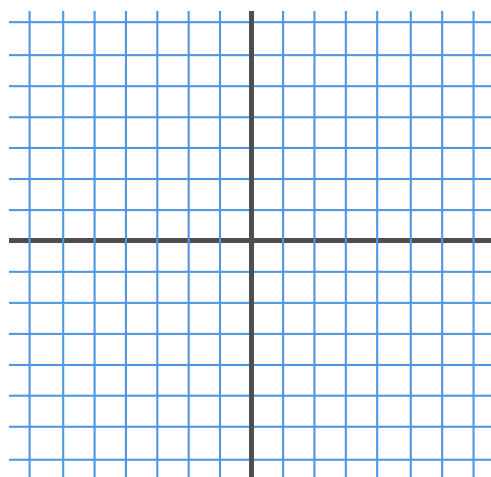
13. S'anomena **valor absolut d'un nombre** al mateix nombre si és positiu i al seu oposat si és negatiu.

El valor absolut de x es representa $|x|$.

Per exemple:

$$|5| = 5, |0| = 0, |-3| = 3.$$

Dibuixa la gràfica de la funció $y = |x|$ i indica si és continua o no ho és.

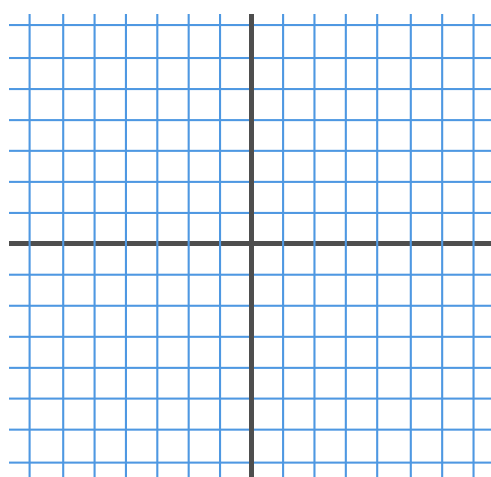


14. S'anomena **part entera** d'un nombre al major nombre enter que és menor o igual que el nombre donat.

Per exemple:

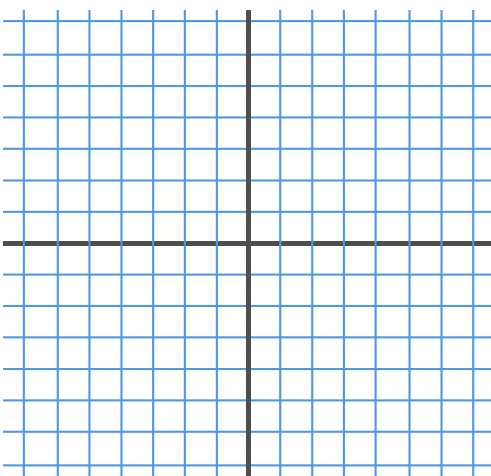
$$\text{Ent}(5,72) = 5, \text{Ent}(3) = 3, \text{Ent}(-2,54) = -3.$$

Dibuixa la gràfica de la funció $y = \text{Ent}(x)$ i indica si és contínua o no.



15. Amb les dades del preu de l'aigua per metre cúbic adjuntes es considera la funció que relaciona el cost total que ha de pagar un consumidor en relació amb el volum d'aigua gastat, sabent que hi ha un cost mínim de 5€ encara que el consum sigui menor de 15 metres cúbics. Indica de forma raonada si és una funció contínua i dibuixa-la.

Consumo de agua (m ³)	Precio unitario (€)
De 0 a 15 m ³	0
De 15 a 30 m ³	0,45
De 30 a 45 m ³	0,50
De 45 a 60 m ³	0,55
Más de 60 m ³	0,60



Talls amb els eixos (Fes com a mínim de **tres** exercicis com els que s'indiquen)

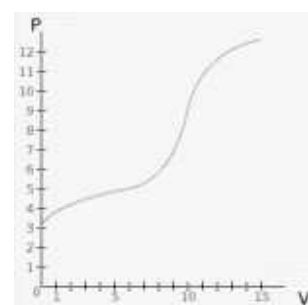
16. Determina els punts de tall de les següents funcions amb els eixos de coordenades.
(Fes una de cada tipus)
- | | |
|--|---|
| <p>a. $y = x^2 - x$ (f. quadràtica : de grau 2)</p> <p>b. $y = x + 4$ (f. afí : de grau 1)</p> <p>c. $y = -1$ (f. constant : de grau 0)</p> | <p>a. Eix X:
Eix Y:</p> <p>b. Eix X:
Eix Y:</p> <p>c. Eix X:
Eix Y:</p> |
|--|---|

17. L'equació $h = 4t - t^2$ indica l'altura a la que es troba un projectil llençat cap a dalt des de terra en funció del temps (mesurat en minuts). Esbrina quant trigarà en tornar a caure.

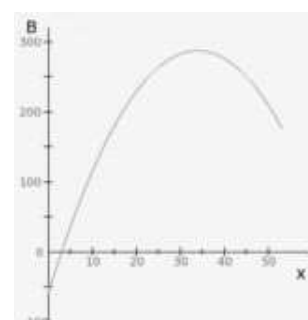
18. La funció **$F = 1,8 \cdot C + 32$** ens dóna la relació entre la temperatura en graus **Fahrenheit (F)** i la temperatura en graus **Celsius (C)**.
Calcula la temperatura a la que es congela l'aigua en °F.
Després esbrina el valor en graus Celsius d'una temperatura de 0°F.

Creixement i decreixement (Fes com a mínim **tres** exercicis dels tipus que s'indiquen)

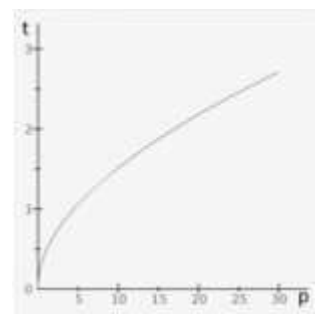
19. La gràfica adjunta representa la variació del PH d'una dissolució d'àcid acètic al ser neutralitzat amb una dissolució de sosa. Indica, raonadament si es tracta d'una funció creixent, decreixent o cap de les dues coses.



20. La gràfica adjunta representa el benefici (B) d'una empresa (en milers de €) en funció del nombre de peces que produeix. Fes un informe de la situació en termes de creixement i decreixement.

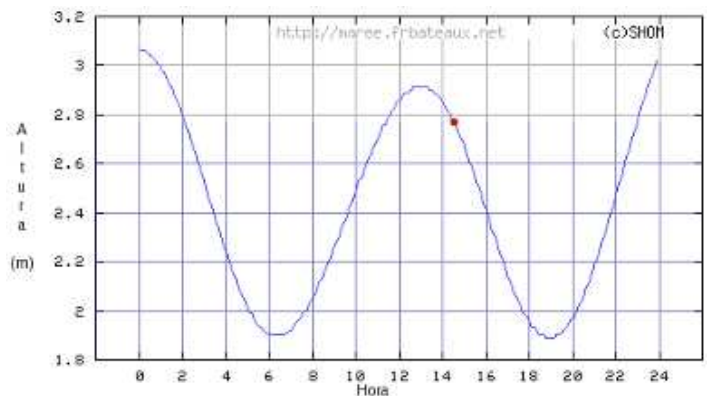


21. La gràfica adjunta representa el temps que tarda en caure una pedra al fons d'un pou en funció de la seva profunditat. Indica raonadament si es tracta d'una funció creixent, decreixent o cap de les dues coses.

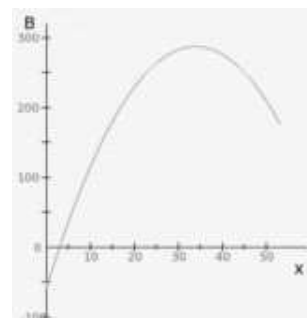


Màxims i mínims (Fes com a mínim **dos** exercicis dels tipus que s'indiquen)

22. La gràfica adjunta representa l'altura de les mareas al llarg d'un dia a Gijón. Indica a quina hora hi va haver la major i la menor altura de la marea. Esbrina també en quins instants es van produir màxims i mínims relatius.

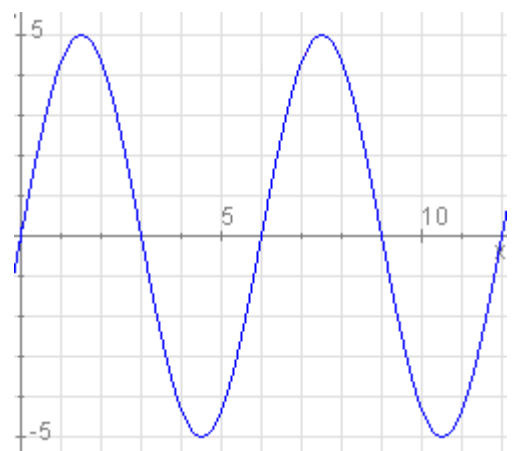


23. La gràfica adjunta representa el benefici (B) d'una empresa (en milers de €) en funció del nombre de peces que produeix. Indica quantes peces cal fabricar per obtenir un benefici màxim. Indica també quin és aquest benefici.



Periodicitat (Fes com a mínim **tres** exercicis dels tipus que s'indiquen)

24. Determina el període de la funció de la imatge i calcula el valor aproximat de la mateixa quan $x =$ _____



En acabar ... Prem  per anar a la següent pàgina.

Autoavaluació

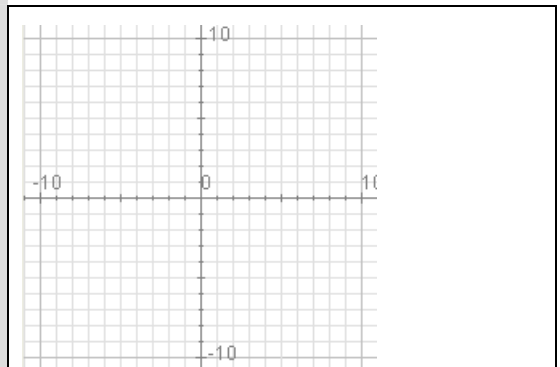


Completa aquí cada un dels enunciats que van sortint a l'ordinador i els resols, després introdueix el resultat pe comprovar si la solució és correcta.

1 Indica quina de les següents expressions equival a _____
 _____ , _____ , _____ , _____

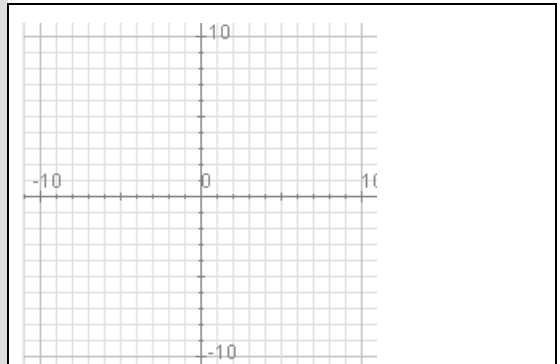
2 Esbrina si el punt de coordenades (__ , __) pertany a la gràfica de la funció _____

3 Calcula la imatge de _____ i l'antiimatge de _____ per la funció del dibuix.
 (Observa el dibuix i copia'l amb la resposta)

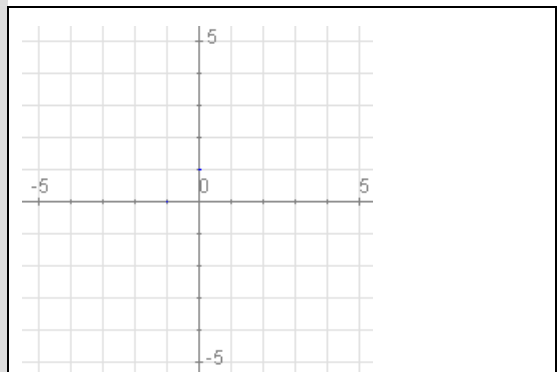


4 Calcula la imatge de _____ i l'antiimatge de _____ per la funció _____.

5 Determina el domini i el recorregut de la funció adjunta.
 (Observa el dibuix i copia'l amb la resposta)

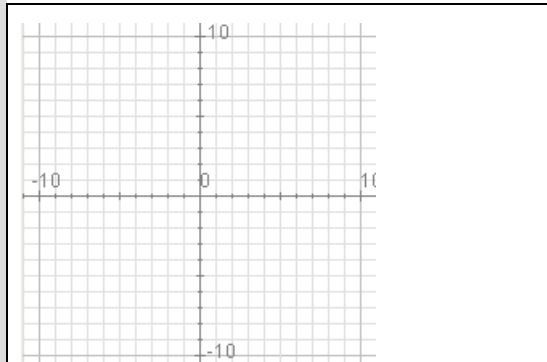


6 És contínua la funció de la imatge?
 (Observa el dibuix i copia'l amb la resposta)

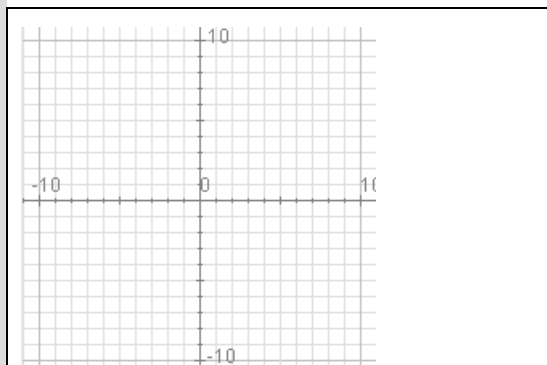


7 Calcula les coordenades dels punts de tall de la gràfica de la funció _____ amb els eixos.

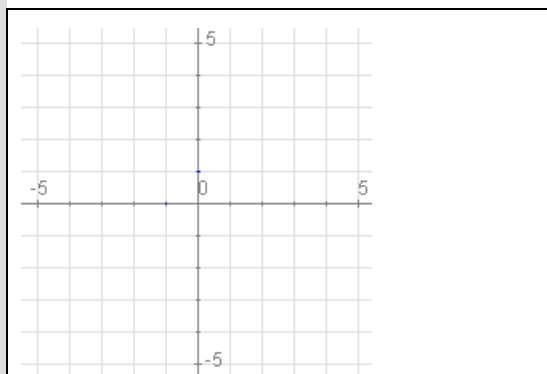
8 Troba l'interval en el qual la funció adjunta no creix. (Observa el dibuix i copia'l amb la resposta)



9 Troba els valors en els quals la funció de la imatge assoleix un mínim i un màxim relatiu. (Observa el dibuix i copia'l amb la resposta)



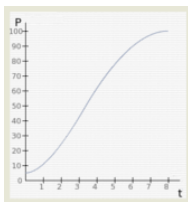
10 Determina el període de la funció de la imatge. (Observa el dibuix i copia'l amb la resposta)





Per practicar més...

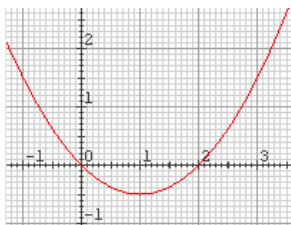
1. Observant l'evolució d'un cultiu de bacteris anomenem P al nombre de bacteris i T al temps transcorregut en hores. Què representa la gràfica adjunta: P en funció de T o T en funció de P ?



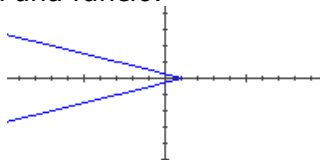
2. Una empresa fabrica i comercialitza un producte. La quantitat produïda es representa per x i el cost de producció amb C . Què representa la funció $h(x)=C$: el cost en funció de la quantitat o a l'inrevés?
3. Donada la funció $y = f(x) = 2x - 1$ completa la taula de valors adjunta i representa-la en una quadrícula:

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

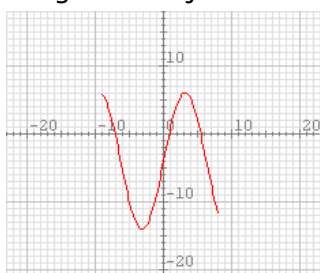
4. Calcula la imatge de $-0,5$ i les possibles antiimatges de $1,5$ per la funció de la gràfica de sota.



5. Donada la funció $f(x) = 3x + 2$ calcula la imatge de $0,2$ i l'antiimatge de $2,2$.
6. Determina de forma raonada si la gràfica adjunta correspon o no a la gràfica d'una funció.



7. Determina el domini i el recorregut de la funció de la gràfica adjunta.



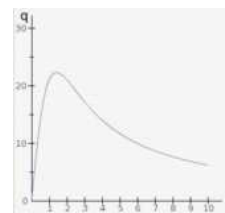
8. La taula adjunta mostra un extracte del rebut de l'aigua en la que es mostra el preu unitari del metre cúbic d'aigua consumida en funció de l'aigua consumida. Indica de forma raonada si es tracta d'una funció contínua o discontinua i dibuixa la seva gràfica.

Consumo de agua	Precio unitario
(m ³)	(€)
De 0 a 15 m ³	0
De 15 a 30 m ³	0,45
De 30 a 45 m ³	0,50
De 45 a 60 m ³	0,55
Más de 60 m ³	0,60

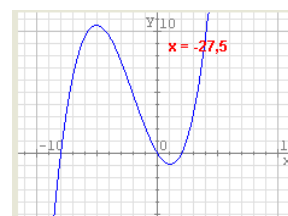
9. La funció $F = 1,8 \cdot C + 32$ estableix la relació entre la temperatura en graus Fahrenheit (F) i la temperatura en graus Celsius (C). Calcula la temperatura en graus Fahrenheit a la que es congela l'aigua. Després calcula a quina temperatura Celsius equivalen $0^\circ F$.

10. Calcula les coordenades dels punts de tall amb els eixos de la funció $y = x + 4$.

11. La gràfica representa la concentració (q en ml) a la sang d'un medicament injectat a un pacient en funció del temps (t en hores). Fes un informe que descrigui la situació en termes de creixement de la funció.



12. Determina els màxims i mínims relatius de la funció que té per gràfica la de sota.



13. Determina el període de la funció de la imatge i calcula el valor aproximat d'aquesta funció quan $x = 23$

