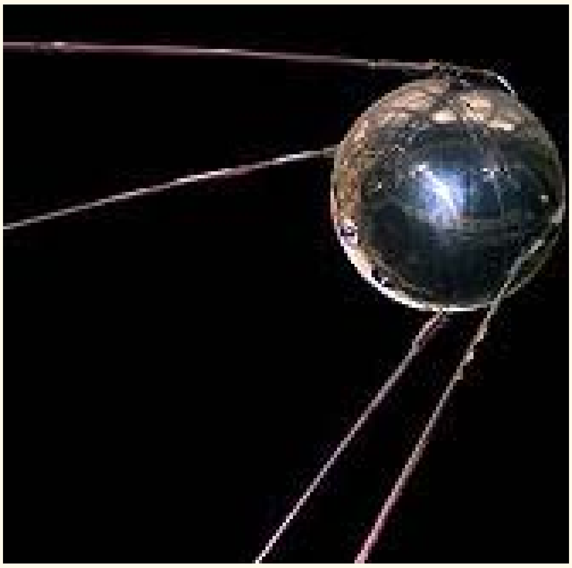
9 Funcions i gràfiques

Objectius

En aquesta quinzena aprendràs a:

- Reconèixer si una relació entre dues variables és una funció o no.
- Distingir la variable independent i la dependent.
- Expressar una funció utilitzant una taula de valors, una gràfica o una fórmula.
- Determinar el domini i el recorregut d'una funció.
- Interpretar algunes característiques de la gràfica d'una funció: el creixement i decreixement, els extrems relatius, la periodicitat...
- Representar i analitzar gràfiques de funcions tretes de diferents situacions quotidianes.

Abans de començar

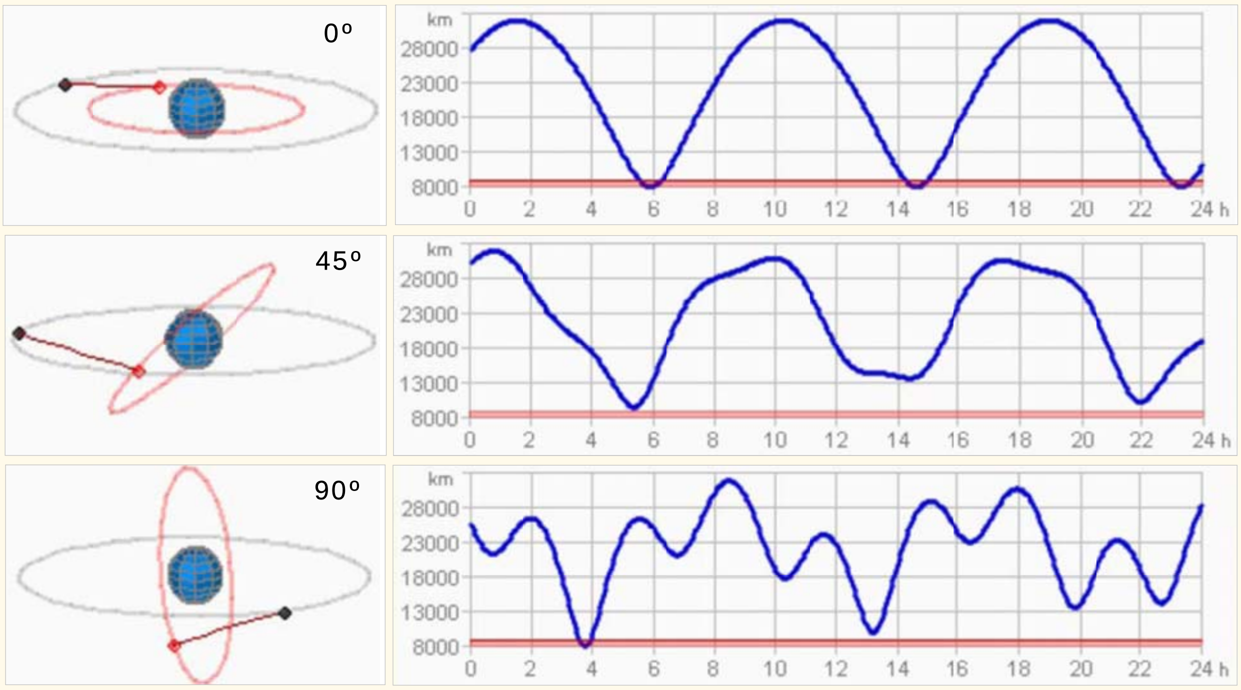


ORBITANT LA TERRA

Dos satèl·lits artificials giren al voltant de la Terra fent òrbites circulars de 12000 i 20000 quilòmetres de radi.

Com varia la distància en línia recta entre aquests dos satèl·lits a mesura que passa el temps?

Observa les gràfiques fetes durant una jornada, i variant l'angle que formen els plans de les òrbites dels dos satèl·lits.



Investiga

El període de revolució d'un satèl·lit és una **funció** del radi de l'òrbita (si aquesta és circular). És a dir, si es coneix el radi de l'òrbita es sabrà el que tarda el satèl·lit en donar una volta.
Busca l'enunciat de la **tercera llei de Kepler** per saber de quin **t**ipus de funció es tracta.

1. Relacions funcionals

Concepte i taula de valors

Una funció és una relació de causa-efecte entre dues quantitats matemàtiques: a iguals causes, iguals efectes.

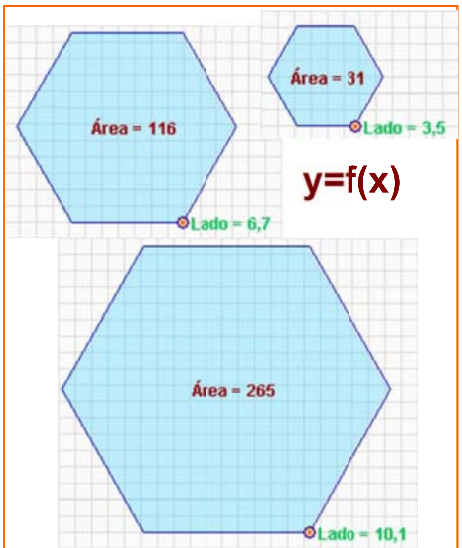
La causa s'anomena **variable independent** i s'indica amb la lletra ***x***. L'efecte és la **variable dependent**, que s'indica amb la lletra ***y***.

Freqüentment, en lloc de la lletra ***y*** es fa servir l'expressió ***f(x)*** (o ***g(x)***, ...) per indicar que ***y*** efectivament **depèn** del valor de ***x***.

✓ *EXEMPLE: L'**àrea** d'un polígon regular és **funció** de la longitud del **costat**.*

*Variable **independent**: **x**=longitud del costat*

*Variable **dependent**: **y**= àrea del polígon*



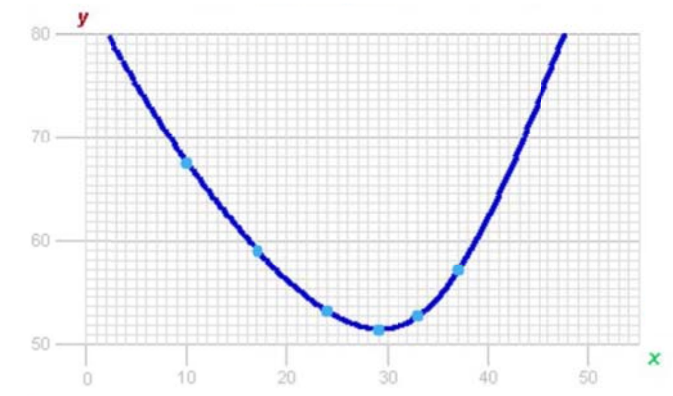
longitud del costat:	*x*	10,3	3,9	9,2
àrea del polígon:	*y*	275	39	219

Gràfica d'una funció

Per obtenir la gràfica d'una funció a partir de la taula de valors, primer es dibuixen uns eixos de coordenades, representant-se els valors de la variable independent (***x***) en l'eix horitzontal (**abscisses**) i els de la variable dependent (***y***) en el vertical (**ordenades**).

Cada parella de valors de las variables dependent i independent es representa mitjançant un punt ***(x,y)*** en el sistema de coordenades.

Els punts dibuixats s'uneixen si la variable independent pot prendre qualsevol valor real en el rang estudiat: la línia (recta o corba) que resulta és la **gràfica de la funció**.



dist. al pont (km)	*x*	10	17	24	29	33	37
long. canonades (km)	*y*	67,6	59,1	53,2	51,4	52,7	57,2

CAPTACIÓ D'AIGÜES

Es projecta la construcció d'una estació per captar l'aigua d'un riu i distribuir-la a tres poblacions properes mitjançant canonades.

Es mostra la longitud de les tres canonades que uneixen l'estació captadora, C, amb les tres ciutats P, Q i R.

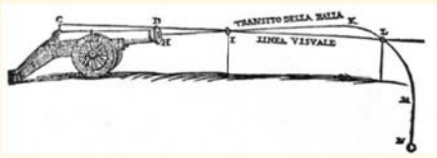
La longitud total de les canonades (**x**) és **funció** de la distància de l'estació captadora al pont (**y**).

Així quan la distància al pont és de 17 km, la longitud total de les canonades és de 59 km.

x=17 **y=59**

BALA DE CANÓ

Un canó situat en un punt elevat dispara bales amb una velocitat inicial que forma un cert angle amb l'horitzontal

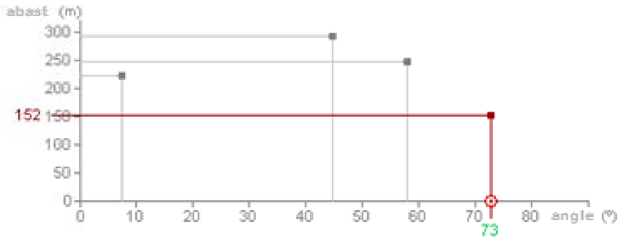


L'**abast** de la bala es **funció** de l' **angle** que forma el canó amb l'horitzontal.

Imatge i antiimatge

Si un punt ***(x,y)*** pertany a la gràfica de la funció aleshores es diu que ***y*** és la **imatge** de ***x*** i també que ***x*** és l'**antiimatge** de ***y***.

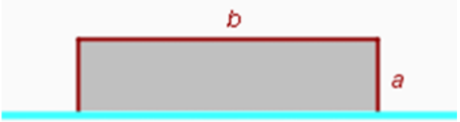
És fàcil trobar imatges i antiimatges mirant la gràfica de la relació funcional. Així es pot reproduir la taula de valors a partir de la gràfica de la funció.



Cada valor de x només pot tenir una imatge, tot i que pot ser antiimatge de més d'un valor de y.

COLONITZACIÓ DE L'OEST

Un colonitzador de l'oest americà disposa de 30 hm de tanca. Se li ha dit que rebrà la propietat del terreny rectangular que aconsegueixi delimitar amb aquests 30 hm, tenint en compte que un dels costats del rectangle no necessita tanca, ja que el terreny afronta amb el riu.



Prenem la longitud **a** com la variable independent i l'**àrea** del rectangle com la variable dependent.

Suposem que **a= 5** hm

Aleshores dels 30 hm disponibles de tanca ja se n'han fet servir 10 i,per tant, el costat **b** ha de mesurar 20 hm:

b= 30 – 2·5 = **20** hm

L'àrea del rectangle és:

$ab=5\cdot 20=100\ hm^2$

f(5)=100

Expressió algebraica

Es tracta d'una fórmula que permet obtenir el valor de ***y*** quan es coneix el valor de ***x*** realitzant operacions algebraiques. És, per tant, una manera d'obtenir imatges de valors de la variable independent sense necessitat de recórrer a la gràfica de la funció.

És senzill obtenir la taula de valors d'una funció a partir de la seva **expressió algebraica** o analítica: només cal donar valors a ***x*** i calcular els valors de ***y*** corresponents. Així els tres elements d'una relació funcional (taula de valores, gràfica i expressió algebraica) estan interconnectats.

Quan es coneix l'expressió algebraica d'una funció també es poden obtenir analíticament les antiimatges d'un valor de ***y*** resolent una equació.

Per trobar l' expressió algebraica (fórmula) de la funció s'han de substituir els valors concrets de la variable x de la variable independent per x en el càlcul de l'àrea del rectangle:

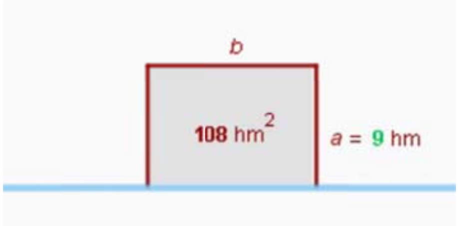
$a=5{,}0$	$a=x$
$b=30-2\cdot 5{,}0$	$b=30-2\cdot x$
$f(5{,}0)=5{,}0\cdot(30-2\cdot 5{,}0)$	$\boxed{f(x)=x(30-2x)=30x-2x^2}$

Observa que:

Un cop es coneix l'expressió algebraica d'una funció es poden calcular fàcilment imatges: n'hi ha prou amb substituir la x pel valor donat i realitzar l'operació.

Per exemple, la imatge de $x = 9$ és

$$y = f(9) = 30\cdot 9 - 2\cdot 9^2 = 270 - 2\cdot 81 = \mathbf{108}$$



Per calcular antiimatges se substitueix la y pel valor donat i s'aïlla la x resolent una equació. Per exemple, les antiimatges de $y = 88$ són:

$$88 = 30x - 2x^2 \quad \rightarrow \quad 2x^2 - 30x + 88 = 0$$

$$x = \frac{30 \pm \sqrt{900-704}}{4} = \frac{30 \pm 14}{4} = \begin{cases} 11 \\ 4 \end{cases}$$

Hi ha dues antiimatges de $y = 88$

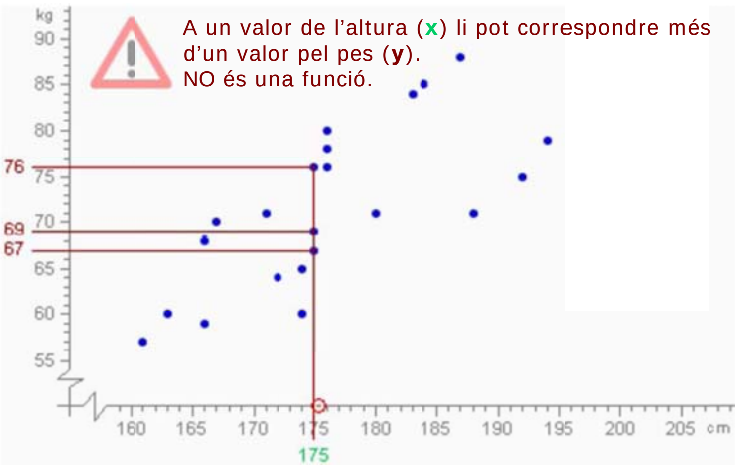
Per tant, hi ha dues maneres d'aconseguir un recinte de 88 hm^2.

Relacions que no són funcionals

En una relació funcional un valor de ***x*** només ha de tenir, com a molt, **una** imatge. No pot ser que una causa doni lloc a dues conseqüències diferents.

En canvi, una mateixa conseqüència pot ser deguda a diverses causes: un valor de ***y*** pot tenir més d'una antiimatge, o no tenir-ne cap.

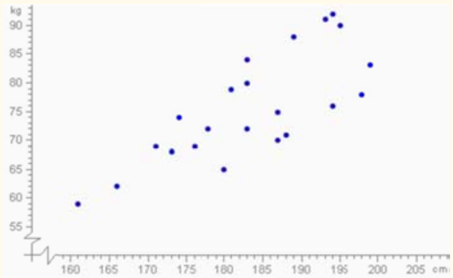
Les relacions **estadístiques** són situacions en les que, tot i que no es pot predir exactament quina serà la imatge d'un valor de ***x*** (no són, per tant, relacions funcionals), sí que es pot donar una estimació d'aquest valor.



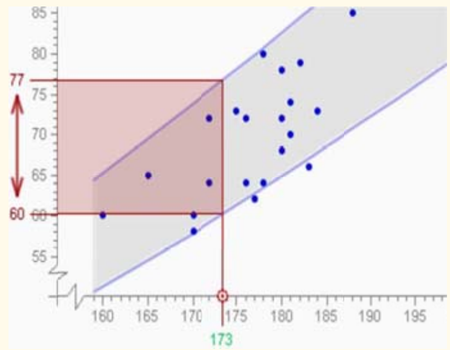
PES I ALTURA

El **pes** d'una persona, és **funció** de la seva **altura**?

Es pregunta l'altura (**x**) i el pes (**y**) als individus d'una població, i es representen gràficament.



No és una relació **funcional**, donada l'altura d'una persona no es pot predir la seva altura exactament. Hi ha una relació **estadística**, donada una altura determinada es pot esperar que el pes estarà en un cert **interval**.

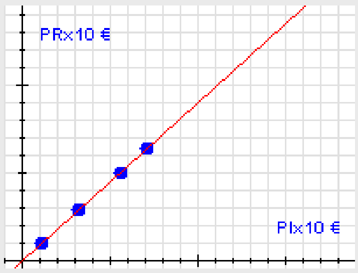


EXERCICIS resolts

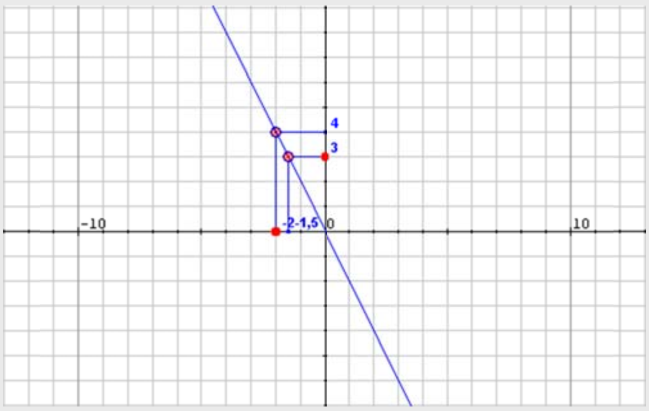
6. Les rebaixes: si en un producte ens ofereixen un descompte del 10% haurem de pagar el 90% del preu original. Aleshores, el preu rebaixat (PR) és funció del preu inicial (PI) mitjançant l'expressió PR = f(PI) = 0,9·PI. Fes una taula de valors per aquesta funció (per exemple amb quatre valors) i dibuixa la gràfica corresponent

Escollim quatre valors arbitraris pel preu inicial, els substituïm en l' expressió anterior i obtenim la següent taula:

PI	11	32	56	71
PR	9,9	28,8	50,4	63,9



7. A partir de la gràfica següent calcula les imatges i les antiimatges demanades.



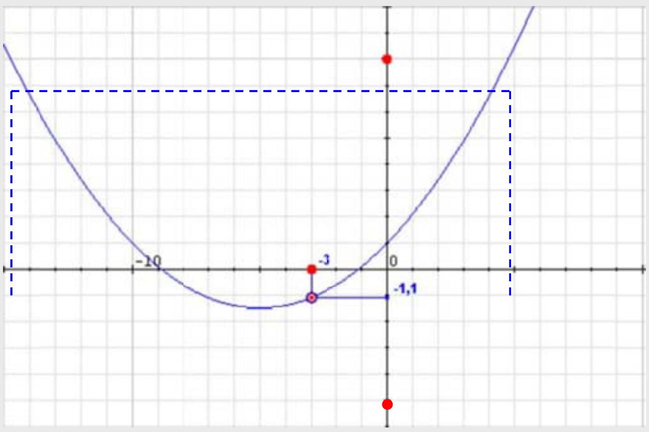
a) La imatge de -3,
L'antiimatge de 3.

La imatge de -3 és 4

f(-3)=4

L'antiimatge de 3 és -1,5

f(-1,5)=3



b) La imatge de -3,
L'antiimatge de 8 i de -4

La imatge de -3 és -1,1

f(-3)=4

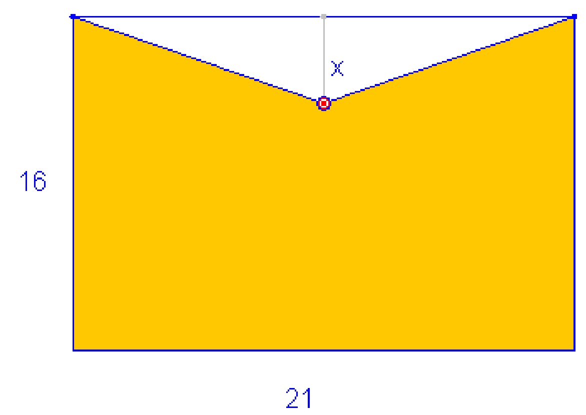
En aquest cas el 8 té dues antiimatges 4,7 i -14,7

f(4,7)=8 **f(-14,7)=8**

En canvi el **-4** no té cap antiimatge, cap valor de x permet a la funció assolir el valor -4.

EXERCICIS resolts

8. Escriu en funció de x l'àrea de la part acolorida de la següent figura



L'area del rectangle complet és Base x Altura, o sigui, $21 \cdot 16 = 336$

L'àrea del triangle blanc és $\dfrac{\text{Base x Altura}}{2}$ o sigui $\dfrac{21 \cdot x}{2}$

Aleshores, l'àrea de la zona ombrejada és $\mathbf{A(x) = 336 - \dfrac{21 \cdot x}{2}}$

9. Indica de forma raonada si la resposta a les següents preguntes és afirmativa o negativa.

a) El cost de la factura de l'aigua és funció del volum consumit?

Si, perquè consums iguals produeixen costos iguals.

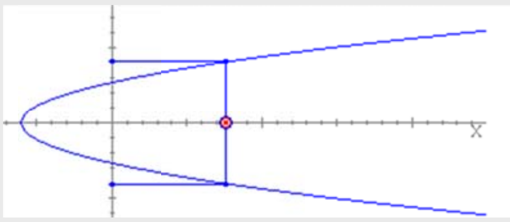
b) El nombre d'accidents de trànsit és funció del nombre de vehicles que circulen?

No, no es pot saber a priori quants accidents es produiran amb un nombre determinat de cotxes circulant.

c) A pressió constant, el volum d'un gas és funció de la seva temperatura?.

Si, segons la Física en les mateixes condicions de pressió a igual temperatura els volums són iguals.

10. La gràfica següent correspon a una funció?



No, perquè a un valor de x li poden correspondre dos valors de y.

JUGADOR DE FUTBOL SALA

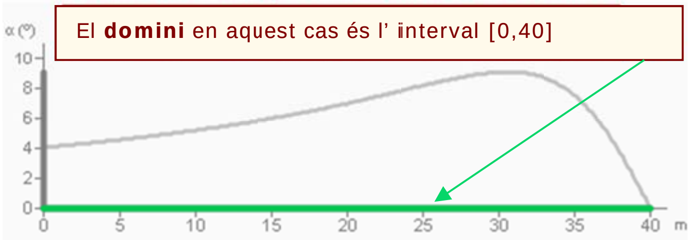
Un jugador de futbol sala avança amb la pilota enganxat a la banda del camp de joc cap a la porteria contrària.

L'angle sota el que veu la porteria, és funció de la distància que hi ha des de la línia de fons del seu camp.

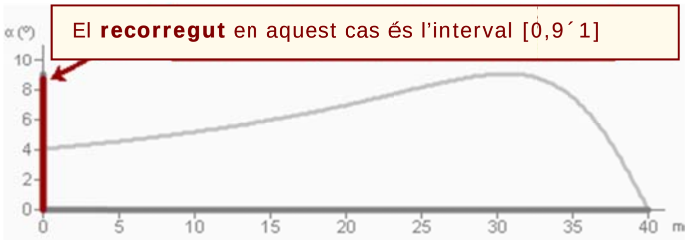
2. Característiques d'una funció

Domini i recorregut

- El **domini** d'una funció és el conjunt de valors de ***x*** que tenen imatge.



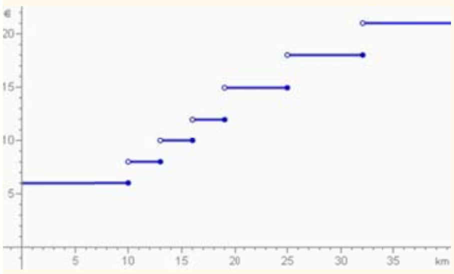
- El **recorregut** o **la imatge** és el conjunt de valors de ***y*** que són imatge d'algun valor de ***x*** que pertany al domini.



TAXÍMETRE

El **preu** d'un trajecte en taxi realizat en una certa zona rural és **funció** de la **distància** recorreguda.

El gràfic mostra les tarifes.



- Quant costa la baixada de bandera? **6 €**
- Quants km es poden recórrer per aquest import? **10 km**
- Quant costa un recorregut de 15 km? **10€**

Continuïtat

A vegades, la gràfica d'una funció pot donar un salt en vertical en algun punt del seu domini. En aquest punt es diu que la funció no és **contínua**.

Per tant, una funció és contínua si la seva gràfica es pot dibuixar sense necessitat d'aixecar el llapis del paper en cap moment.

Els punts on la gràfica dóna un salt s'anomenen **discontinuïtats** de la funció.

canvia a 8 €, i es manté fins els 13 km. A partir dels 13 km passa a ser de 10€, fins els 16 km... No és una funció contínua, presenta discontinuïtats en x=10, x=13, x=16, x=19, x=25, etc

Punts de tall amb els eixos

El punt on la gràfica talla l'eix d'**ordenades** és de la forma ***(0,y_0)***, essent y_0 la imatge de zero. Si el zero està en el domini de la funció, aleshores hi ha un punto de tall amb l'eix d'ordenades i aquest és únic.

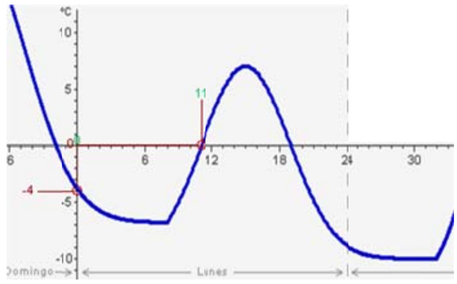
> Per trobar y_0 es fa $x=0$ en l'expressió de la funció i es calcula ***y***.

El punt (o els punts) de tall amb l'eix d'**abscisses** són de la forma ***(x_0,0)***, on x_0 és l'antiimatge (o antiimatges) de zero. Hi haurà punt de tall amb l'eix d'abscisses si el zero està en el recorregut de la funció. En tal cas pot passar que n'hi hagi més d'un.

> Per trobar x_0 es substitueix ***y*** per zero en l'expressió de la funció i **s'aïlla** ***x***.

TEMPERATURA

Aquests han estat uns dies freds a la ciutat.

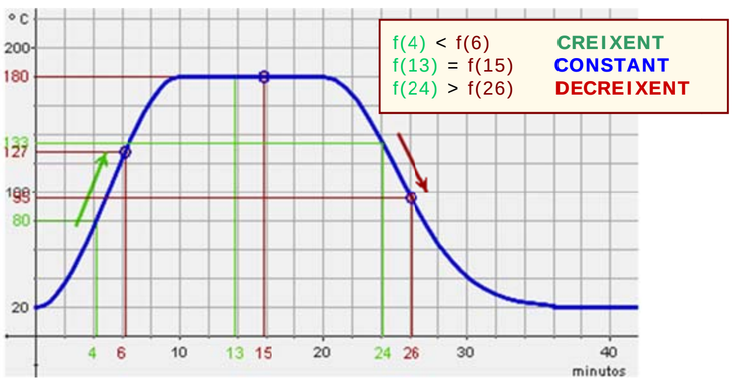


Creixement i decreixement

Es diu que una funció és **creixent** en un punt si, al voltant d'aquest punt, quan la ***x*** augmenta també augmenta la ***y***.

I serà **decreixent** si quan augmenta la ***x*** disminueix el valor de ***y***.

Si una funció és creixent en un punt aleshores, al seu voltant, la gràfica, mirada d'esquerra a dreta, puja. Si baixa, és que és decreixent. Si la funció pren el mateix valor al voltant d'un punt (la gràfica es manté sense pujar ni baixar), aleshores es diu que allà la funció és **constant**.



Una funció pot ser creixent en un conjunt de punts del seu domini i decreixent en d'altres. Si només creix o només decreix aleshores s'anomena funció **monòtona**.

TEMPERATURA D'UN FORN

Per cuinar unes magdalenes cal escalfar-les al forn a una temperatura de 180º durant 10 minuts

La gràfica mostra la **temperatura** del forn en **funció** del **temps** transcorregut

- Els primers 10 minuts, des de que s'encén el forn, la temperatura puja de 20º a 180º.
- Del minut 10 al 20 es manté constant a 180º.
- El forn s'apaga, la temperatura baixa fins a igualar-se a la de l'ambient.

VELOCITAT DEL VENT

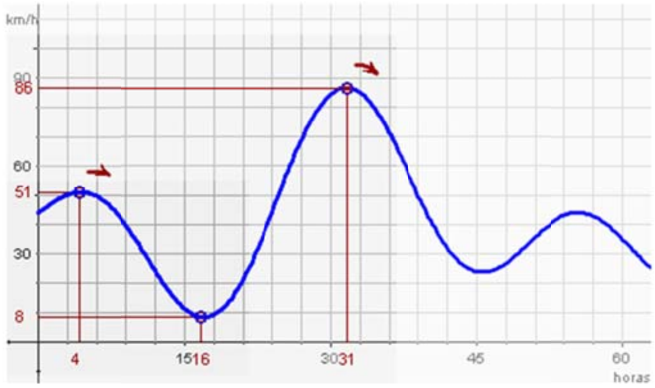
Per decidir la instal·lació d'un parc eòlic s'ha d'estudiar la velocitat del vent.

S'ha obtingut la gràfica adjunta per un període de 62 hores.

Màxims i mínims

Un **màxim local** (o relatiu) és un punt on la funció passa de ser creixent a decreixent. Aquest punt pot no ser el més alt de la gràfica de la funció. Aquest darrer (si existeix) s'anomena **màxim absolut**.

De manera semblant, en un punt on la funció passa de decréixer a créixer es diu que hi ha un **mínim local**. El punt del domini on la imatge és menor s'anomena **mínim absolut**.



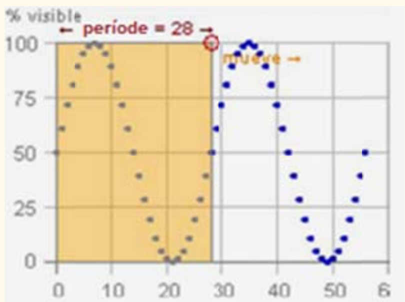
Tenim un màxim relatiu en t=4, un mínim absolut en t=16, un màxim absolut en t=31 i hi ha un altre màxim i un altre mínim relatiu.

Una funció pot tenir més d'un màxim o més d'un mínim locals.

FASES DE LA LLUNA

El % visible de la lluna varia en funció del dia, des del 0% (lluna nova) fins el 100% (lluna plena).

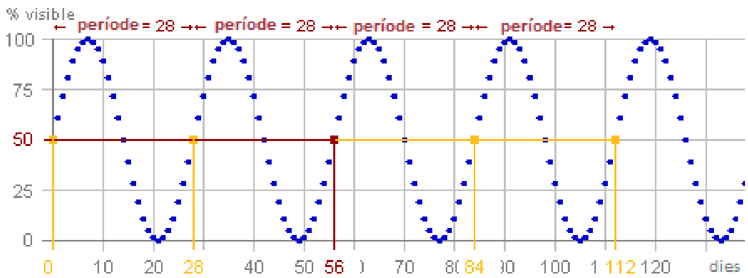
El % visible es repeteix cada 28 dies



Periodicitat

A vegades la gràfica d'una funció va repetint el mateix dibuix una i altra vegada a mesura que la ***x*** va augmentant. En aquest cas es diu que la funció és **periòdica**.

La longitud, mesurada sobre l'eix horitzontal, del dibuix que es va repetint s¡anomena **període**: cada cop que a un valor qualsevol de ***x*** se li suma el període es torna a obtenir la mateixa imatge.



Hi ha infinits valors que tenen la mateixa imatge, separats per una distància de **28 dies** (que és el període T)

f(3) = f(3+28) = f(3+2·28) = ...

f(x) = f(x+T) = f(x+2T) = f(x+3T) = ...

EXERCICIS resolts

11. Determina de forma raonada el domini de la funció $f(x) = \sqrt{x+8}$

SOLUCIÓ:

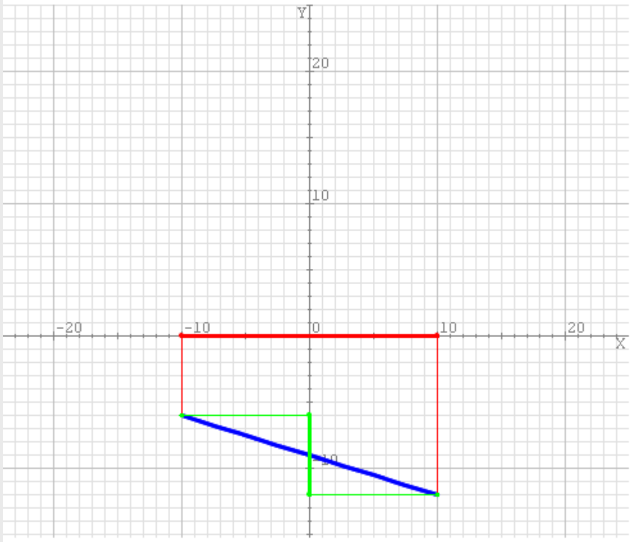
El domini d'una funció està format per tots els possibles valors de x als que podem aplicar les operacions indicades en l'expressió anterior donant un resultat vàlid. En aquest cas hi ha una arrel quadrada que només es pot calcular si el radicand és més gran o igual que zero, de manera que cal que

$$\mathbf{X + 8 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \geq -8}$$

Així doncs, el domini de la funció el formen tots els nombres més grans o iguals que –8.

12. Determina el domini i el recorregut de la gràfica blava de la següent imatge.

Determina el domini i el recorregut de la funció que té la gràfica que es veu a sota



Domini de f:

[-10 , 10] = {x: -10 ≤ x ≤ 10 }

Recorregut de f:

[-12 , -6] =

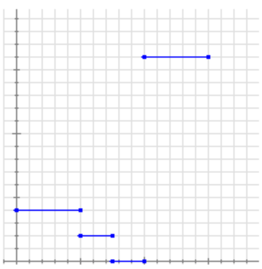
= {x: -12 ≤ x ≤ -6 }

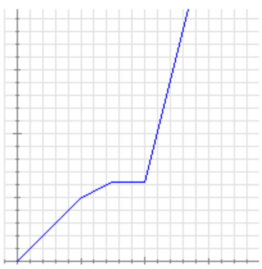
13. Indica si són contínues o discontínues

En Joan avui té una excursió de l'escola. Com viu lluny acostuma a anar en bicicleta. Tant bon punt arriba a l'escola, surten tots els alumnes caminant fins l'estació de tren i allà esperen una estona que arribi el tren. Pugen al tren i a la fi arriben al seu destí.

A sota pots veure dues gràfiques: una representa la distància que va recorrent en Joan des de casa seva respecte al temps transcorregut i l'altra representa la velocitat amb què es desplaça en cada instant, també en funció del temps transcorregut.

Indica de manera raonada quina gràfica correspon a cadascuna de les dues situacions i indica en cada cas si la funció representada és o no contínua.





La primera gràfica és la que indica les velocitats.

Comença amb la bicicleta a velocitat constant, després va caminant una mica més a poc a poc. A continuació està parat una estona i, per últim, en pujar al tren la velocitat és molt més gran, però constant.

És discontínua i els salts es produeixen en canviar el mitjà de locomoció.

L'altra gràfica correspon a la distància a la qual es troba de casa. En aquest cas no hi ha salts (és contínua), però sí canvis bruscs en la inclinació que es corresponen amb els canvis de velocitat.

EXERCICIS resolts

9. Calcula els punts de tall amb els eixos de la funció f(x)=2-x

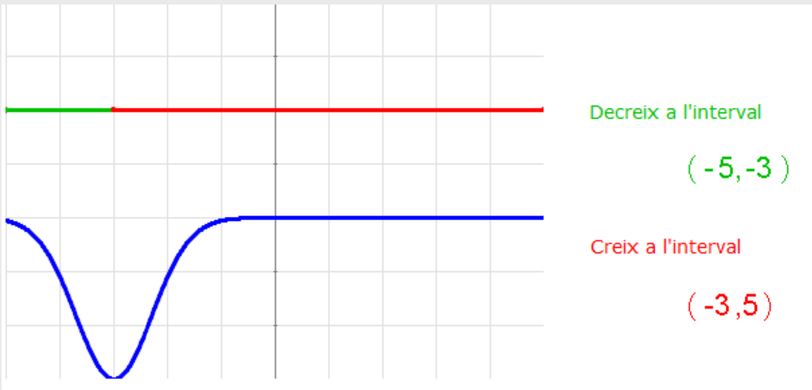
SOLUCIÓ:

El punt de tall amb l'eix Y es calcula substituint x per 0: f(0) = 2 – 0 = 2. Talla en (0,2)

Els punts de tall amb l'eix X es calculen resolent l'equació f(x) = 0:

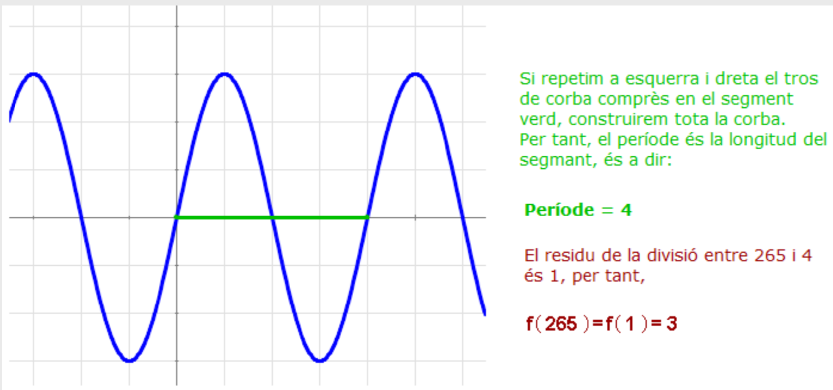
2 – x = 0, d'on x = 2. Talla en (2,0)

10. La funció blava de la imatge està definida en l'interval (-5,5). Determina els seus intervals de creixement i de decreixement.



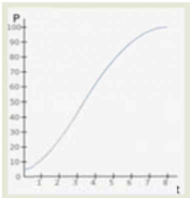
11. La funció blava de la imatge està definida en l'interval (-5,5). Determina els seus màxims i mínims relatius.

12. La funció següent és periòdica. Calcula el seu període i el valor de la funció quan x sigui igual a 265.



Per practicar

1. Observant l'evolució d'un cultiu de bacteris, anomenem P al nombre de milions de bacteris i t al temps transcorregut en hores. Què representa la gràfica adjunta: P en funció de t o t en funció de P?

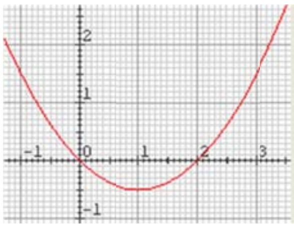


2. Una empresa fabrica i comercialitza un producte. La quantitat produïda es representa per x i el cost de producció amb C Què representa la funció h(x)=C: el cost en funció de la quantitat o la quantitat en funció del cost?

3. Donada la funció $y = f(x) = 2x - 1$ completa la taula de valors adjunta i fes una representació gràfica en un full quadriculat:

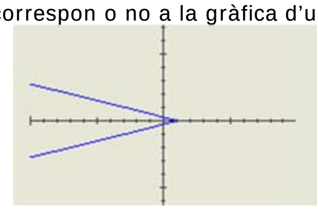
X	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

4. Calcula la imatge de -0,5 i les possibles antiimatges de 1,5 per la funció representada en la següent gràfica.

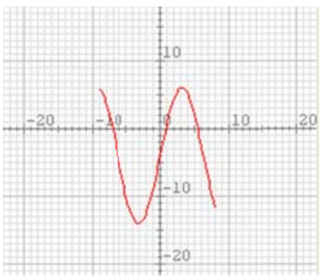


5. Donada la funció $f(x) = 3x + 2$ calcula la imatge de 0,2 i l'antiimatge de 2,2.

6. Determina de forma raonada si la gràfica adjunta correspon o no a la gràfica d'una funció.



7. Determina el domini i el recorregut de la funció de la gràfica adjunta.



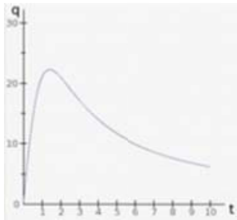
8. La taula adjunta mostra un extracte de rebut d'aigua en la que es mostra el preu unitari del metre cúbic d'aigua consumida en funció del volum d'aigua consumida. Indica de forma raonada si es tracta d'una funció contínua o discontínua i dibuixa la seva gràfica.

Consum d'aigua (m^3)	Preu unitari (€)
De 0 a 15 m^3	0
De 15 a 30 m^3	0,45
De 30 a 45 m^3	0,50
De 45 a 60 m^3	0,55
Més de 60 m^3	0,60

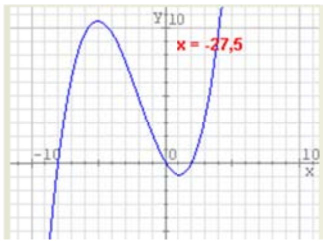
9. La funció $F = 1{,}8C+32$ ens dóna la relació entre la temperatura en graus Fahrenheit (F) i la temperatura en graus Celsius (C). Calcula la temperatura a la que es congela l'aigua en ºF. Després esbrina el valor en graus Celsius d'una temperatura de 0º F.

10. Determina els punts de tall amb els eixos de la funció $y = x + 4$.

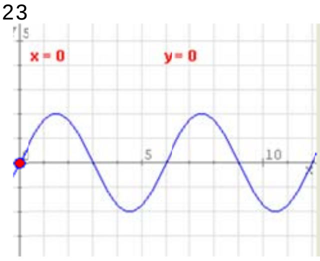
11. La gràfica adjunta representa la concentració en sang d'un medicament injectat a un pacient en funció del temps. (les unitats són ml i h). Fes un informe que descrigui la situació en termes de creixement de la funció.



12. Determina els màxims i mínims relatius de la funció que té per gràfica la de sota.



13. Determina el període de la funció de la imatge i calcula el valor aproximat de la mateixa funció quan x = 23

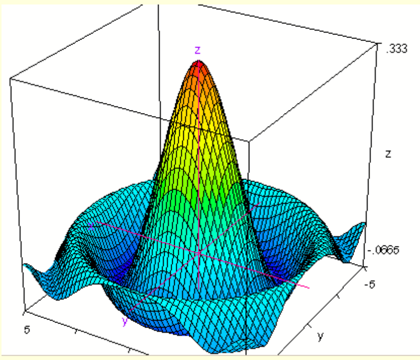


Per saber-ne més

Funcions de vàries variables

En aquest tema hem treballat amb funcions que relacionaven dues magnituds: una variable independent i una variable dependent.

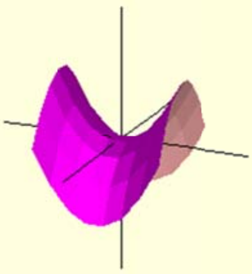
Ara bé, de vegades són vàries les variables independents i, aleshores, tenim una funció de vàries variables.



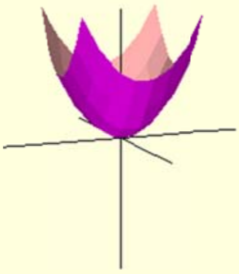
Si tenim dues variables independents no podem representar la funció en un pla. Fan falta tres eixos perpendiculars. En els dos horitzontals representem les variables independents i en el vertical la variable dependent. Obtenim una superfície i no una corba.

Aquí tens dos exemples:

$z = x^2 - y^2$



$z = x^2 + y^2$



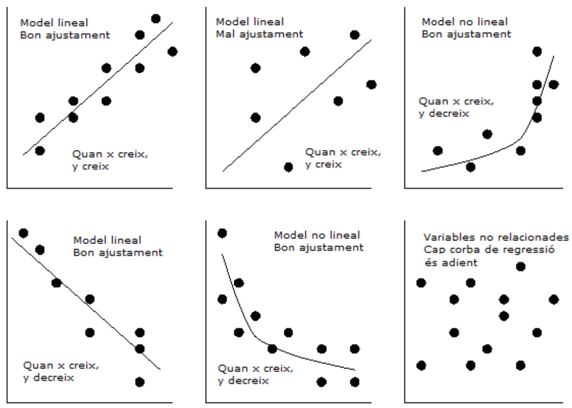
Ajustament funcional

Quan un investigador analitza si existeix una relació funcional entre dues variables acostuma a obtenir un conjunt de dades de forma experimental que representa mitjançant un ***núvol de punts***.

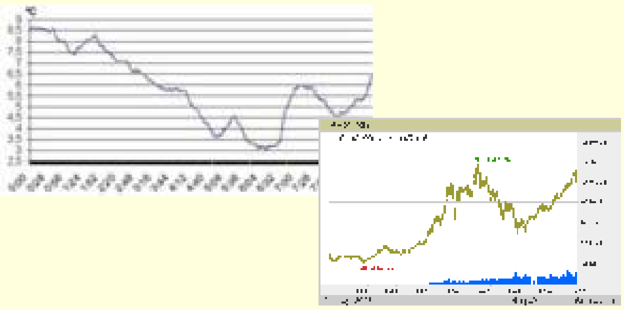
Mitjançant una tècnica anomenada ***interpolació*** es pot obtenir una expressió algebraica a partir de les coordenades d'aquests punts.

Si la gràfica de la funció obtinguda s'ajusta als punts (encara que no sigui de forma exacta) s'accepta que existeix una relació funcional entre aquestes variables i es fa servir la funció obtinguda per fer prediccions aproximades d'altres valors que no s'han obtingut de forma experimental.

En la imatge adjunta pots veure alguns tipus d'aquests ajustaments.



Funcions que no tenen expressió algebraica



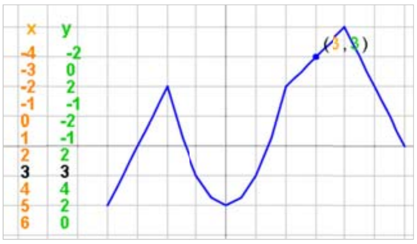
Malgrat el vist en l'apartat anterior existeixen funcions que no admeten cap tipus d'expressió algebraica, de manera que és impossible predir resultats futurs o passats a partir de qualsevol gràfica obtinguda de forma experimental. Trobem alguns exemples en les temperatures i en els valors de la borsa.

Recorda el més important

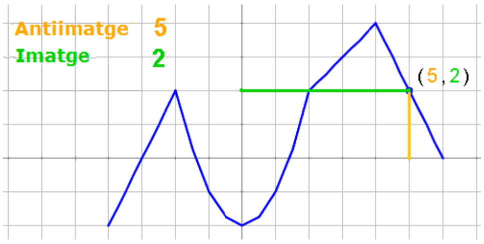
✓ Funció

Perquè una relació sigui funcional cada valor de x ha de tenir només una imatge.

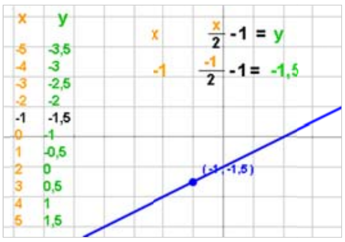
✓ Taula i gràfica



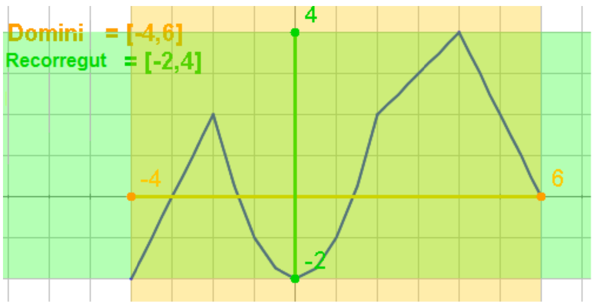
✓ Imatge i antiimatge



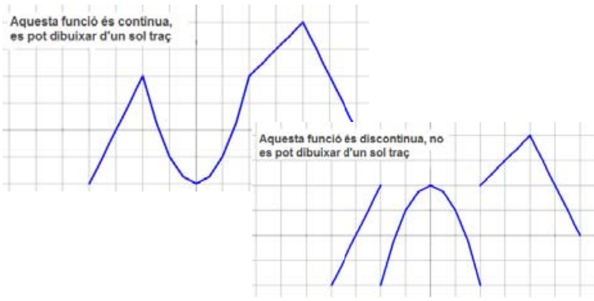
✓ Expressió algebraica



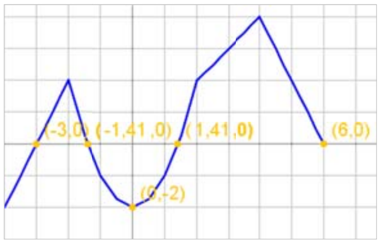
✓ Domini i recorregut



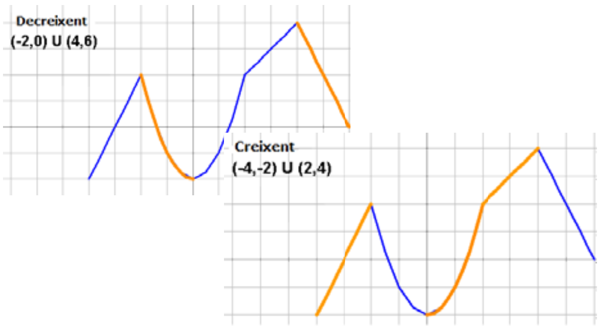
✓ Continuïtat



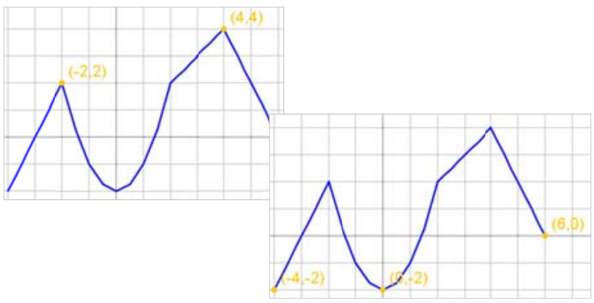
✓ Punts de tall amb els eixos



✓ Creixement i decreixement

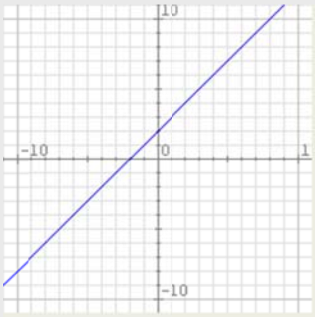


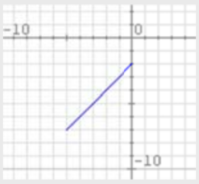
✓ Màxims i mínims

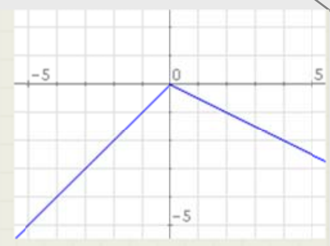


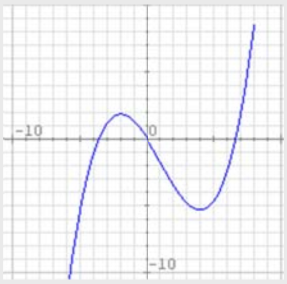
✓ Periodicitat

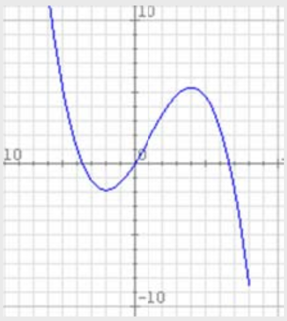
Autoavaluació











1. Indica quina de les següents expressions equival a x=g(y)=4y-2.

   A) g: y → 4y-2 B) g: y → 4x-2

   C) g: x → 4y-2 D) g: x → 4x-2

2. Esbrina si el punt de coordenades (-5,-22) pertany a la gràfica de la recta y=4x-2.

3. Calcula la imatge de 4 i l'antiimatge de –2 per la funció del dibuix.

4. Calcula la imatge de 4 i l'antiimatge de –2 per la funció y = x + 2.

5. Determina el domini i el recorregut de la funció adjunta.

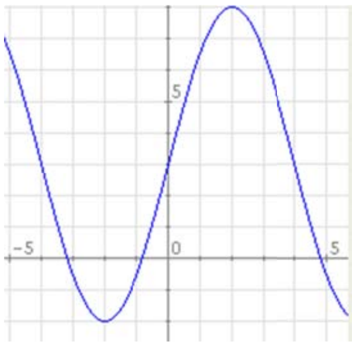
6. És contínua la funció de la imatge?

7. Calcula les coordenades dels punts de tall de la gràfica de la funció y = 4x –2 amb els eixos.

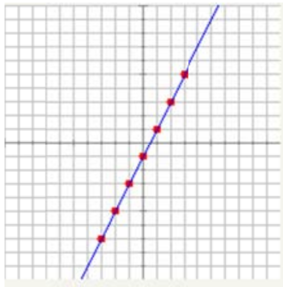
8. Troba l' interval en el que la funció de la imatge no creix.

9. Troba els valors de x en els que la funció de la imatge assoleix un mínim i un màxim relatiu.

10. Determina el període de la funció de la imatge.



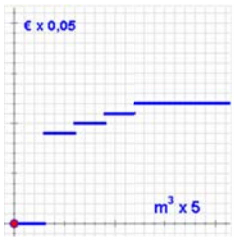
Solucions dels exercicis per practicar



1. P és funció de T
2. El cost en funció de la quantitat
3.

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-7	-5	-3	-1	1	3	5

4. La imatge de –0,5 és 0,6 i les antiimatges de 1,5 són –1 i 3
5. La imatge de 0,2 és 2,6 i l'antiimatge de 2,2 és 0,666
6. No, perquè hi ha valors de x als que els corresponen dos valores de y.



7. El domini de f és [-9,8] El recorregut de f és [-14.6]
8. Discontínua
9. L' aigua es congela a 32ºF; 0ºF = -17,8ºC.
10. (0,4) i (-4,0)
11. La concentració augmenta ràpidament en la primera hora i mitja (funció creixent) i a partir d'aleshores comença a disminuir cada cop més lentament (funció decreixent)
12. Té un màxim en x=-5 i un mínim en x=1.
13. El període és 6 i f(23) és, aproximadament, -1,7

Solucions AUTOAVALUACIÓ

1. Resposta A.
2. Sí pertany a la gràfica.
3. La imatge de 4 és 6 i l'antiimatge de –2 és –4.
4. Les mateixes de l'exercici anterior.
5. Dom f = [-5,0] Rec f= [-7,-2]
6. Sí és contínua perquè es pot dibuixar sense aixecar el llapis del paper.
7. (0'5,0) i (0,-2)
8. La funció decreix entre –2 i 4.
9. Assoleix un mínim en x=-2 i un màxim en x=4.
10. El període és 8