

6**Figures planes, propietats mètriques****Continguts**

1. Angles en la circumferència
Angle central i angle inscrit
2. Semblança
Figures semblants
Semblança de triangles, criteris
3. Triangles rectangles
Teorema de Pitàgores
Aplicacions del Teorema de Pitàgores
4. Llocs geomètrics
Definició i exemples
5. Àrees de figures planes

Objectius

- Reconèixer els angles importants en una circumferència i les seves relacions.
- Esbrinar quan dos triangles són semblants.
- Utilitzar el teorema de Pitàgores per resoldre alguns problemes.
- Identificar la mediatriu d'un segment i la bisectriu d'un angle com conjunts de punts.
- Calcular l'àrea de recintes limitats per línies rectes i per línies corbes.



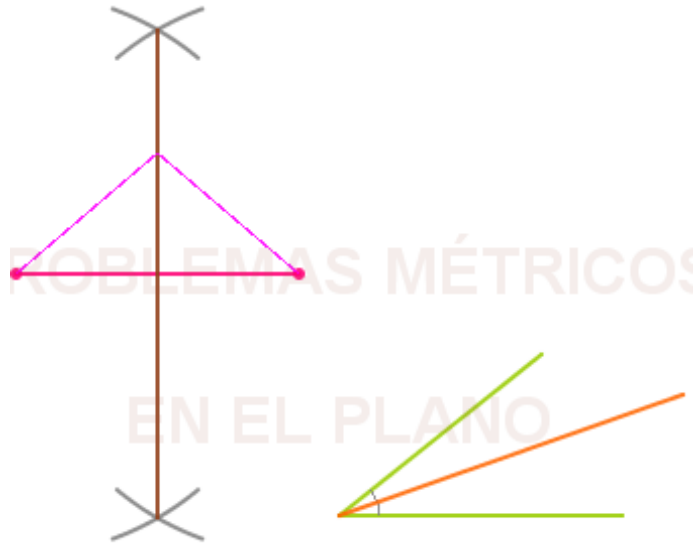
Abans de començar


Observa a l'escena com van apareixent algunes figures geomètriques. En aquest tema treballarem amb aquestes figures i estudiarem les seves propietats.

Quines figures reconeixes en aquesta escena?

En aquestes dues figures de la dreta apareixen dues construccions que hauràs estudiat en cursos anteriors.


Sabries dir a quina correspon cada una d'elles?



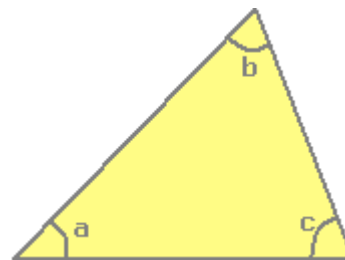
Clica en  per RECORDAR una propietat important dels triangles.

PROPIETAT

La suma dels angles interiors d'un triangle és igual a _____

Clica  per veure la demostració

Completa el dibuix i la demostració



Quan acabis clica  per anar a la pàgina següent.

1. Angles en la circumferència

1.a. Angle central i angle inscrit

Llegeix a la pantalla l'explicació teòrica d'aquest apartat.

En la circumferència de l'escena de la dreta:

On té el seu vèrtex l'angle α ?

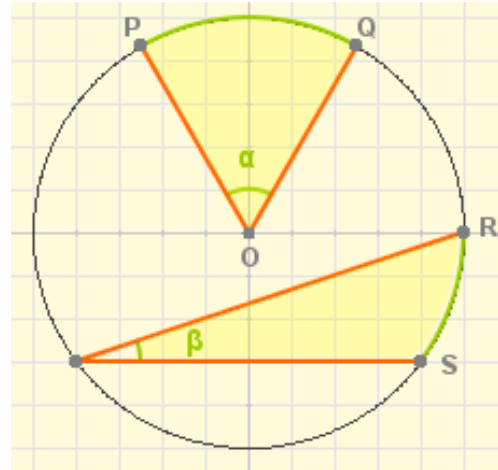
Com s'anomena aquest angle?


A quin arc correspon la seva amplitud? _____

On té el seu vèrtex l'angle β ?

Com s'anomena aquest angle?

A quin arc correspon la seva amplitud? _____



A l'escena clica 

Apareix un cercle i en el cercle un **angle central** i un **angle inscrit** que comparteixen un mateix arc de circumferència RS.

Mou el punt R fins un punt qualsevol.

Quina relació hi ha entre les amplituds de l'angle central i de l'inscrit?

Clica un altre cop 

Ara mou el punto P i fixa't en l'amplitud de l'angle inscrit.

Canvia el valor de l'angle inscrit quan es canvia el vèrtex de posició? _____

És a dir, **angles inscrits que abracen el mateix arc de circumferència són** _____

Clica un altre cop 

Ara situa el punt R en $x=-5, y=0$

Quant mesura ara l'angle central? _____ I l'inscrit? _____

Escriu la propietat que relaciona les amplituds d'un angle central i d'un angle inscrit que abracen un mateix arc de circumferència:

Després... Clica en  per fer exercicis.

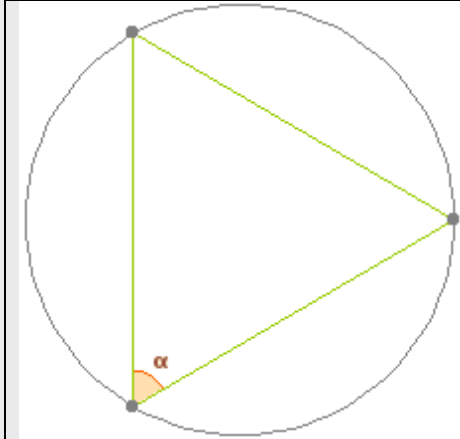
S'obre una finestra en la qual apareixeran 3 escenes amb exercicis que has de resoldre en els quadres de la pàgina següent.

Clica Començar 

EXERCICIS

1. Calcula el valor de l'angle o dels angles marcats en cada cas.

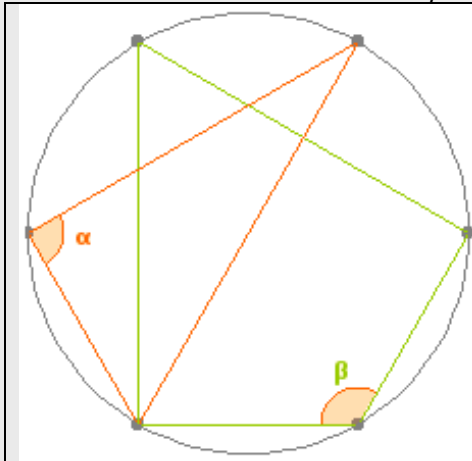
Circumferència dividida en tres parts iguals



Operacions

Valor de $\alpha =$

Circumferència dividida en sis parts iguals

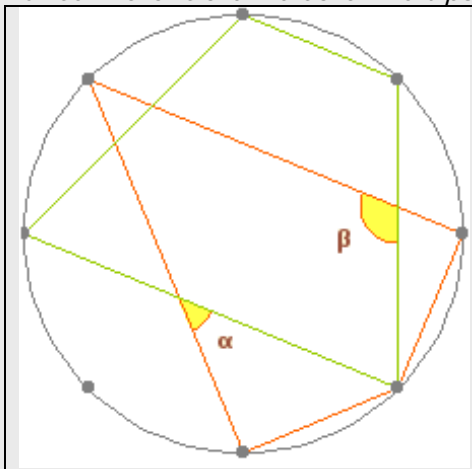


Operacions

Valor de $\alpha =$

Valor de $\beta =$

Circumferència dividida en vuit parts iguals



Operacions

Valor de $\alpha =$

Valor de $\beta =$

Quan acabis clica  per anar a la pàgina següent.

2. Semblança

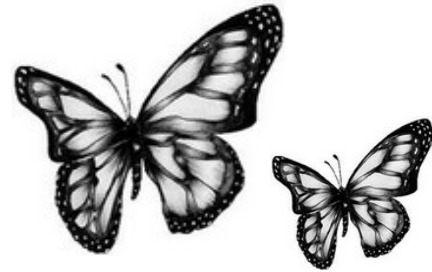
2.a. Figures semblants

Llegeix a la pantalla l'explicació teòrica d'aquest apartat.

Observa a la dreta, a l'escena de pantalla, alguns parells de **figures semblants**.

Què és el que tenen en comú? _____

Què és el que tenen diferent? _____



Completa:

Dues figures planes es consideren **semblants** si existeix _____
 _____, anomenada _____,
 entre els seus _____ homòlegs i, a més a més, els seus _____
 homòlegs són _____.

Clica la fletxa d'avançar a l'escena de la dreta.

A les següents escenes veuràs l'explicació del TEOREMA DE TALES. A la primera apareix l'enunciat d'aquest teorema.

Si vols detenir l'escena, prem el botó secundari del ratolí i apareixerà un requadre que a la seva part inferior té els botons de retrocés i pausa/avanç:

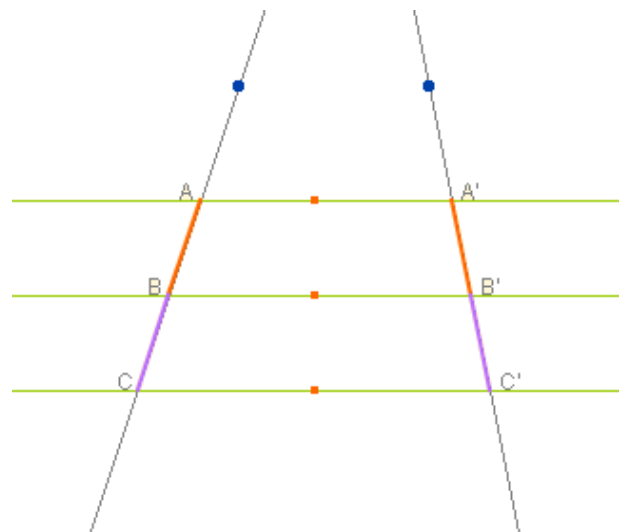
Enunciat del Teorema de Tales

Clicant **Continuar**

Apareixerà una figura formada per tres rectes paral·leles (que pots moure arrossegant el punt taronja) i dues rectes que les tallen (que també pots moure fent servir els punts blaus).

Anota aquí les mesures dels segments que s'indiquen i els quocients entre aquests segments:

$$\begin{array}{cccc} \overline{AB} = & \overline{A'B'} = & \overline{AB} = & \overline{A'B'} = \\ \overline{BC} = & \overline{B'C'} = & \overline{AC} = & \overline{A'C'} = \\ \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = & \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} = & \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = & \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'C'}} = \end{array}$$



Quines relacions observes?

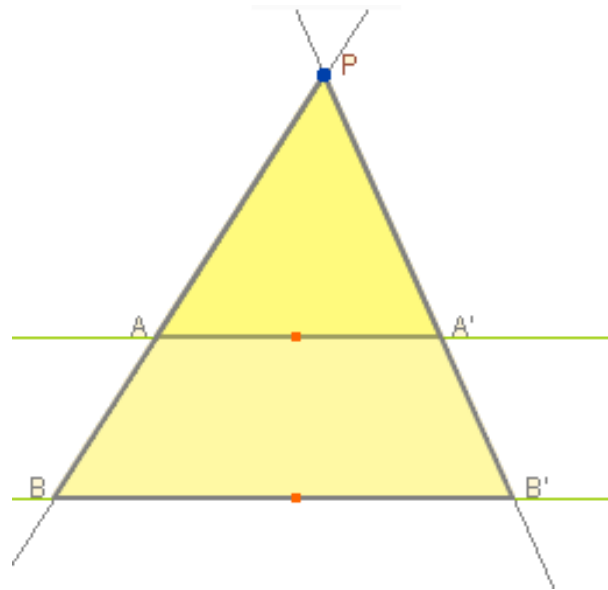
Clica Continuar 


Fes el que s'indica:

Uneix els punts blaus per construir dos triangles PAB i PA'B'. En quina posició es diu que estan?

Mou a l'escena el punt P i en qualsevol posició pren nota de les següents mesures:

$$\begin{array}{lll} \overline{PA} = & \overline{PB} = & \frac{\overline{PA}}{\overline{PB}} = \\ \overline{PA'} = & \overline{PB'} = & \frac{\overline{PB'}}{\overline{PA'}} = \\ \overline{AA'} = & \overline{BB'} = & \frac{\overline{BB'}}{\overline{AA'}} = \end{array}$$



Clica Continuar 

Apareixen dues figures semblants.

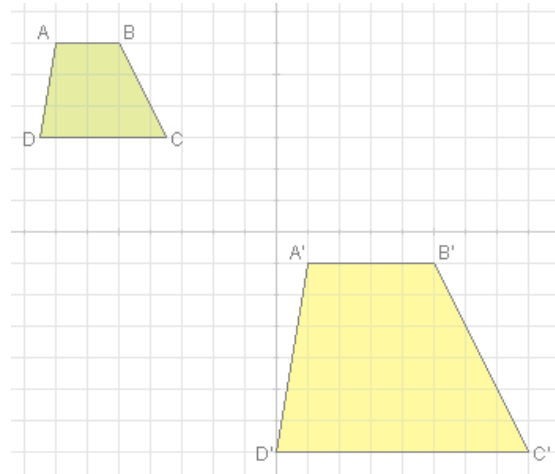
Observa l'escena detingudament.

Com són entre si els angles homòlegs?

A A' B B' C C' D D'

Els quatre parells de costats guarden la mateixa: _____

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} \quad \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} \quad \frac{\overline{AD}}{\overline{A'D'}} \quad \frac{\overline{DC}}{\overline{D'C'}}$$

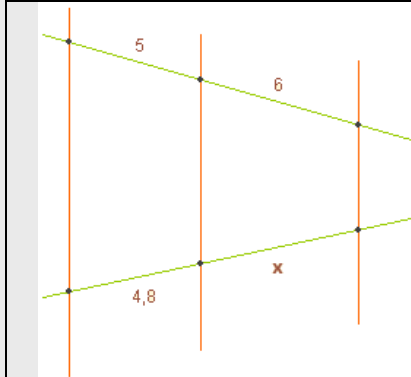


Clica en  per fer exercicis. Apareixeran els mateixos dels següents requadres:

EXERCICIS

2. a) Calcula el valor de "x" fent servir el teorema de Tales.

1



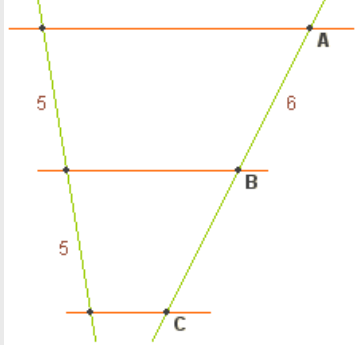
Operacions

Valor de $x =$

EXERCICIS

2. b) Calcula la longitud del segment BC.

2

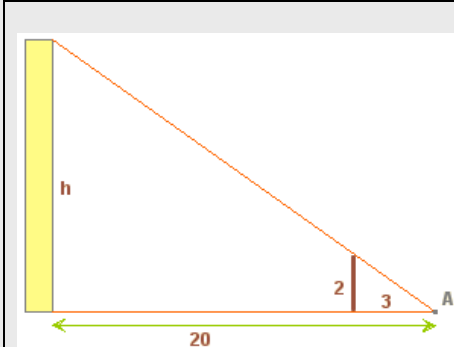


Operacions

Mesura de BC =

3. Calcula l'altura "h" de l'edifici.

3

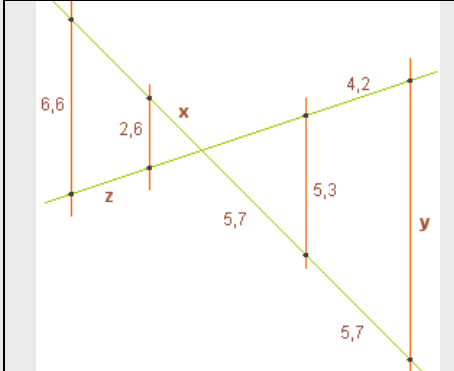


Operacions

Altura: h =

4. Utilitza el teorema de Tales per calcular les mesures de x, y, z:

4

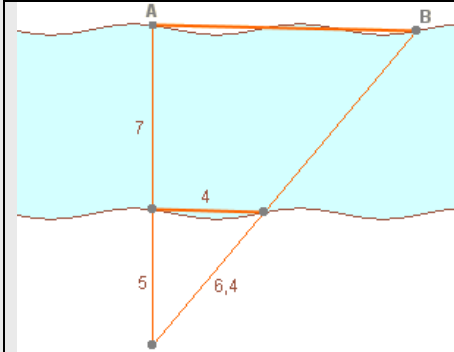


Operacions

Mesures: x = y = z =

5. Calcula la distància entre els punts A i B.

5



Operacions

Distància entre A i B =

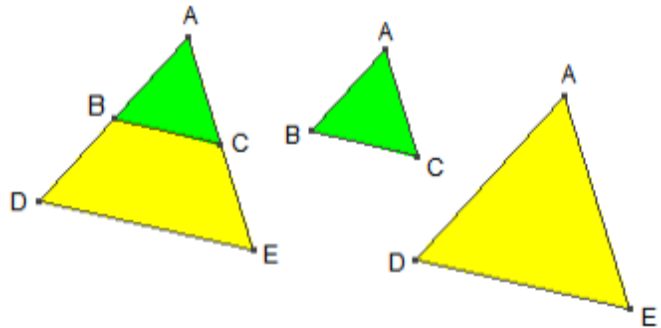
2.b. Triangles semblants. Criteris

Llegeix a la pantalla l'explicació teòrica d'aquest apartat.

Quan es diu que dos triangles són semblants?


Com són entre si els costats homòlegs?

Com són entre si els angles?



Criteris de semblança de triangles

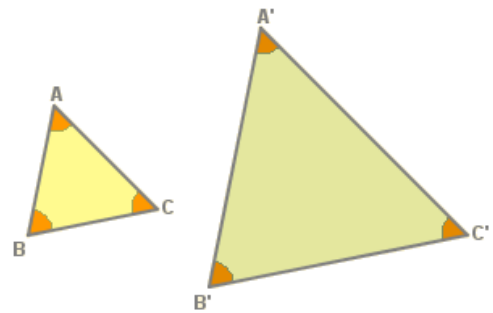
A l'escena de la dreta pots veure els tres criteris de semblança de triangles.

De cada un dels criteris pots veure la demostració clicant 

Llegeix atentament cada una de les demostracions i escriu cada un dels criteris en els següents requadres:

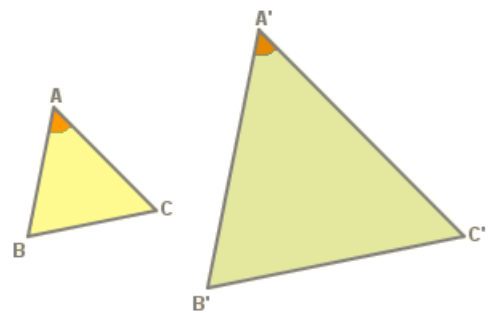
Clica Criteri 1

Primer criteri de semblança



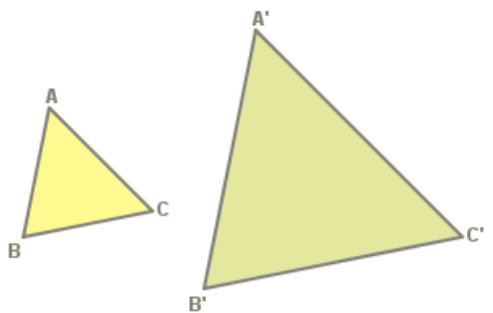
Clica Criteri 2

Segon criteri de semblança



Clica Criteri 3

Tercer criteri de semblança

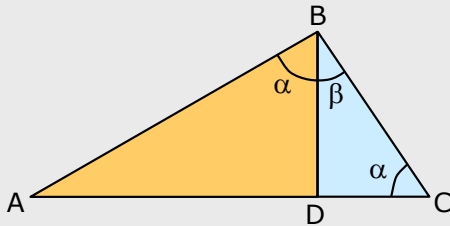


Clica en  per fer exercicis. Apareixeran els mateixos del següents requadre:

EXERCICIS

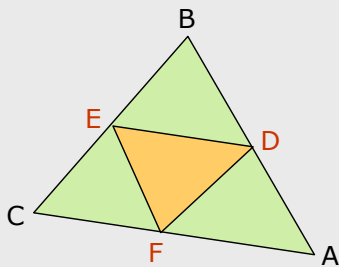
6. En un triangle rectangle ABC ($B=90^\circ$) es traça l'altura sobre el costat AC, així es formen els triangles BDA i BCD, també rectangles. Aquests triangles, també són rectangles? Quin criteri apliques?

1



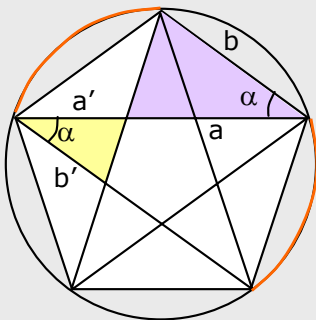
7. En un triangle qualsevol ABC, s'uneixen els punts mitjans dels costats per formar un altre triangle DEF. Són semblants aquests dos triangles? Quin criteri apliques?

2



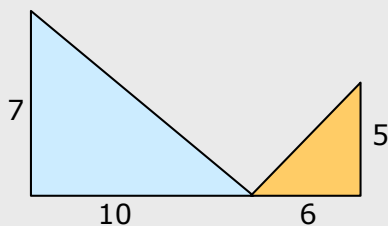
8. La figura era coneguda a l'antiguitat com "pentagrama pitagòric". En aquesta figura s'hi poden veure força parells de triangles semblants. Els de color groc i morat, són semblants? Quin criteri apliques?

3



9. Els triangles de la figura, són semblants?

4



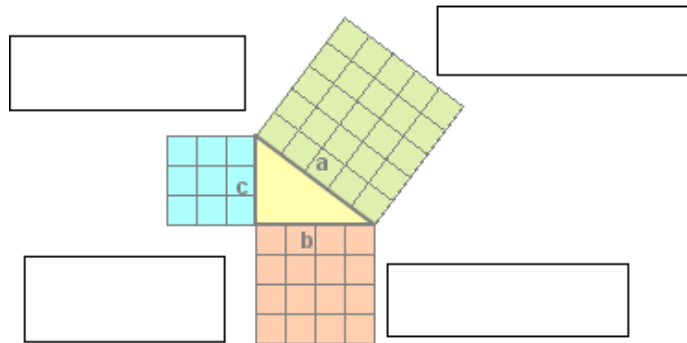
Quan acabis clica  per anar a la pàgina següent.

3. Triangles rectangles


3.a. El teorema de Pitàgores.

Llegeix a la pantalla l'enunciat del **Teorema de Pitàgores** i escriu-lo en el següent requadre:

A sota de l'enunciat del teorema de Pitàgores pots veure una explicació geomètrica.



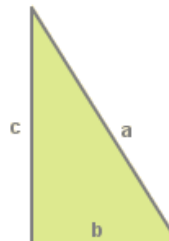
Completa el que falta en aquest dibuix:


Clica a l'escena  per veure una demostració del TEOREMA DE PITÀGORES

Apareix un triangle rectangle d'hipotenusa **a** i catets **b** i **c**

Pas 1. Construïm un quadrat de costat el catet **b** i un altre quadrat de costat el catet **c**:

(Completa el dibuix)→



Clica una altre cop 

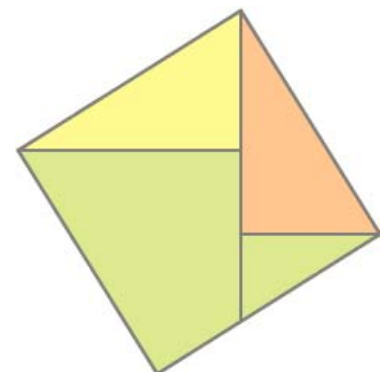
Observa com, a partir dels quadrats anteriors pots obtenir el següent quadrat. Completa les dades en el dibuix:


Quina és l'àrea del quadrat de costat **b**?


Quina és l'àrea del quadrat de costat **c**?


Quina és l'àrea del quadrat gran que s'ha construït?

Quina relació hi ha entre aquestes tres àrees?



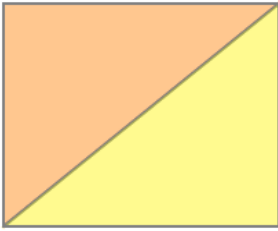
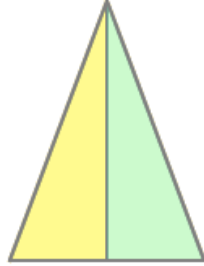
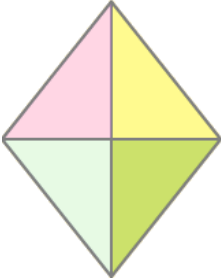
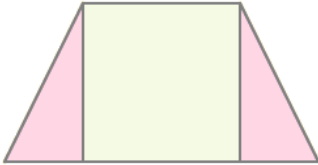
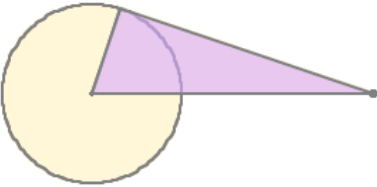
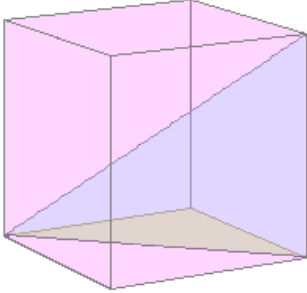
Clica Repetir  per veure una altra vegada aquesta demostració.


Per veure una altra demostració clica sobre 

Quan acabis ... Clica  per anar a la pàgina següent.

3.b. Aplicacions del teorema de Pitàgores

El **teorema de Pitàgores** és de gran utilitat en multitud de problemes en què es presenta algun triangle rectangle. A l'escena de la dreta veuràs exemples de cadascun d'ells.

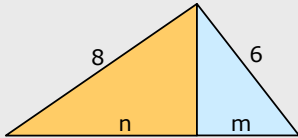
<p>Clica Començar per veure el 1r exemple</p>	<p>Clica Continuar per veure el següent</p>
<p>DIAGONAL D'UN RECTANGLE Completa el dibuix Fórmules</p> 	<p>ALTURA D'UN TRIANGLE ISOSCELES Completa el dibuix Fórmules</p> 
<p>Clica Continuar per veure el següent</p>	<p>Clica Continuar per veure el següent</p>
<p>COSTAT D'UN ROMBE Completa el dibuix Fórmules</p> 	<p>ALTURA DE UN TRAPECI Completa el dibuix Fórmules</p> 
<p>Clica Continuar per veure el següent</p>	<p>Clica Continuar per veure el següent</p>
<p>SEGMENT DE TANGENT A UNA CIRCUMFERÈNCIA Completa el dibuix Fórmules</p> 	<p>DIAGONAL D'UN CUB Completa el dibuix Fórmules</p> 

Clica en  per fer exercicis. Apareixeran els mateixos del següent requadre:

EXERCICIS

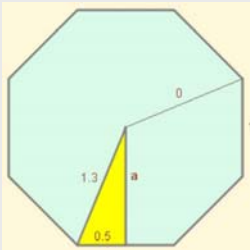
10. En el triangle rectangle de la figura es traça l'altura sobre la hipotenusa donant lloc als triangles taronja i blau. Calcula el valor de **m** i de **n**.

1



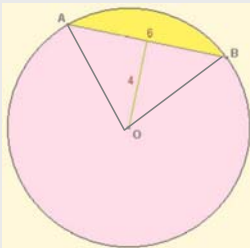
11. Calcula quant mesura l'apotema d'un octògon regular de costat 1 dm i radi 1,3 dm.

2



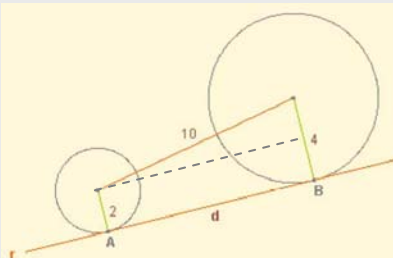
12. En una circumferència sabem la longitud d'una corda AB, 6 cm, i la seva distància al centre de la circumferència, 4 cm. Quant mesura el radi?

3



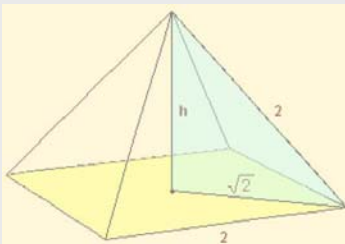
13. La recta r és tangent a les dues circumferències en els punts A i B. Troba la distància que hi ha entre ambdós punts de tangència.

4



14. La piràmide de la figura és regular, les seves cares són triangles equilàters i la seva base un quadrat de costat 2 m. Calcula la seva altura.

5



4. Llocs geomètrics

4.a. Definició i exemples


Completa:


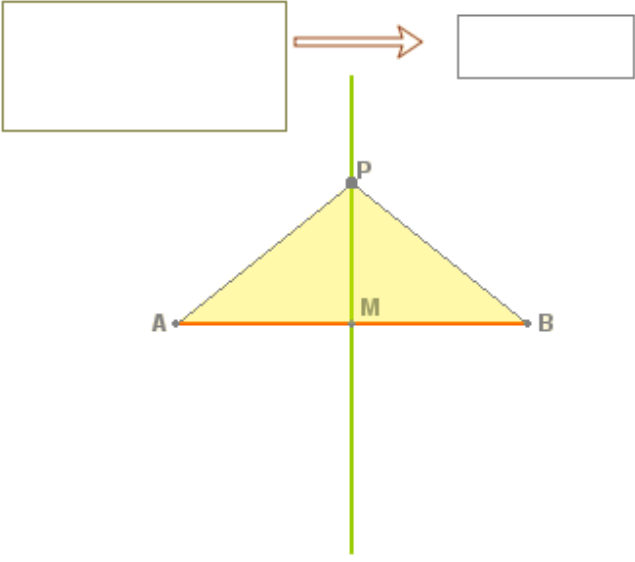
Un **lloc geomètric** en el pla és _____, que compleixen tots ells _____.

A l'escena de la dreta, clica

mediatriu d'un segment

A les següents escenes veuràs l'explicació de la construcció geomètrica amb regle i compàs de la **MEDIATRIU D'UN SEGMENT**.

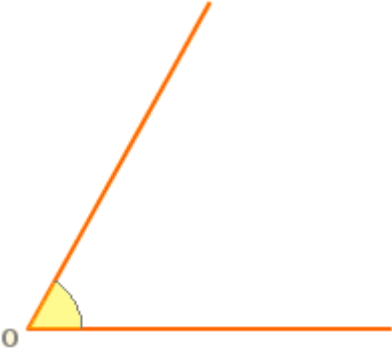
Si vols detenir l'escena, prem el botó secundari del ratolí i apareixerà un requadre que a la seva part inferior té els botons de retrocés i pausa/avanç: .

PASOS PER REALITZAR LA CONSTRUCCIÓ	DIBUIX DE LA MEDIATRIU
<p>1.- Tracem un arc de circumferència _____</p> <p>2.- Amb centre en B _____</p> <p>La recta que passa _____</p> <p>La MEDIATRIU del segment AB és _____</p>	
<p>Una vegada dibuixada la mediatriu del segment AB, anem a definir-la com LLOC GEOMÈTRIC. Completa el gràfic següent i raona quina és la propietat que compleix qualsevol punt P que estigui situat en la mediatriu.</p>	
	<p>La MEDIATRIU del segment AB és el LLOC GEOMÈTRIC dels punts P que: _____</p>

A l'escena de la dreta, clica

bisectriu d'un angle

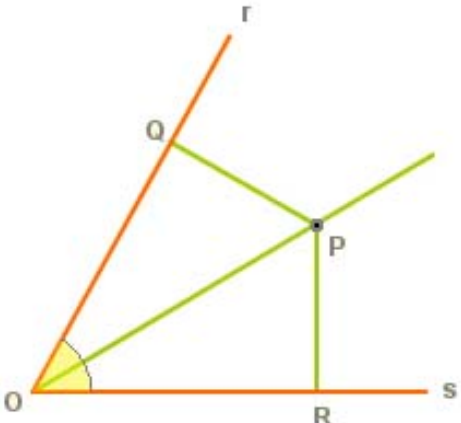
Ara veurem la construcció geomètrica amb regle i compàs de la BISECTRIU D'UN ANGLE.


PASOS PER REALITZAR LA CONSTRUCCIÓ	DIBUIX DE LA BISECTRIU
<p>1.- Amb centre en O, tracem _____ _____</p> <p>2.- Aquest arc talla _____ _____</p> <p>3.- Amb centres en A i B _____ _____</p> <p>La recta que passa _____ _____</p>	
<p>La BISECTRIU d'un angle és _____ _____ _____</p>	

Ara anem a definir la bisectriu com LLOC GEOMÈTRIC.

A l'escena veus que situant un punt P en qualsevol lloc de la bisectriu, es tracen perpendiculars als costats de l'angle r i s, obtenint els punts Q i R.

Així es formen dos triangles rectangles OQP i ORP.

	<p>Com són entre si els dos triangles ORP i OQP? _____</p> <p>Com són entre si els segments RP i QP? _____</p> <p>CONCLUSIÓ: La BISECTRIU d'un angle és el LLOC GEOMÈTRIC dels punts del pla que _____ _____</p>
---	---

Clica en  per veure un altre exemple interessant: **ARC CAPAÇ**


Clica en [Definició](#)


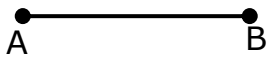



Completa:


L'arc capaç d'un angle α sobre un segment AB és _____

Clica en [Construcció](#)

Indica un valor per l'angle fent servir el control numèric

Clica Continuar 

PASOS PARA REALIZAR LA CONSTRUCCIÓN	DIBUJO DEL ARCO CAPAZ
1.- Comencem traçant _____ _____ _____ Clica Continuar 	
2.- A continuació tracem _____ _____ _____ I obtenim el punt _____ _____ _____ Clica Continuar 	
3.- Observem que l'angle inicial α és igual a l'angle blau que obtenim, format per _____ _____ _____ Clica Continuar 	
4.- Per acabar tracem _____ _____ _____ _____ Clica Continuar 	
Observa a l'escena, tot movent el punt P, que ha quedat dibuixat l' arc capaç .	

Quan acabis clica  per anar a la pàgina següent.

5. Aplicacions

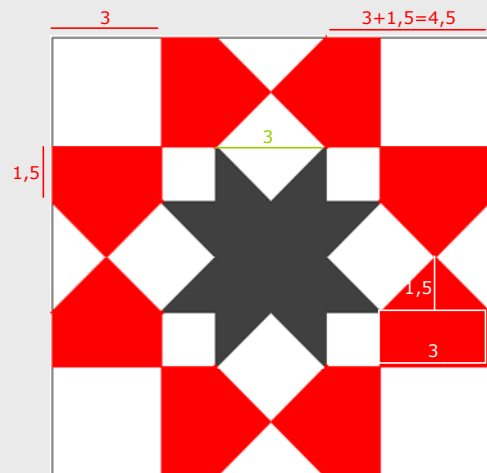
5.a. Àrees de figures planes

Completa ls noms de les figures geomètriques i les fórmules per calcular les seves àrees:

Figura	Nom i Àrea	Figura	Nom i Àrea

EXERCICIS

15. La figura de la dreta està composta per àrees de color blanc (quadrats i triangles), vermell (pentàgons) i negre. Calcula l'àrea de cada color. Tota la figura és un quadrat de 12 m de costat.





Recorda el més important – RESUM

Teorema de Tales	Teorema de Pitàgores
<div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 30px; margin: 0 auto;"></div>	

Semblança	
<p>Dues figures planes són semblants si _____, anomenada _____, entre _____</p> <p>En el cas dels triangles n'hi ha prou que s'acompleixi un dels criteris: →</p>	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px;"> <p>1. _____</p> <p>2. _____</p> <p>3. _____</p> <p style="text-align: center;">— = — = —</p> </div> </div>

Llocs geomètrics	Un lloc geomètric en el pla és _____.
<p>La mediatriu d'un segment AB és el lloc geomètric _____.</p>	<p>La bisectriu d'un angle és el lloc geomètric _____.</p>
(Completa els dibuixos)	

Clica per anar a la pàgina següent.



Per practicar

En aquesta unitat trobaràs exercicis de:

- Semblança, teorema de Pitàgores i llocs geomètrics
- Àrees de figures planes

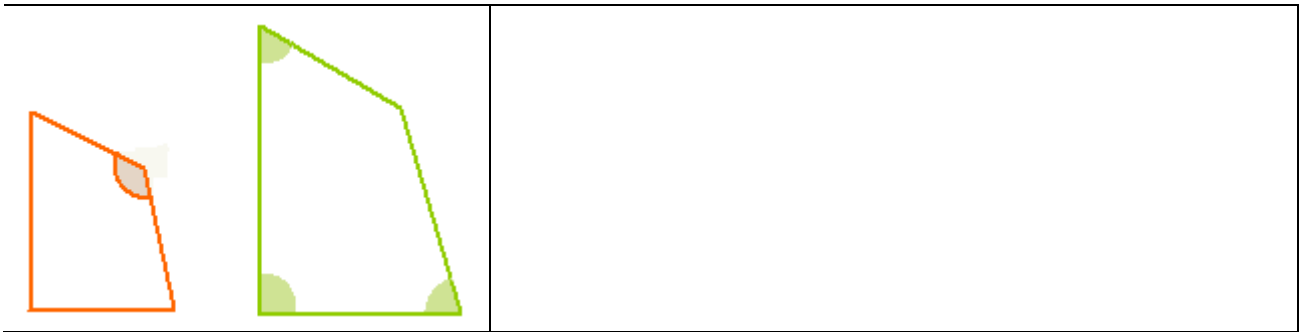
Completa els enunciats i resol-los. Després comprova si ho has fet bé.

TEOREMA DE TALES

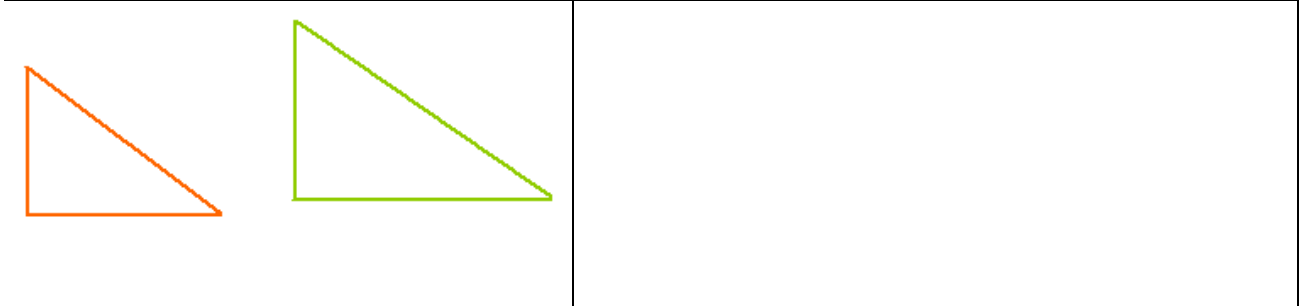
1. Les rectes r , s i t són paral·leles, determina el valor de x en cada cas:

SEMBLANÇA

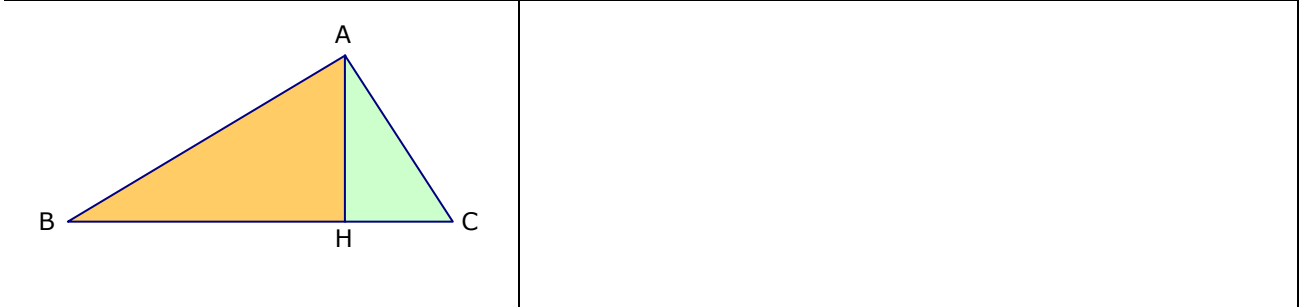
2. Els quadrilàters de la figura són semblants. Troba la longitud del costat x i l'angle B.



3. Els triangles de la figura són rectangles i semblants, calcula els elements que falten en cadascun.



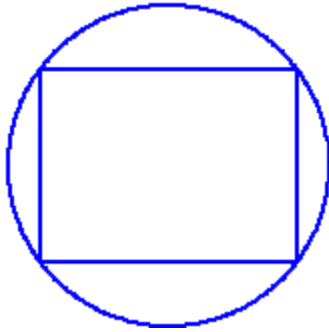
4. Comprova que en un triangle rectangle ABC, els triangles que determina l'altura sobre la hipotenusa i el mateix ABC són semblants. Si els catets mesuren 8 cm i 5 cm, calcula'n l'altura.



TEOREMA DE PITÀGORES

5. Els costats d'un triangle mesuren _____. És rectangle? En cas afirmatiu, quant mesura la hipotenusa?

6. Quant mesura el radi de la circumferència de la figura?

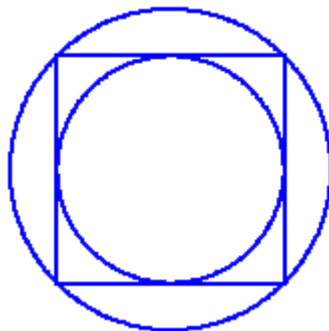


Blank space for the student's answer to question 6.

7. En un triangle isòsceles els costats iguals mesuren 12 cm i el costat desigual 8 cm. Quant mesura l'altura?

Blank space for the student's answer to question 7.

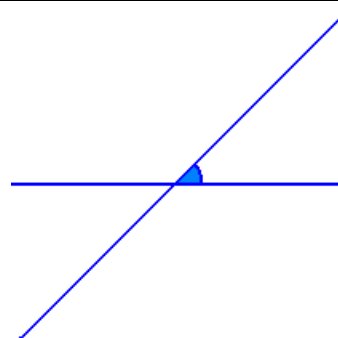
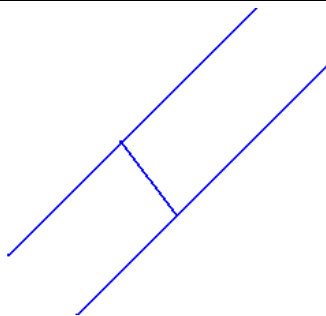
8. Si el radi de la circumferència major mesura 10 cm, quant mesura el radi de la menor?



Blank space for the student's answer to question 8.

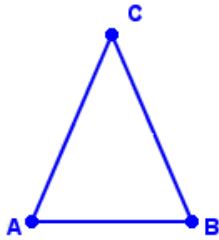
LLOCS GEOMÈTRICS

9. Determina el lloc geomètric dels punts que equidisten de les rectes de les figures:

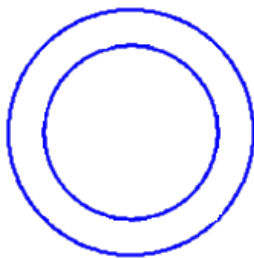


Blank space for the student's answer to question 9.

10. El triangle de la figura és isòsceles. Si es desplaça el vèrtex C de manera que el triangle segueixi sent isòsceles, quin lloc geomètric determina C?



11. Determina el lloc geomètric dels punts que equidisten de dues circumferències concèntriques, de radis respectius _____.



ÀREES DE RECINTES PLANS

El mural – Tipus 1

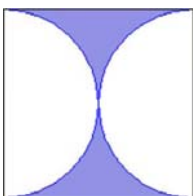
12. Es vol construir un mural de ____ de llarg per ____ d'alt, unint quadrats de ____ de costat com el de la figura. Quina superfície quedarà de color blau?



--	--

El mural – Tipus 2

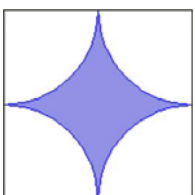
13. Es vol construir un mural de ____ de llarg per ____ d'alt, unint quadrats de ____ de costat com el de la figura. Quina superfície quedarà de color blau?



--	--

El mural – Tipus 3

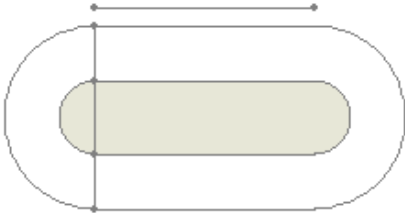
14. Es vol construir un mural de ____ de llarg per ____ d'alt, unint quadrats de ____ de costat com el de la figura. Quina superfície quedarà de color blau?



--	--

L'estadi

15. Un estadi té la forma i dimensions del dibuix. Quina superfície ocupen les pistes?

	
---	--

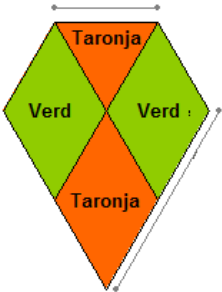
La plaça

16. Una plaça té forma de rectangle i les dimensions de la figura. En el centre hi ha una font circular de _____ de radi, envoltada d'un passeig de terra i a la resta hi ha gespa. Quina superfície ocupa la gespa? I el passeig?

	
--	--

L'estel – Tipus 1

17. Per construir un estel s'ha fet servir tela de color verd i taronja com en la figura. Quina quantitat de cada color?

	
---	--

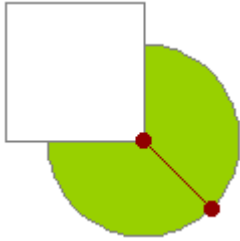
L'estel– Tipus 2

18. Per construir un estel s'ha fet servir tela de color verd i taronja com en la figura. Quina quantitat de cada color?

	
---	--

La cabra – Tipus 1

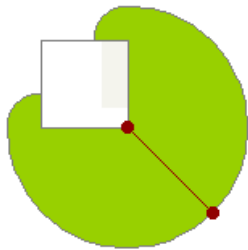
19. Una cabra està lligada a la cantonada d'un corral quadrat de _____ de costat, amb una corda de _____ de llarg. En quanta superfície pot pasturar?



Blank space for the student's answer to problem 19.

La cabra – Tipus 2

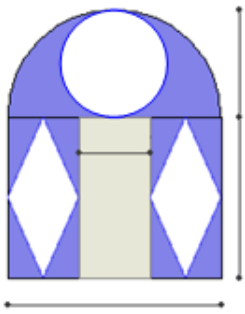
20. Una cabra està lligada a la cantonada d'un corral quadrat de _____ de costat, amb una corda de _____ de llarg. En quanta superfície pot pasturar?



Blank space for the student's answer to problem 20.

La catedral

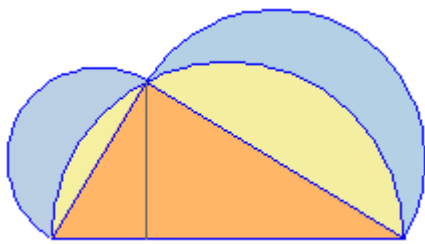
21. La portada d'una catedral romànica està decorada amb frescos pintats sobre una zona como l'ombregada en la figura. Quanta superfície s'ha pintat?



Blank space for the student's answer to problem 21.

Les lúnules

22. La base del triangle de la figura mesura _____ i l'altura _____. Calcula l'àrea del recinte de color blau (format per dues figures semblants a dues llunes).



Blank space for the student's answer to problem 22.

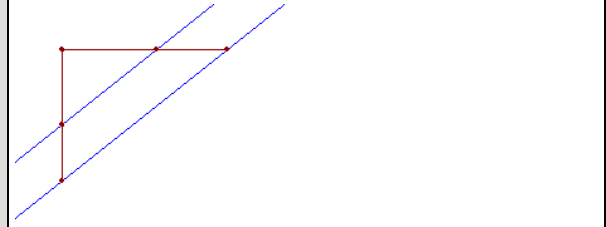
Autoavaluació



Completa aquí cada un dels enunciats que van apareixent a l'ordinador i resol-los. Després introdueix el resultat per comprovar si la solució és correcta.

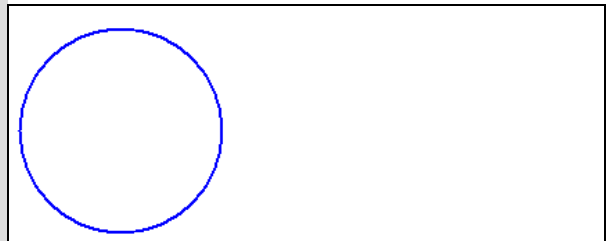
1 ¿Són paral·leles les dues rectes de color blau de la figura?

(Utilitza el teorema de Tales per comprovar la resposta)

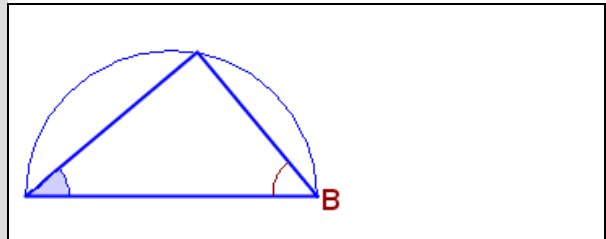


2 Quant mesura l'angle α de la figura?

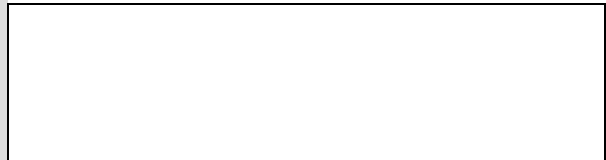
(Dibuixa'l primer en el cercle de la dreta)



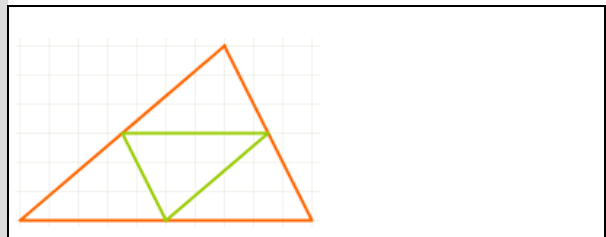
3 Quant mesura l'angle B de la figura?



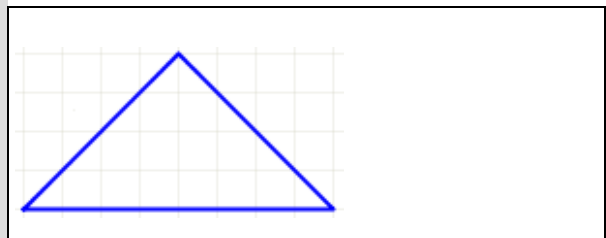
4 Els costats d'un rectangle mesuren _____ i els d'un altre _____.
Són semblants aquests dos rectangles?



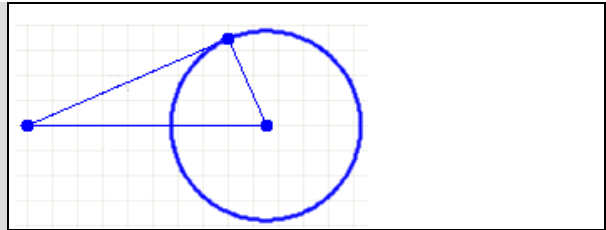
5 Els costats del triangle verd (l'interior) mesuren _____. Quant mesura el costat més llarg del triangle taronja?



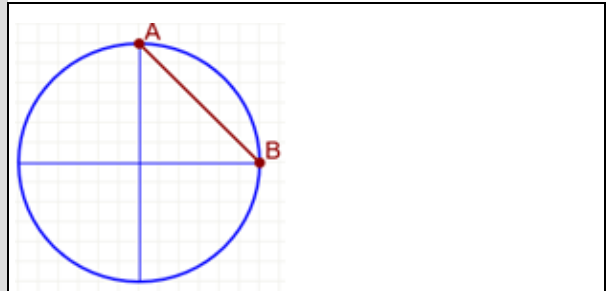
6 Els costats iguals d'un triangle isòsceles i rectangle mesuren _____. Quant mesura el costat desigual?



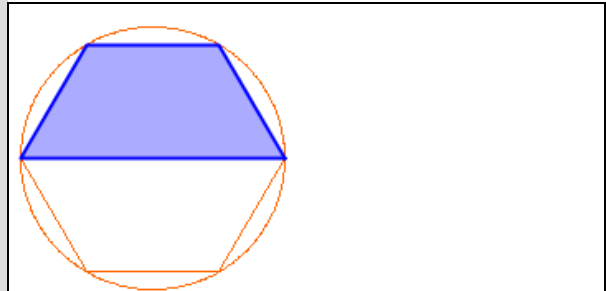
7 Calcula el radi de la circumferència de la figura.



8 El radi de la circumferència és _____ cm. Quina és la longitud de la corda AB?



9 Calcula l'àrea de la figura blava inscrita en una circumferència de radi _____.



10 Es costat del quadrat de la figura mesure _____. Calcula l'àrea del recinte de color blau.

