6

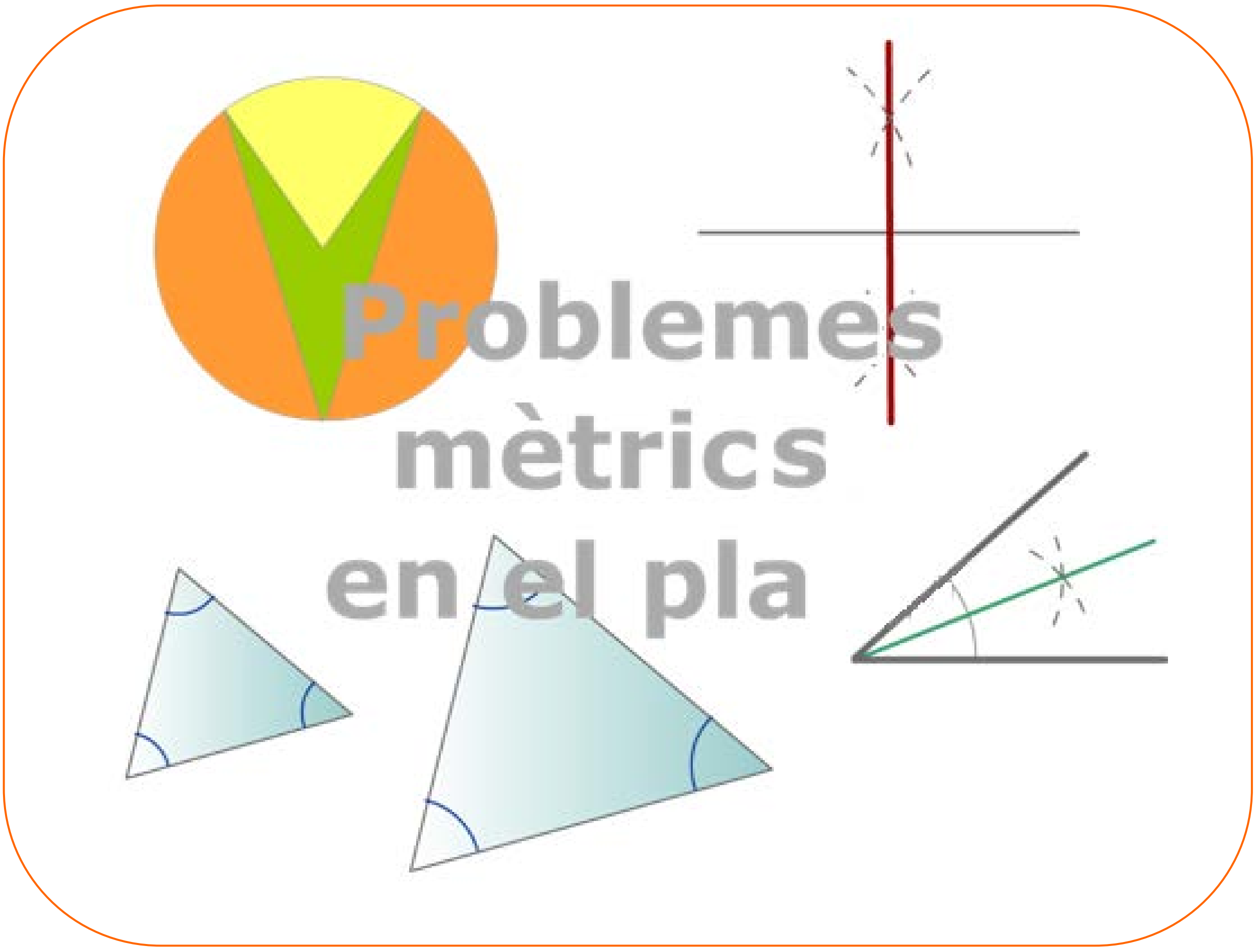
Figures planes, propietats mètriques

Objectius

Aquesta quinzena aprendràs a:

- Reconèixer els angles importants en una circumferència i les seves relacions.
- Esbrinar quan dos triangles són semblants.
- Aplicar el teorema de Pitàgores per a resoldre alguns problemes.
- Identificar la mediatriu d'un segment i la bisectriu d'un angle com a conjunts de punts.
- Calcular l'àrea de recintes limitats per línies rectes i per línies corbes.

Abans de començar



Recorda una propietat important dels triangles:

La suma dels angles interiors d'un triangle és igual a 180º.

- ✓ Tracem una paral·lela la base pel vèrtex oposat.

  L'angle a'=a, es diuen alterns interns. L'angle c'=c pel mateix motiu.

  a' + b + c' =180º

  per tant

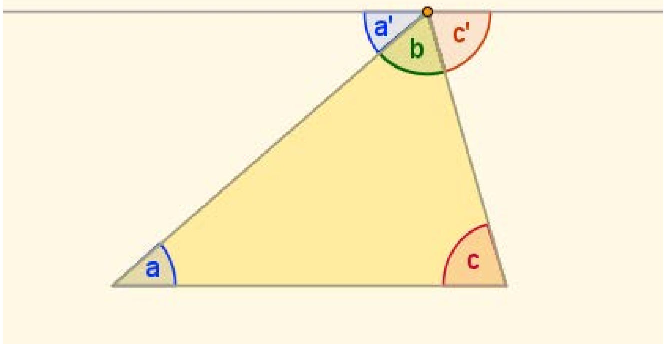
  a + b + c = 180º

a' + b + c' = 180º

a' = a c' = c

↓

a + b + c = 180º

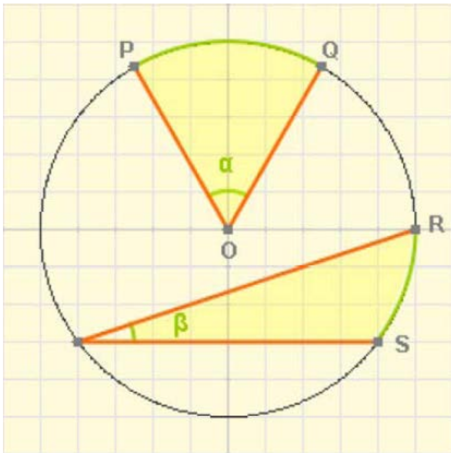


1. Angles en la circumferència

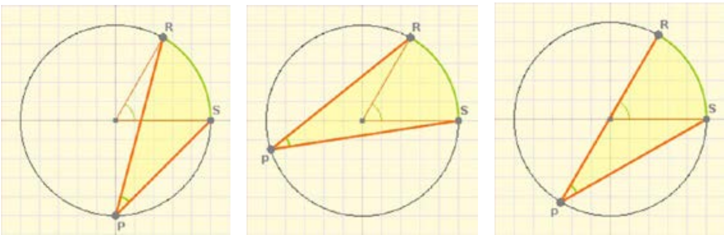
Angle central i angle inscrit

En la circumferència de l'escena de la dreta l'angle α, que té el seu vèrtex en el centre de la circumferència, es diu **angle central** i representa la mesura angular de l'arc PQ.

L'angle β, que té el vèrtex en la mateixa circumferència, es diu **angle inscrit** i diem que comprèn l'arc RS.

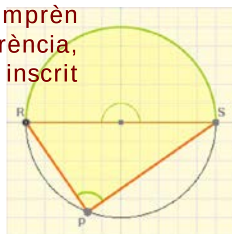


> L'a**ngle inscrit** que comprèn un arc de circumferència determinat, és igual a la **meitat de l'angle central** que comprèn el mateix arc.



Tot i que es canviï la posició del vèrtex P l'angle no varia. Els angles inscrits que comprenen el mateix arc de circumferència són iguals.

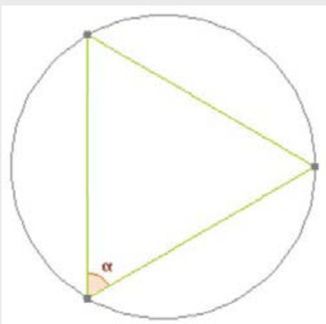
L'angle central comprèn una semicircumferència, fa 180º, l'angle inscrit és recte.



EXERCICIS resolts

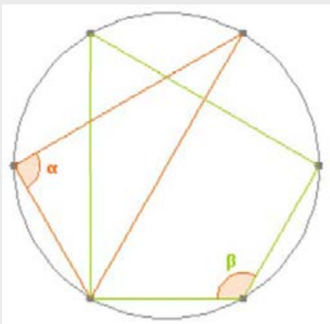
1. Calcula el valor de l'angle o els angles marcats en cada cas.

a) La circumferència s'ha dividit en 3 parts iguals



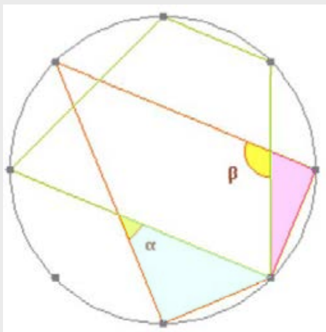
Sol: L'angle α comprèn 120º, el seu valor és la meitat, 60º.

a) La circumferència s'ha dividit en 6 parts iguals

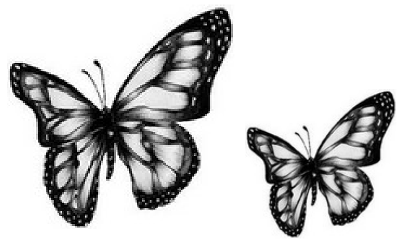


Sol: L'angle α comprèn 180º, el seu valor és la meitat, 90º.
L'angle β comprèn 240º, quatre divisions de la circumferència, la seva mesura és 120º.

a) La circumferència s'ha dividit en 8 parts iguals

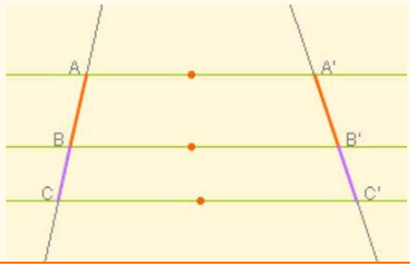


Sol: En el triangle blau
B=90º, C=45º
α=180º-90º-45º=45º
En el triangle rosa
B=22,5º i D=90º
β=90º+22,5º=112,5º



La semblança està basada en el **Teorema de TALES**: dues rectes que tallen diverses paral·leles hi determinen segments proporcionals.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

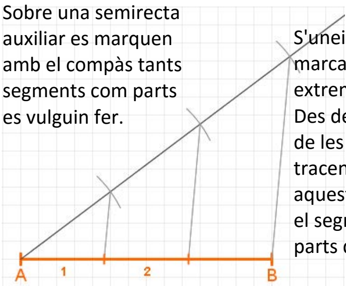


Aplicacions del Teorema de Tales

Divisió d'un segment en parts iguals

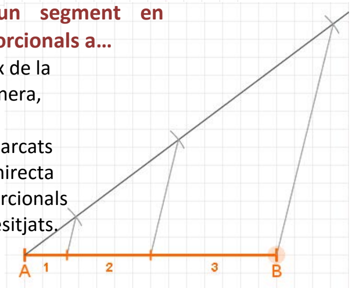
Sobre una semirecta auxiliar es marquen amb el compàs tants segments com parts es vulguin fer.

S'uneix l'última marca amb l'altre extrem del segment. Des de cadascuna de les marques es tracen paral·leles, i aquestes divideixen el segment en les parts desitjades.

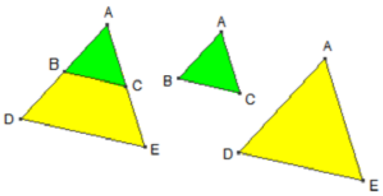


Divisió d'un segment en parts proporcionals a...

Es procedeix de la mateixa manera, però ara els segments marcats sobre la semirecta seran proporcionals als valors desitjats.



Observa a la figura que els dos polígons, verd i groc, tenen els angles iguals, i els costats proporcionals, són **semblants**



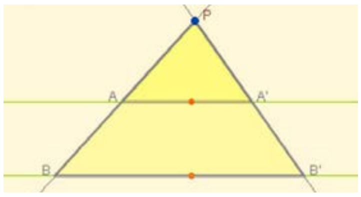
2. Semblança

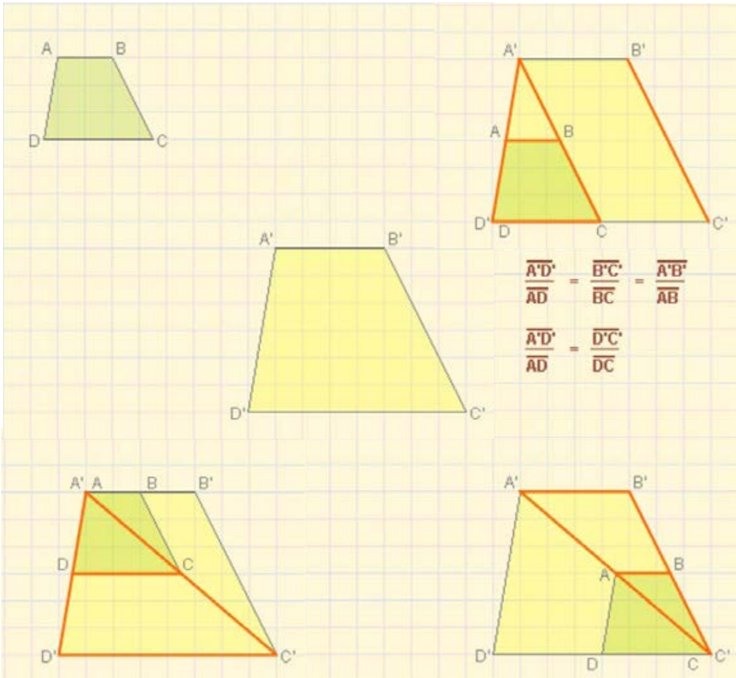
Figures semblants

Observa a l'esquerra la parella de **figures semblants**, tenen la **mateixa forma** però estan representades amb **diferent grandària**, l'una es pot considerar una ampliació de l'altra.

- Dues figures planes es consideren semblants si existeix la mateixa proporció, anomenada **raó de semblança**, entre els seus costats homòlegs i a més els seus angles homòlegs són iguals.

Triangles en posició de **Tales**: els costats homòlegs són proporcionals, els angles són iguals. Són **semblants**.





Semblança de triangles

Dos triangles són **semblants** si es poden posar en **posició de Tales**. Com hem vist a la secció anterior, això vol dir que els seus **costats homòlegs** estan en la mateixa proporció i que **els seus angles** són **iguals**.

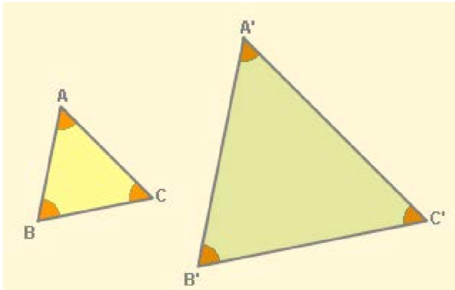
En el cas dels triangles, perquè siguin semblants n'hi haurà prou que es compleixi un dels criteris següents:

Criteris de semblança de triangles

1) Si dos triangles tenen els **angles iguals**, llavors són semblants; n'hi haurà prou que en tinguin dos, el tercer és el que falta fins a 180º.

2) Si dos triangles tenen **un angle igual i els costats que el formen són proporcionals**, són semblants.

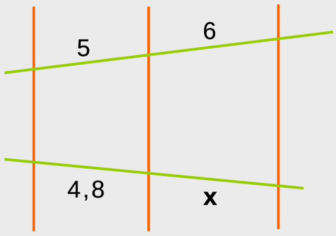
3) Si dos triangles tenen els seus tres costat**s proporcionals**, llavors són semblants.



EXERCICIS resolts

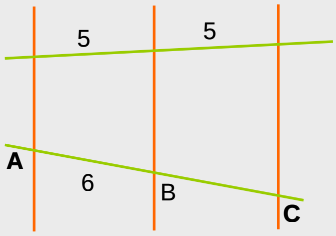
2. Les rectes de color taronja són paral.leles

a) Calcula x



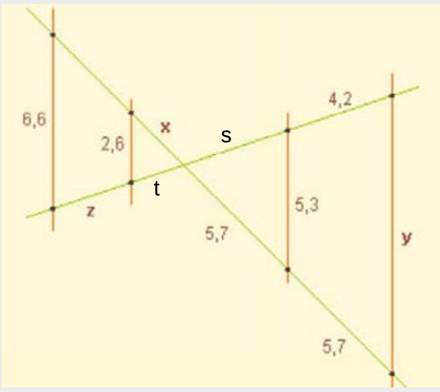
$$\frac{6}{5}=\frac{x}{4,8}\Rightarrow x=\frac{4,8\cdot 6}{5}=5,76$$

b) Calcula la distància entre A i C.



Com que els segments homòlegs són iguals $\overline{AB}=\overline{BC}=6$,per tant $\overline{AC}=12$

3. Calcula x, y, z.



$$\frac{x}{5,7}=\frac{2,6}{5,3}\quad\rightarrow\quad x=\frac{5,7\cdot 2,6}{5,3}=2,8$$

$$\frac{5,7}{5,3}=\frac{2\cdot 5,7}{y}\quad\rightarrow y=10,6$$

Es pot calcular z de diferents maneres, per exemple: El segment s fa 4,2 ja que ha d'estar en proporció amb els que fan 5,7.

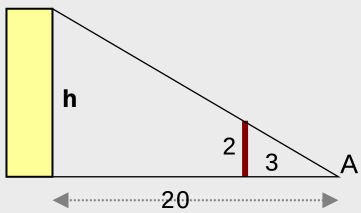
Es calcula t: $\frac{t}{2,6}=\frac{4,2}{5,3}\rightarrow t=2,06$

I conegut t: $\frac{2,06}{2,6}=\frac{2,06+z}{6,6}\rightarrow z=3,17$

4. Des del punt A es veuen alineats els extrems del pal marró i de l'edifici groc,quina és l'altura d'aquest edifici?

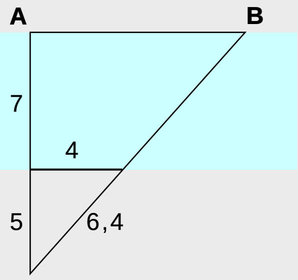
Com que l' edifici i el pal són paral·lels segons el teorema de Tales:

$$\frac{h}{2}=\frac{20}{3}\rightarrow h=\frac{20\cdot 2}{3}=13,3m$$



EXERCICIS resolts

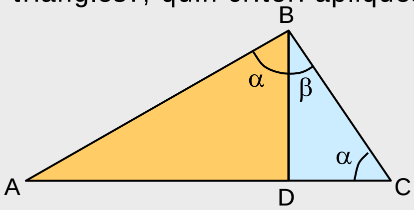
15. Calcula la distància entre els punts A i B situats a l'altre costat del riu.



Pel Teorema de Tales: $\frac{7+5}{5} = \frac{AB}{4}$

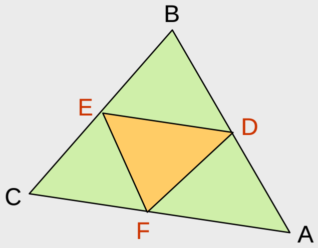
Per tant AB= $\frac{48}{5}$ =9,6

16. En un triangle rectangle ABC (B=90º) tracem l'altura sobre el costat AC, i així es formen els triangles també rectangles, BDA i BCD, són semblants també aquests triangles?, quin criteri apliques?



En efecte, són semblants ja que tenen els angles iguals (primer criteri).
1) Ambdós tenen un angle D=90º
2) L'angle α és igual en ambdós ja que és 90º-β. En el triangle taronja es veu a simple vista i en el blau recorda que la suma dels tres ha de ser 180º, per tant $\alpha + \beta = 90º$

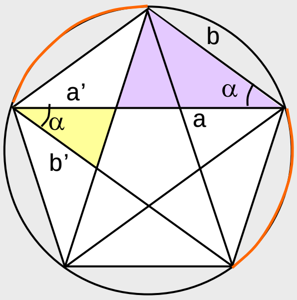
17. En un triangle qualsevol ABC, s'uneixen els punts mitjans dels costats per formar un altre triangle DEF. Són semblants aquests dos triangles? Quin criteri apliques?.



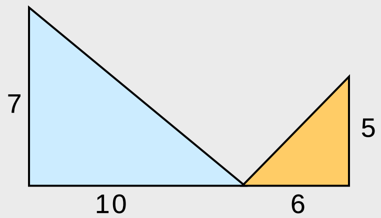
ABC i DEF són semblants.
Observa que els triangles ABC i DBE estan en posició de Tales, per tant AC/DE=CB/EB=2 ja que E és el punt mig de BC.
Amb el mateix raonament AB/EF=2 i BC/DF=2, per tant els tres parells de costats guarden la mateixa proporció. (Criteri 3)

18. La figura era coneguda antigament com a "pentagrama pitagòric". En ella s'hi poden ver bastants parells de triangles semblants. Els de color groc i morat, són semblants? Quin criteri apliques?.

Són semblants ja que els angles anomenats α són iguals perquè comprenen el mateix arc de circumferència (360º/5). A més, pel Teorema de Tales a/a' = b/b', per tant els costats que formen l'angle α són proporcionals. (Criteri 2º)



19. Els triangles de la figura, són semblants?.

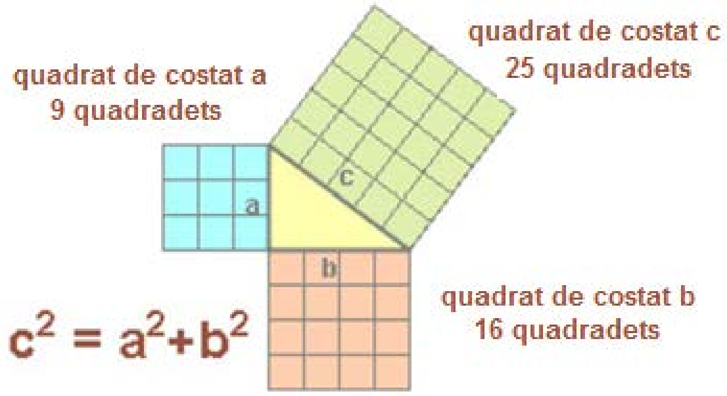


No ho són ja que els costats no són proporcionals,
$\frac{10}{6} \neq \frac{7}{5}$

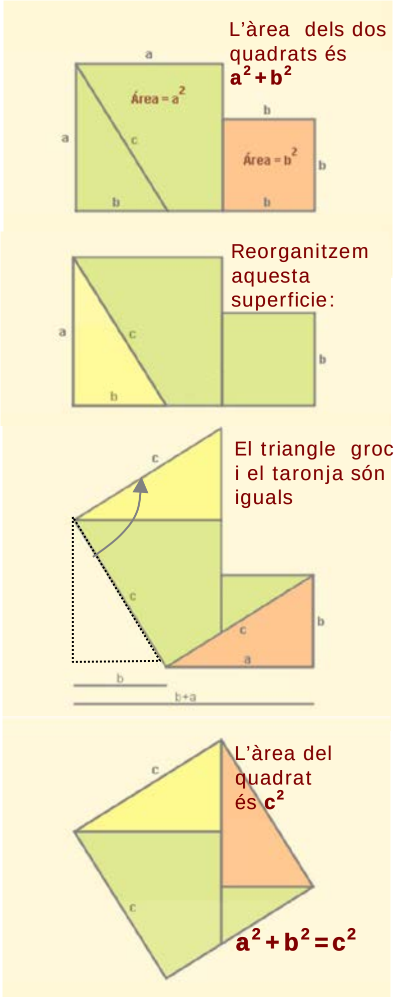
3. Triangles rectangles

Teorema de Pitàgores

En un triangle rectangle, el quadrat de la hipotenusa és igual a la suma dels quadrats dels catets.



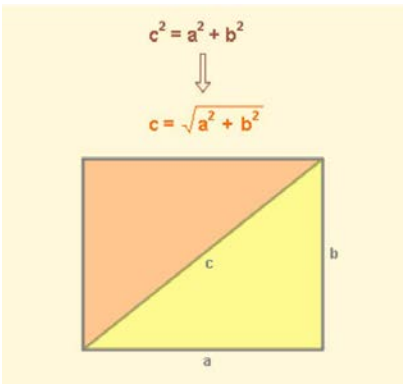
Observa la demostració de la dreta.

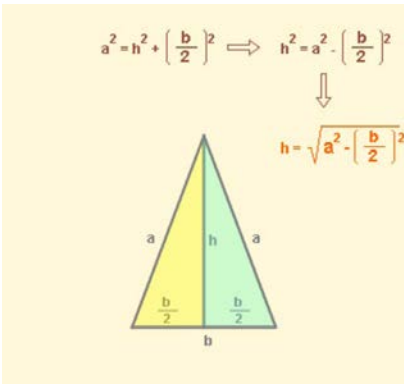


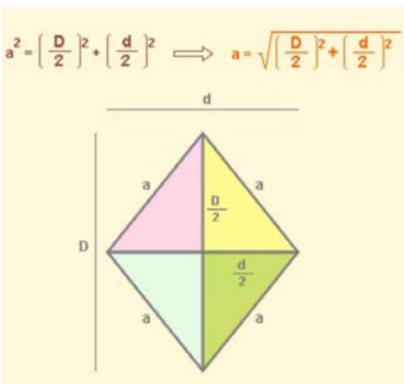
Aplicacions del Teorema de Pitàgores

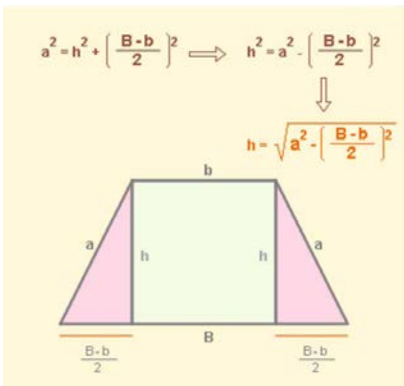
El **teorema de Pitàgores** és de gran utilitat en molts problemes en què hi apareix algun triangle rectangle. Aquí pots veure alguns exemples.

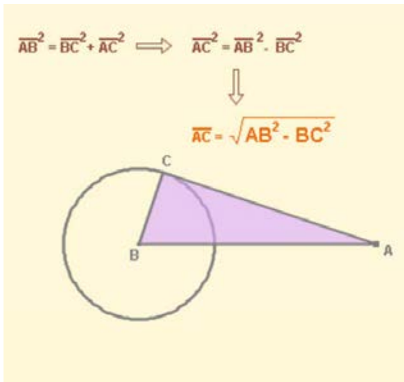
- Calcular la diagonal d' un rectangle.
- Calcular l' altura en alguns triangles.
- Calcular els costats d' un rombe.
- Calcular l'altura d' un trapezi
- Calcular segments de tangent a una circumferència.





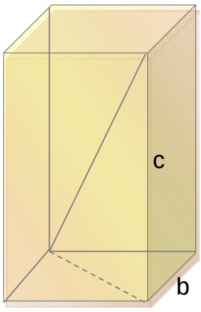






La diagonal d'un ortoedre d'arestes a, b i c és:

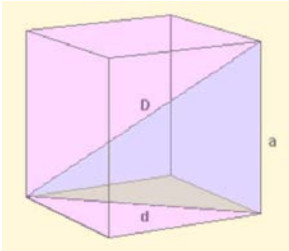
$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$



El Teorema de Pitàgores en l'espai

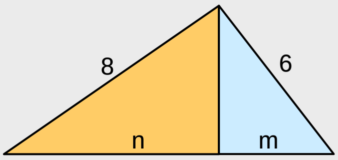
- Calcular la **diagonal d'un cub** d'aresta **a**

$$D^2 = a^2 + d^2$$
$$d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$
$$D^2 = 3a^2 \text{ y } D = a\sqrt{3}$$



EXERCICIS resolts

10. En el triangle rectangle de la figura tracem l'altura sobre la hipotenusa i es formen els triangles taronja i blau. Calcula el valor de **m** i de **n**.



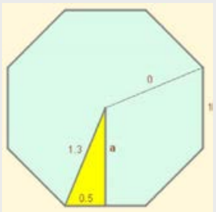
La hipotenusa del triangle inicial és $\sqrt{8^2 + 6^2} = 10$
En el triangle taronja: $64 = h^2 + n^2$
En el triangle blau: $36 = h^2 + m^2$
restant ambdues equacions, com que $m + n = 10$, queda:
$28 = n^2 - (10-n)^2$; $28 = n^2 - 100 + 20n - n^2$ $128 = 20n$
n = 6,4 **m = 3,6**

11. Calcula quant fa l'apotema d'un octògon regular de costat 1 dm i radi 1,3 dm.

En el triangle rectangle que determinen l'apotema, el radi

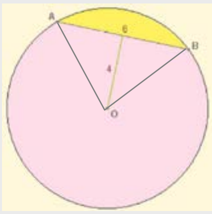
i la meitat del costat:

$a = \sqrt{1{,}3^2 - 0.5^2} = \sqrt{1{,}69 - 0{,}25} = \sqrt{1{,}44} = 1{,}2$



12. En una circumferència se sap la longitud d'una corda AB, 6 cm, i la distància d'aquesta al centre de la circumferència, 4 cm. Quant mesura el radi?

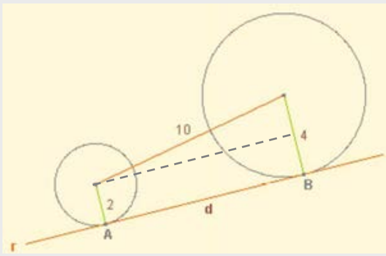
El triangle AOB és isòsceles (OA=OB=radi) i com que la distància del centre a la corda es pren sobre la perpendicular, l' altura d'aquest triangle és 4 cm, $r = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$ cm



13. La recta r és tangent a les dues circumferències en els punts A i B. Troba la distància que hi ha entre ambdós punts de tangència.

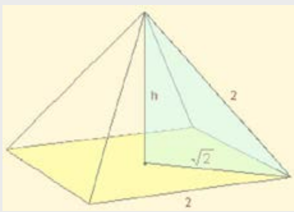
Observa el triangle rectangle:

$d = \sqrt{10^2 - (4-2)^2} = \sqrt{96} = 9{,}8$

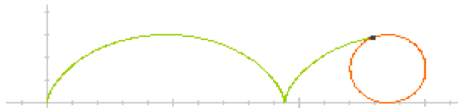


14. La piràmide de la figura és regular, les seves cares són triangles equilàters i la base un quadrat de costat 2 m. Calcula la seva altura.

La diagonal de la base fa $\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
L'altura és un catet del triangle blau:
$h = \sqrt{2^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{4-2} = \sqrt{2}$



4. Llocs geomètrics

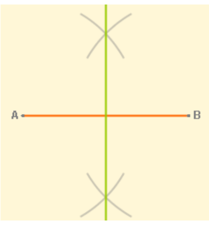


Observa la corba que descriu un punt P en rodar la circumferència sobre l'eix OX, es diu **cicloide**.

Definició i exemples

Un **lloc geomètric** en el pla és un **conjunt de punts** que verifiquen una mateixa propietat.

- La **mediatriu** d'un segment

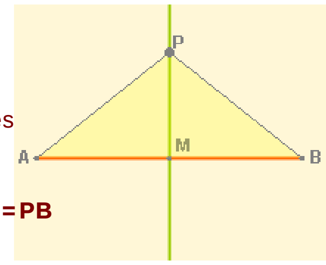


És la perpendicular pel punt mig del segment.

La **mediatriu** d'un segment AB és el lloc geomètric dels punts del pla que **equidisten** de A i de B.

MA=MB
L'angle en M és recte.
Els triangles AMP i BMP són iguals.

PA=PB



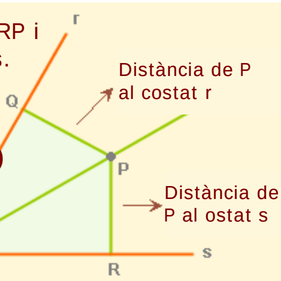
- La **bisectriu** d'un angle

És la recta que el divideix en dos angles iguals.

La **bisectriu** d'un angle és el lloc geomètric dels punts del pla que **equidisten** dels costats de l'angle.

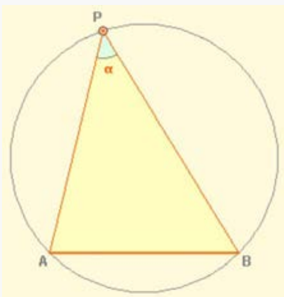
Els triangles ORP i OQP són iguals.
PQ = PR

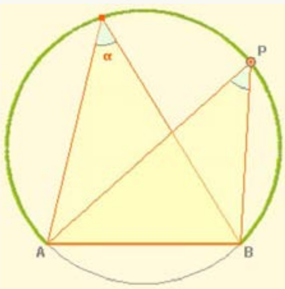
d(P,s)=d(P,r)



Un EXEMPLE interessant

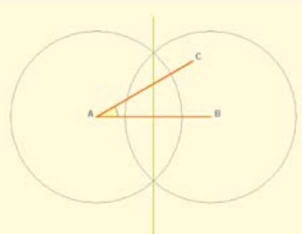
L'**arc capaç** d'un angle α sobre un segment $\overline{AB}$ és el lloc geomètric dels punts del pla des dels quals es veu el segment $\overline{AB}$ sota un angle α.





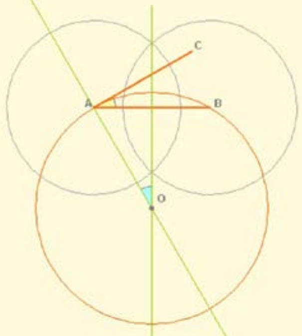
construcció

1)Un cop triat α, es dibuixa la mediatriu del segment AB.

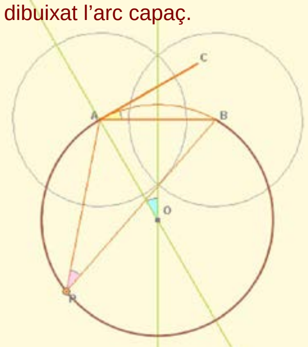


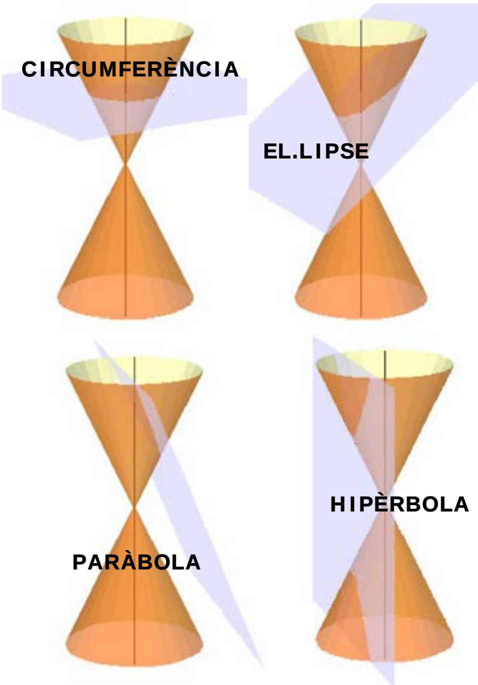
2) Des de A tracem la perpendicular a AC. L'angle blau és igual a α.

3) Tracem la circumferència amb centre en O i radi OA=OB.



4) L'angle de vèrtex P és inscrit i fa la meitat de l' AOB, és a dir α, i així tenim dibuixat l'arc capaç.





Més llocs geomètrics: les còniques

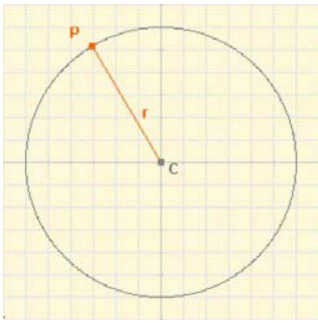
Les corbes còniques, conegudes des de l'antiguitat, es poden obtenir seccionant un con amb un pla.

Les corbes còniques són tres:

- El·lipse (conté la circumferència com a cas particular)
- Hipèrbola
- Paràbola

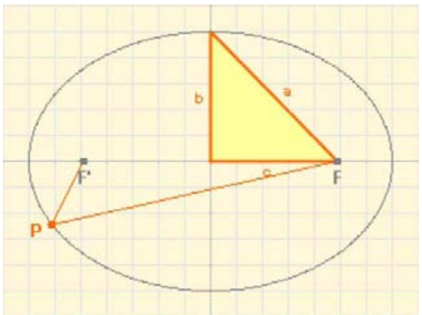
Circumferència
Lloc geomètric dels punts que estan a la mateixa distància d'un de fix, el **centre**.

distància(P,C)=radi



Observa el triangle rectangle:
a = semieix major
b = semieix menor
2c = distància focal

$$a^2 = b^2 + c^2$$

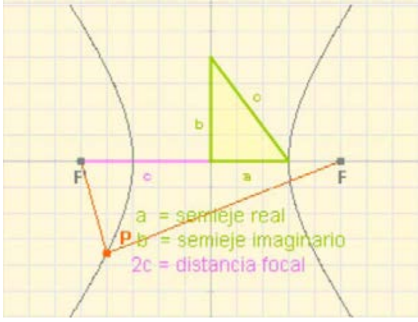


El·lipse:
Lloc geomètric dels punts amb suma de distàncies a dos fixos, els **focus**, és constant

D(P,F)+d(P,F') = 2a

Observa el triangle rectangle:
a = semieix "real"
b = semieix "imaginari"
2c = distància focal

$$c^2 = a^2 + b^2$$

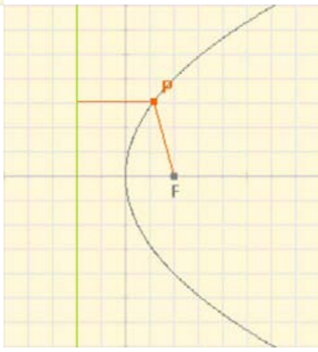


Hipèrbola
Lloc geomètric dels punts del pla amb la diferència de distàncies a dos punts fixos, els **focus**, constant.

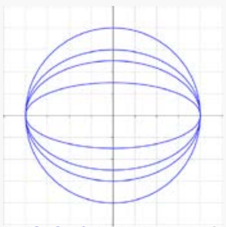
D(P,F) – D(P,F') = 2a

Paràbola
Lloc geomètric dels punts del pla que estan a la mateixa distància d'un punt, el focus, i d'una recta anomenada directriu.

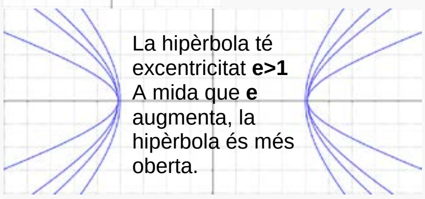
D(P,F) = D(P,r)



L'excentricitat $e = \frac{c}{a}$



L' el·lipse té excentricitat **e<1**
A mida que **e** disminueix, l'el·lipse és menys aplanada.
La circumferència té **e=0**



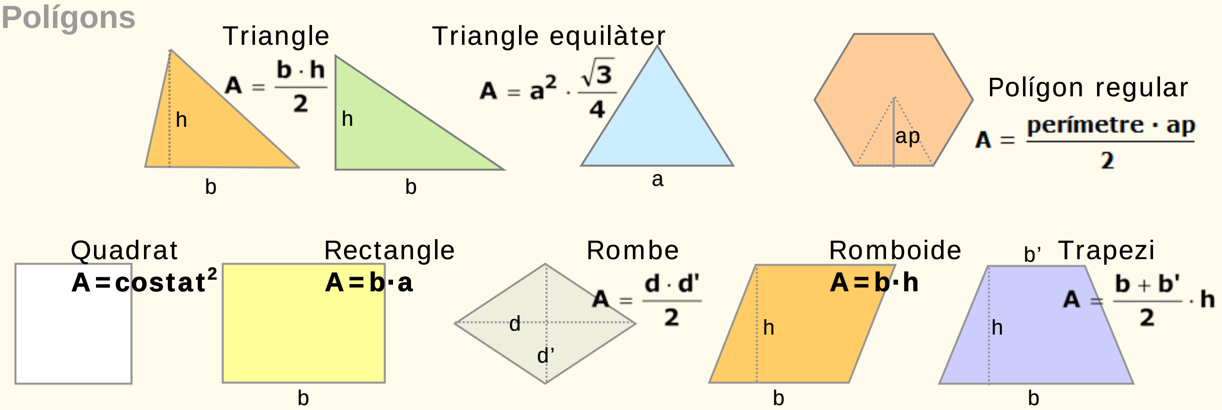
La hipèrbola té excentricitat **e>1**
A mida que **e** augmenta, la hipèrbola és més oberta.

e=0 : circumferència
e<1 : el·lipse
e=1 : paràbola
e>1 : hipèrbola

5. Àrees de figures planes

Recorda les àrees de figures conegudes

Polígons



Triangle: $A = \dfrac{b \cdot h}{2}$

Triangle equilàter: $A = a^2 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{4}$

Polígon regular: $A = \dfrac{\text{perímetre} \cdot ap}{2}$

Quadrat: $A = costat^2$

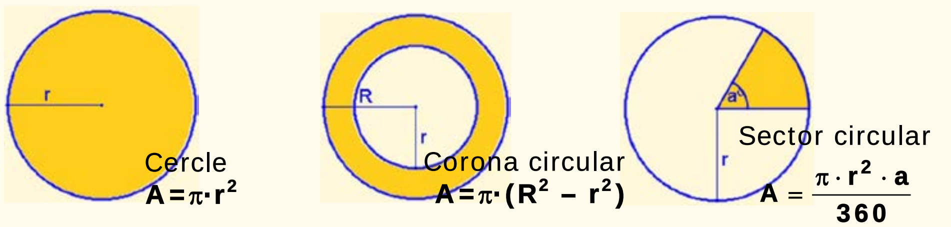
Rectangle: $A = b \cdot a$

Rombe: $A = \dfrac{d \cdot d'}{2}$

Romboide: $A = b \cdot h$

Trapezi: $A = \dfrac{b + b'}{2} \cdot h$

Figures Corbes



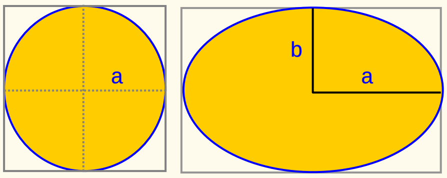
Cercle: $A = \pi \cdot r^2$

Corona circular: $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$

Sector circular: $A = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot a}{360}$

La proporció entre l'àrea del cercle
I de l'el·lipse és la mateixa que entre
l'àrea de l'el·lipse i del rectangle:

$$\frac{A_{CÍRC}}{A_{CUAD}} = \frac{\pi a^2}{4a^2} = \frac{\pi}{4} \qquad \frac{A_{ELIPSE}}{A_{RECT}} = \frac{\pi ab}{4ab} = \frac{\pi}{4}$$



Recinte el·líptic
$A = \pi \cdot a \cdot b$

EXERCICIS resolts

15. La figura de la dreta està formada per àrees de color blanc (quadrats i triangles), vermell (pentàgons) i negre. Calcula l'àrea de cada color. Tota la figura és un quadrat de 12 m de costat.

Una de les maneres d'enfrontar el problema:

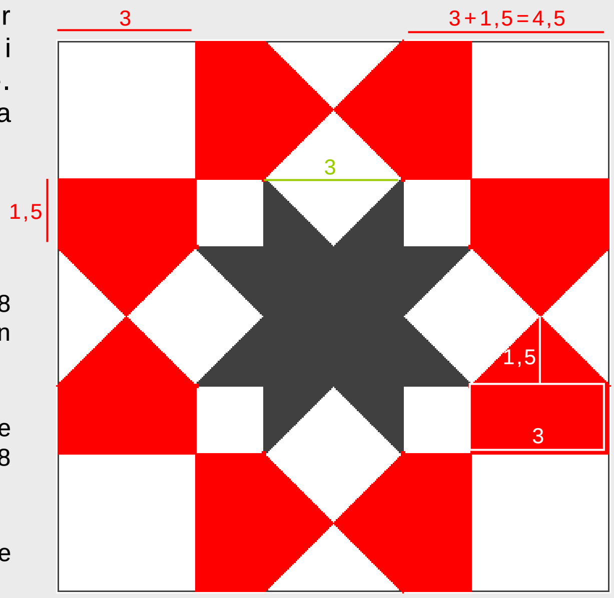
L'àrea total és $12^2 = 144$ m^2

L'àrea de color vermell és la de 8 pentàgons, cadascun format per un rectangle i un triangle.
Àrea vermella = $8 \cdot (3 \cdot 1{,}5 + 3 \cdot 1{,}5/2) = 54$ m^2

L'àrea de l'estrella de color negre és la de dos quadrats de costat 3 (el central i les 8 puntes que componen l'altre).
Àrea negra = $2 \cdot 3^2 = 18$ m^2

L'àrea de color blanc és la de 8 quadrats de costat 3 m.
Àrea blanca = $8 \cdot 3^2 = 72$ m^2

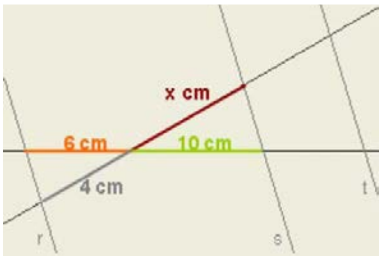
Entre totes tres sumen $54 + 18 + 72 = 144$ m^2

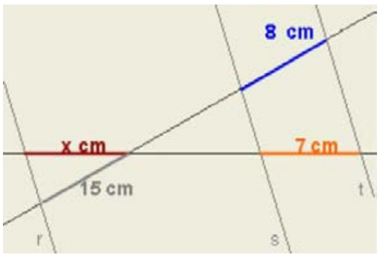


En l'enrajolat del terra davant la porta principal de la catedral de La Seo de Zaragoza

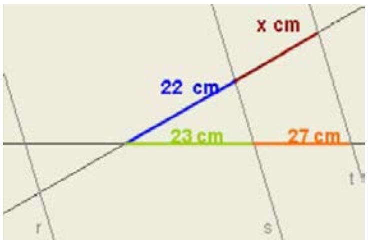
Per practicar

1. Les rectes r, s i t són paral·leles, determina el valor de x en cada cas:

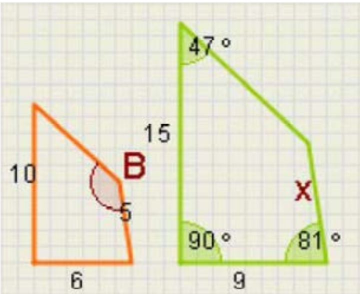
a) 

b) 

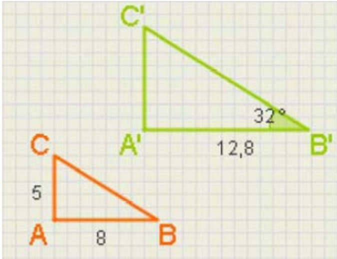
c) 

d) 

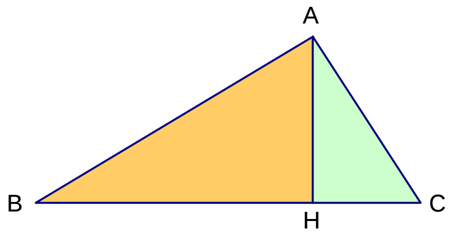
2. Els quadrilàters de la figura són semblants. Troba la longitud del costat x i l'angle B.



3. Els triangles de la figura són rectangles i semblants, calcula els elements que falten en cadascun.



4. Comprova que en un triangle rectangle ABC, els triangles que determina l'altura sobre la hipotenusa i el mateix ABC són semblants. Si els catets fan 8 cm i 5 cm, calcula l'altura.



5. Els costats d'un triangle mesuren:

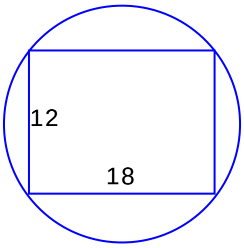
a) 157, 85 i 132

b) 75, 24 i 70

c) 117, 45 i 108

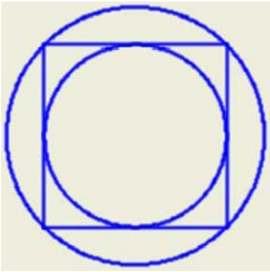
És rectangle?. En cas afirmatiu, quant mesura la hipotenusa?

6. Quant mesura el radi de la circumferència de la figura?.

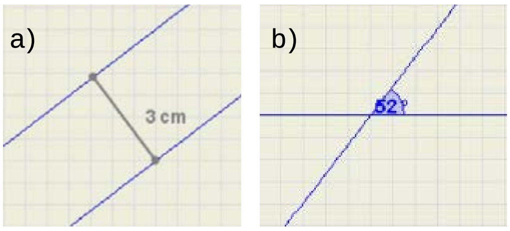


7. En un triangle isòsceles els costats iguals fan 12 cm i el costat desigual 8 cm, quant fa l'altura?

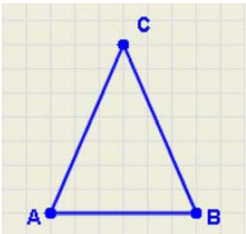
8. El radi de la circumferència major fa 10 cm, quant fa el radi de la menor?



9. Determina el lloc geomètric dels punts que equidisten de les rectes de la figura:

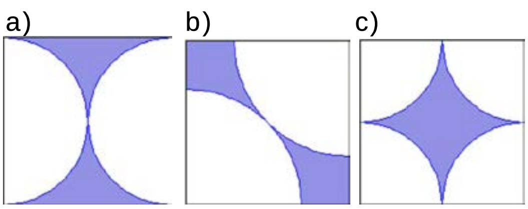


10. El triangle de la figura és isòsceles. Si es desplaça el vèrtex C de forma que el triangle continuï essent isòsceles, quin lloc geomètric determina C?

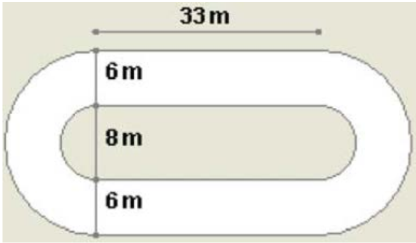


11. Determina el lloc geomètric dels punts que equidisten de dues circumferències concèntriques, de radis respectius 8 i 12 cm.

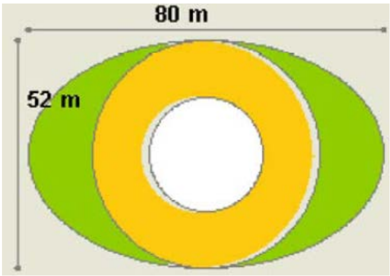
12. Volem construir un mural de 3 m de llarg per 2,7 m d'alt unint quadrats de 30 cm de costat com el de la figura. Quina superfície quedarà de color blau?



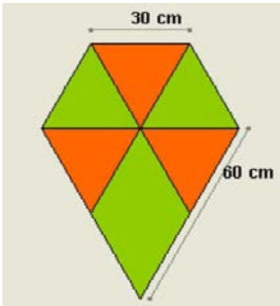
13. Un estadi té la forma i dimensions del dibuix. Quina superfície ocupen les pistes?



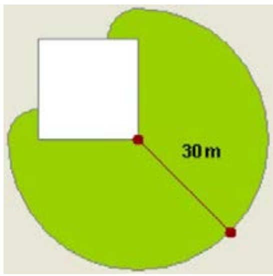
14. Una plaça té forma el·líptica i les dimensions de la figura. En el centre hi ha una font circular de 13 m de radi, envoltada d'un passeig de terra i a la resta hi ha gespa. Quina superfície ocupa la gespa? I el passeig?.



15. Per construir un estel s'ha fet servir roba de color verd i taronja com a la figura. Quina quantitat de cada color?

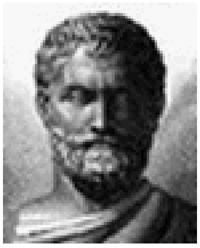


16. Una cabra està lligada en el cantó d'un corral quadrat de 20 m de costat, amb una corda de 30 m de llarg, quina és la superfície sobre la que pot pasturar?

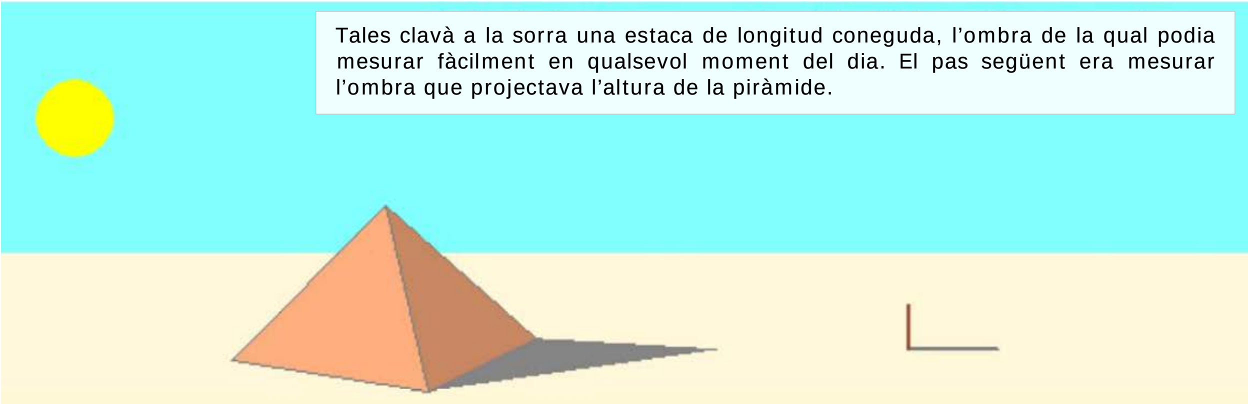


Per saber-ne més

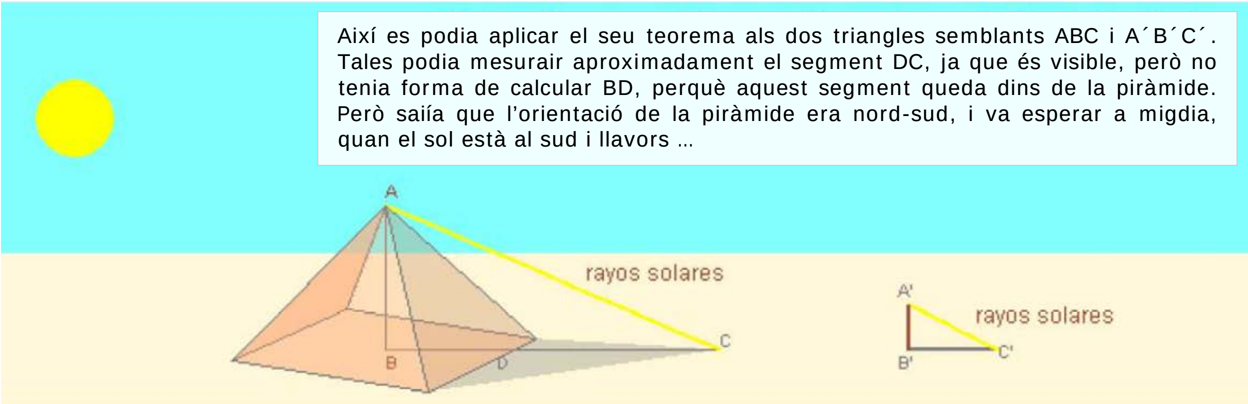
Tales i la gran piràmide



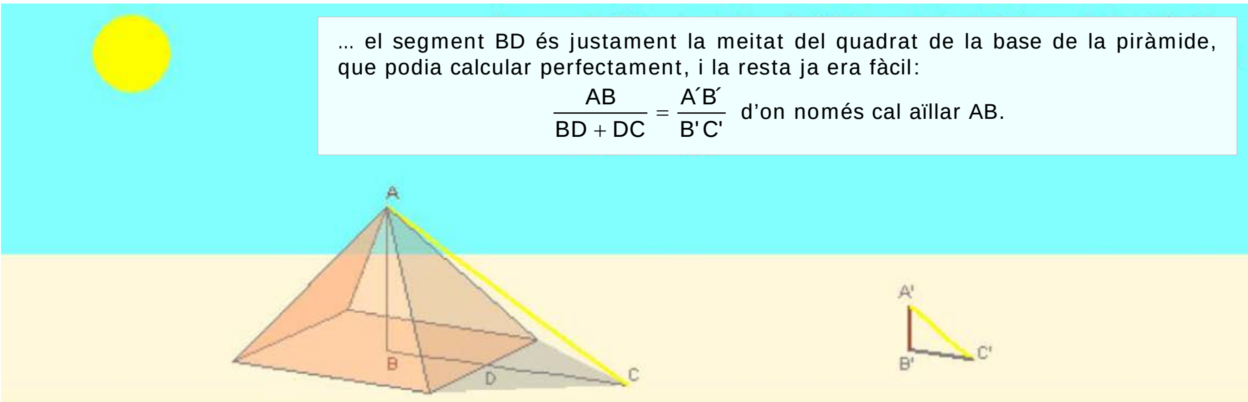
Tales de Milet, que visqué entre els segles VII i VI abans de la nostra era, està considerat com el primer matemàtic de la història. Quan era jove va viatjar a Egipte, on aprengué algunes de les tècniques geomètriques que els egipcis utilitzaven, i es va proposar calcular l'altura de la gran piràmide de Gizeh. Alguns diuen que fou el mateix faraó qui li ho va demanar. Tales va aplicar el seu famós teorema, el que has estudiat en aquesta quinzena, però va trobar algunes dificultats per la resolució del problema. Vegem com ho va aconseguir:



Tales clavà a la sorra una estaca de longitud coneguda, l'ombra de la qual podia mesurar fàcilment en qualsevol moment del dia. El pas següent era mesurar l'ombra que projectava l'altura de la piràmide.



Així es podia aplicar el seu teorema als dos triangles semblants ABC i A´B´C´. Tales podia mesurair aproximadament el segment DC, ja que és visible, però no tenia forma de calcular BD, perquè aquest segment queda dins de la piràmide. Però saiía que l'orientació de la piràmide era nord-sud, i va esperar a migdia, quan el sol està al sud i llavors ...

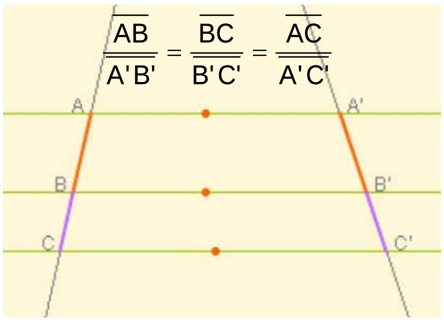


... el segment BD és justament la meitat del quadrat de la base de la piràmide, que podia calcular perfectament, i la resta ja era fàcil:

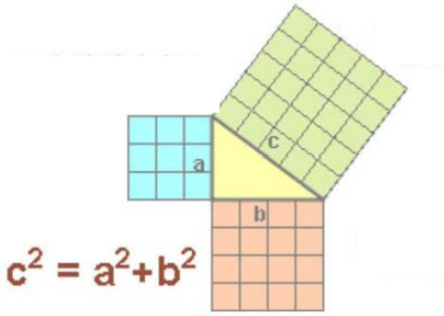
$$\frac{AB}{BD+DC}=\frac{A'B'}{B'C'}$$ d'on només cal aïllar AB.

Recorda el més important

Teorema de Tales



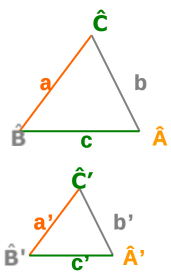
Teorema de Pitàgores



Semblança

Dues figures planes són **semblants** si existeix la mateixa proporció, anomenada **raó de semblança**, entre els seus costats homòlegs i a més els seus angles homòlegs són iguals.

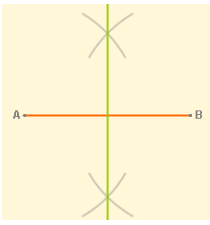
En el cas dels triangles n'hi ha prou que es verifiqui un dels següents criteris:



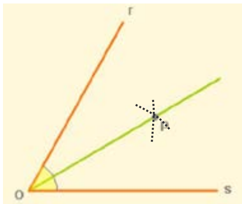
1. Angles iguals (amb dos n'hi ha prou)
   Â = Â' y B̂ = B̂'
2. Un angle igual i els costats que el formen proporcionals
   Â = Â' y $\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$
3. Costats proporcionals
   $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

Llocs geomètrics

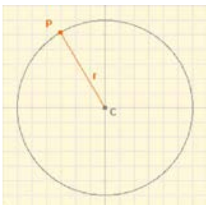
Un **lloc geomètric** en el pla és un **conjunt de punts** que tenen una mateixa propietat.



- La **mediatriu** d'un segment AB és el lloc geomètric dels punts del pla que **equidisten** de A i de B.



- La **bisectriu** d'un angle és el lloc geomètric dels punts del pla que equidisten dels costats de l'angle.

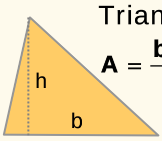


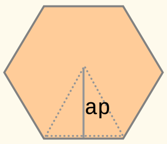
- La **circumferència**, és el lloc geomètric dels punts que estan a igual distància d'un fix, el centre.

Àrees de recintes plans, es descomponen en àrees de figures conegudes.

Triangle

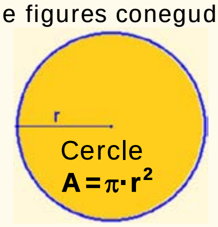
$A = \frac{b \cdot h}{2}$

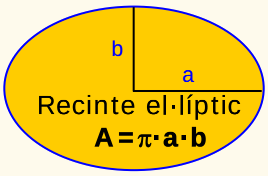




Polígon regular

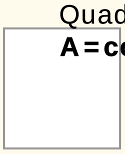
$A = \frac{\text{perímetre} \cdot ap}{2}$





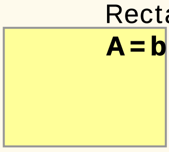
Quadrat

$A = \text{costat}^2$



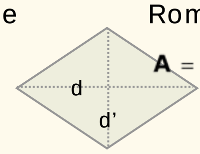
Rectangle

$A = b \cdot a$



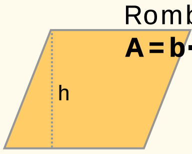
Rombe

$A = \frac{d \cdot d'}{2}$



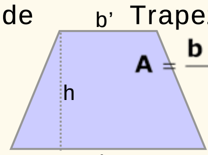
Romboide

$A = b \cdot h$



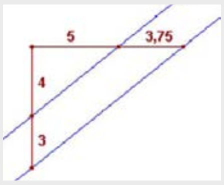
Trapezi

$A = \frac{b + b'}{2} \cdot h$

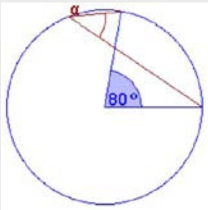


Autoavaluació

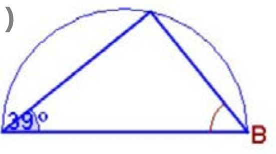
1)



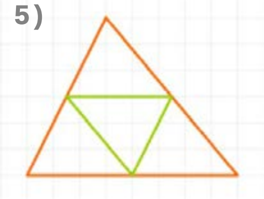
2)



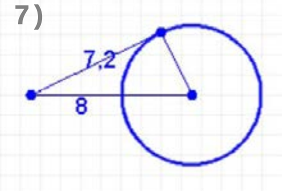
3)



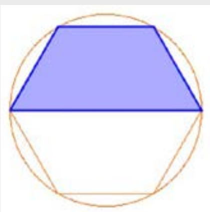
5)



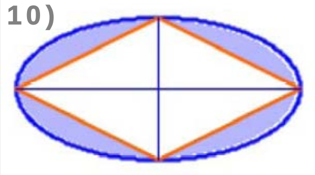
7)



9)



10)



1. Són paral·leles les rectes de color blau de la figura?. Aplica el Teorema de Tales per tal d'esbrinar-ho.

2. Quant mesura l'angle α?

3. Quant mesura l'angle B del triangle de la figura? .

4. Els costats d'un rectangle fan 6 i 3 cm; els d'un altre fan 9 i 4,5 cm. Són semblants?.

5. Els costats del triangle verd fan 8 cm, 6,7 cm i 7,8 cm; quant fa el costat major del triangle taronja?

6. Els costats iguals d'un triangle isòsceles i rectangle fan 14 cm, quant mesura el costat desigual?

7. Calcula el radi de la circumferència de la figura.

8. La suma de les distàncies d'un punt d'una el·lipse als focus és 10 cm, i el semieix menor fa 3 cm; quina és la distància entre els focus?

9. Calcula l'àrea de la figura de color blau, inscrita en una circumferència de radi 5 cm.

10. Les diagonals del rombe de la figura fan 8 cm i 4 cm, calcula l'àrea del recinte de color blau.

Solucions dels exercicis per practicar

1. a) 7,5 b) 13,13
c) 15,05 d) 25,83

2. x=7,5 ang B=142º

3. Angles: A=90º, B=32º, C=58º
a=9,43 b'=8, a'=15,09

4. hipotenusa=9,43; altura h=4,24

5. a) si, hipotenusa=157
b) no
c) si, hipotenusa=117

6. La diagonal del rectangle és el diàmetre de la circumferència, r=10,82

7. $h=\sqrt{128}=11,31$ cm

8. $r=\sqrt{50}=7,07$ cm

9. a) Una altra recta paral·lela situada entre les dues , a una distància de 1,5 cm de totes dues.

b) Dues solucions, les bisectrius dels dos angles que formen les rectes.

10. La mediatriu del costat AB

11. Una altra circumferència concèntrica de radi 10 cm.

12. Calen 90 quadrats
En cada cas l'àrea blava és:
$90\cdot193,5=17415$ cm^2 = 1,7415 m^2

13. Dos rectangles i una corona circular:
$2\cdot198 + 263,76 = 659,76$ m^2

14. Gespa, recinte el·líptic menys cercle:
1142,96 m^2
Passeig, corona circular: 1591,98 m^2

15. Es pot descompondre en triangles equilàters.
4 de roba verda: 3117,68 cm^2
3 de roba taronja: 2338,26 cm^2

16. Àrea: ¾ parts d'un cercle de radi 30 m més ½ cercle de radi 10 m
2276,5 m^2

Solucions AUTOAVALUACIÓ

1. Si

2. 40º

3. 90º-39º = 51º

4. Sí

5. 16 cm

6. $14\cdot\sqrt{2}=19,8$ cm

7. 3,49 cm

8. 8 cm

9. 32,48 cm^2

10. 9,18 cm^2