8 Semellanza. Teorema de Pitágoras.

Obxectivos

Nesta quincena aprenderás a:

- Aplicar correctamente o Teorema de Tales.
- Recoñecer e debuxar figuras semellantes.
- Aplicar os criterios de semellanza de triángulos.
- Calcular a razón de semellanza.
- Utilizar a relación entre as áreas de figuras semellantes.
- Calcular distancias en mapas e planos.
- Construír figuras a partir dunha escala.
- Resolver problemas xeométricos aplicando o Teorema de Pitágoras.

Antes de comezar

1.Teorema de Tales .... páx. 4
Enunciado e posición de Tales
Aplicacións

2.Semellanza de figuras .... páx. 6
Figuras semellantes
Semellanza de triángulos
Relación entre lonxitudes
Relación entre áreas

3.Ampliación e redución de figuras .... páx. 10
Ampliación, redución e escala

4.Teorema de Pitágoras .... páx. 12
Enunciado
Aplicacións

Exercicios para practicar

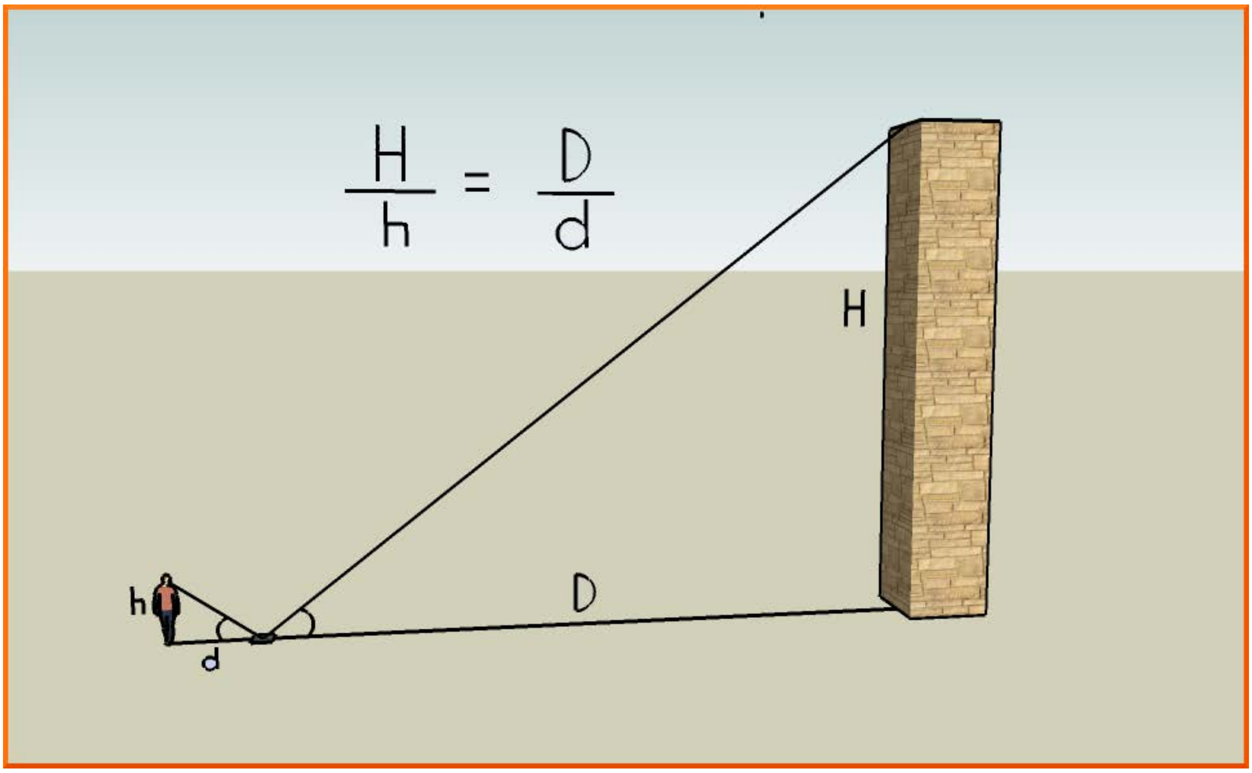
Para saber máis

Resumo

Autoavaliación

Antes de empezar

Aplicando a semellanza aprenderás, entre outras cousas, a medir alturas de edificios cun espello sen necesidade de subirte a eles. Tamén podes facelo empregando as súas sombras...



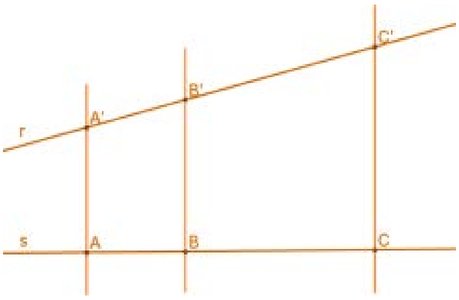
Investiga

Nunha pizzería, a pizza pequena ten 23 cm de diámetro e é para unha persoa. Non obstante, a pizza familiar ten 46 cm de diámetro, xusto o dobre que a pequena, pero din que é para 4 persoas. Estannos enganando?

1. Teorema de Tales

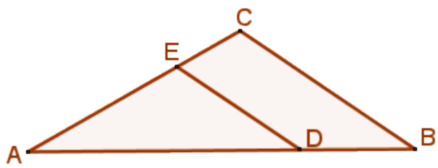
Enunciado e posición de Tales

Se varias rectas paralelas son cortadas por dúas secantes r e s, **os segmentos que determinan ditas paralelas na recta r son proporcionais aos segmentos que determinan en s.**



$$\frac{A'B'}{AB}=\frac{B'C'}{BC}=\frac{A'C'}{AC}$$

Os triángulos ABC e ADE comparten o ángulo A, están encaixados. Os lados opostos ao ángulo A son paralelos. Nestes casos dicimos que os dous triángulos están en **posición de Tales:**

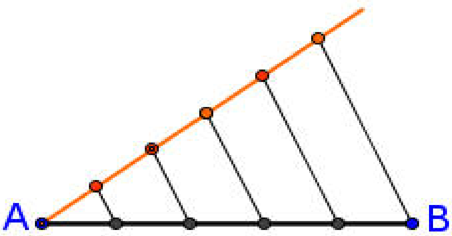


Cando os triángulos se poden colocar en posición de Tales, **os seus lados son proporcionais:**

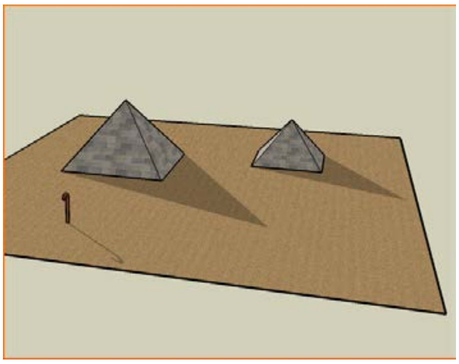
$$\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}=\frac{BC}{DE}$$

Aplicacións

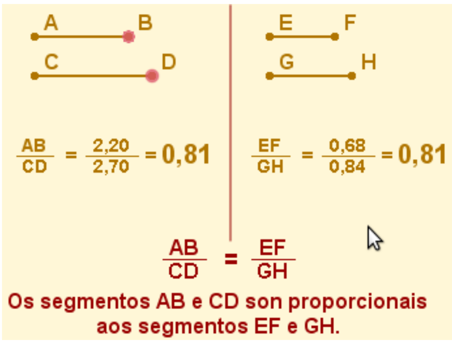
O Teorema de Tales permítenos **dividir un segmento en partes iguais** (cinco neste caso):



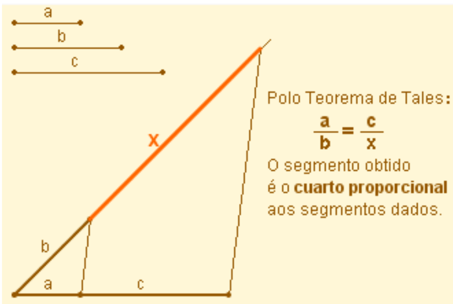
Trazamos unha semirrecta a partir de A. Sobre ela marcamos, co compás, 5 segmentos iguais, da lonxitude desexada. Unimos a última marca con B e trazamos paralelas, unha por cada marca da semirrecta.



Tales de Mileto foi un filósofo e matemático grego que viviu no século VI a. C. Calculou as alturas das pirámides de Exipto comparando as súas sombras cas dun caxato.



Dous pares de segmentos son **proporcionais** se a razón entre os dous primeiros (cociente entre as súas lonxitudes) coincide coa razón entre os dous últimos.

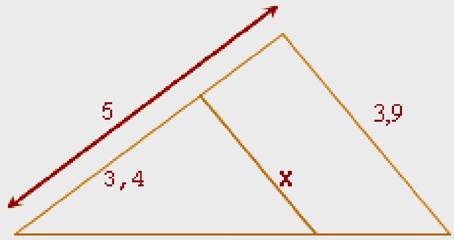


Un segmento, de lonxitude x, é **cuarto proporcional** a outros tres de lonxitudes a, b e c se se verifica que:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{x}$$

EXERCICIOS resoltos

1. Usa o teorema de Tales para calcular x.



Os dous triángulos están en posición de Tales, polo que os seus lados son proporcionais:

$$\frac{5}{3{,}4}=\frac{3{,}9}{\mathbf{x}};\quad 5\cdot\mathbf{x}=3{,}4\cdot 3{,}9;\quad \mathbf{x}=\frac{3{,}4\cdot 3{,}9}{5};$$

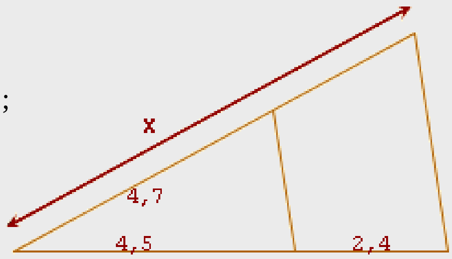
x = 2,6

2. Calcula o valor de x.

Os dous triángulos tamén están en posición de Tales. Os seus lados son proporcionais:

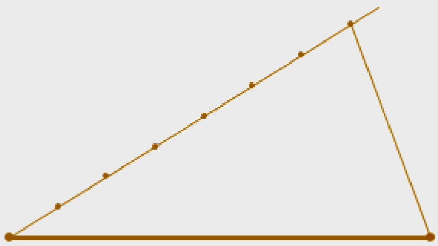
$$\frac{\mathbf{x}}{4{,}7}=\frac{4{,}5+2{,}4}{4{,}5};\quad 4{,}5\cdot\mathbf{x}=4{,}7\cdot(4{,}5+2{,}4);\quad \mathbf{x}=\frac{4{,}7\cdot 6{,}9}{4{,}5};$$

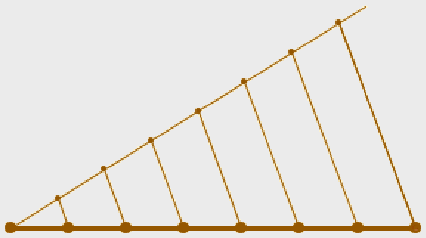
x = 7,2



3. Divide o segmento en 7 partes iguais.

Trázase unha semirrecta a partir dun dos extremos do segmento. Márcanse nela, co compás, 7 segmentos iguais, da lonxitude que se desexe. Únense a última marca e o outro extremo do segmento.



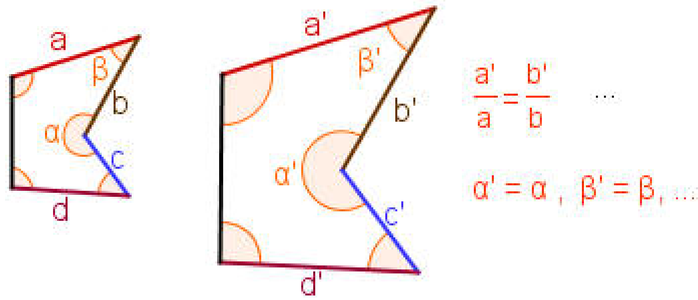


Trazamos paralelas, unha por cada marca, e o segmento queda dividido en 7 partes iguais.

2. Semellanza de figuras

Figuras semellantes

Dúas figuras son **semellantes** se os seus segmentos correspondentes (homólogos) son proporcionais e os seus ángulos iguais. É dicir; ou son iguais, ou **teñen a mesma forma e só se diferencian no seu tamaño.**



Cada lonxitude nunha das figuras obtense multiplicando a lonxitude correspondente na outra por un número fixo que se chama **razón de semellanza.**

Criterios de semellanza de triángulos

Un **criterio de semellanza** de dous triángulos é un conxunto de condicións tales que, se se verifican, podemos asegurar que os dous triángulos son semellantes.

Non é necesario comprobar que os seus ángulos son iguais e que os seus lados son proporcionais para saber se os dous triángulos son semellantes. É suficiente que se verifica algún dos seguintes criterios:

1.- Teñen dous ángulos iguais.

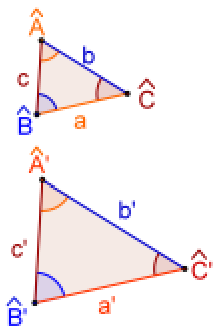
$\hat{A} = \hat{A}'$ e $\hat{B} = \hat{B}'$

2.- Os seus lados son proporcionais

$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$

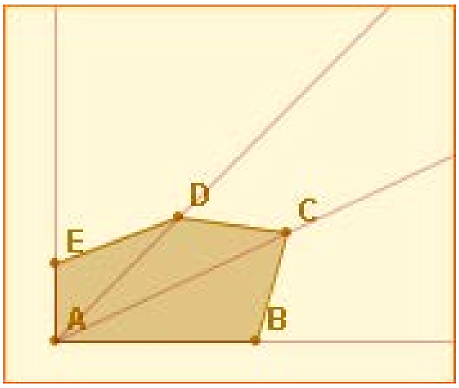
3.- Teñen dous lados proporcionais e o ángulo comprendido igual

$\frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$ e $\hat{A} = \hat{A}'$

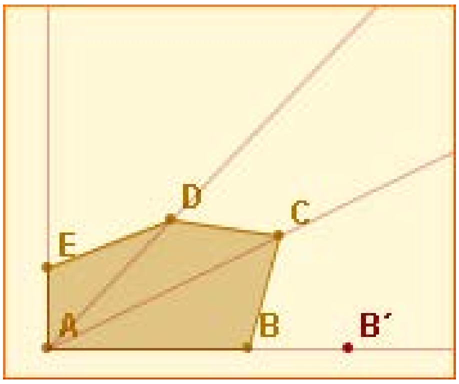


Construción de polígonos Semellantes.

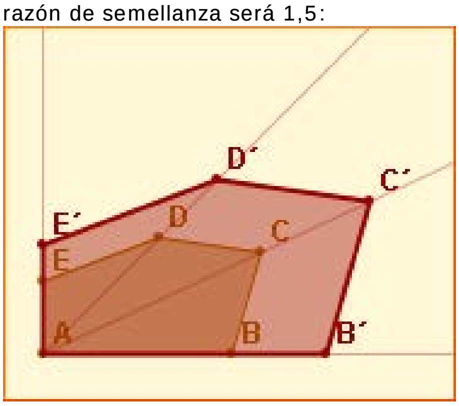
Escóllese a razón de semellanza, por exemplo 1.5, e trázanse semirrectas que unen un vértice cos demais:



Na semirrecta AB escóllese un punto B', de xeito que AB' sexa 1,5 veces máis longo que AB:

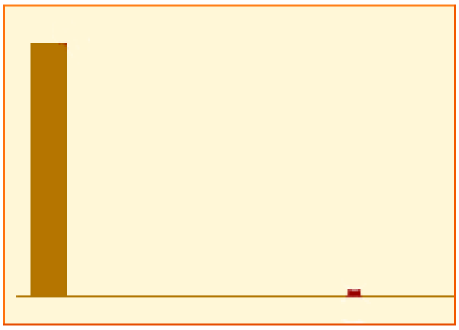


Dende B' trázanse paralelas ao polígono inicial, obtendo un polígono semellante. A razón de semellanza será 1,5:

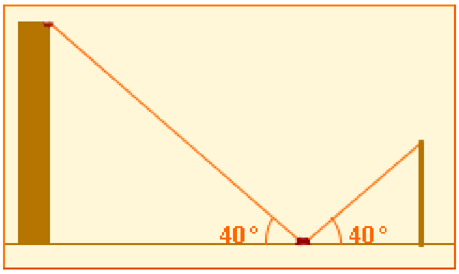


Medición de alturas con espellos e sombras.

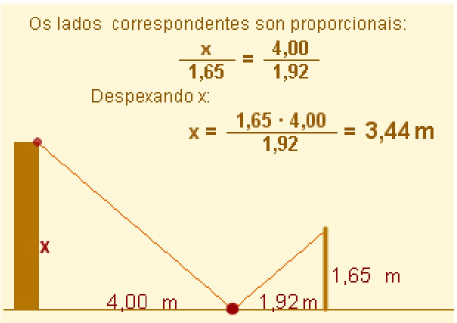
Colócase un espello pequeno no chan:



O observador sitúase de xeito que, erguido, poida ver reflectida no espello a parte máis alta do edificio:



Mídese a altura do observador (dende os seus ollos ao chan), a distancia deste ao espello e a distancia do espello ao edificio:

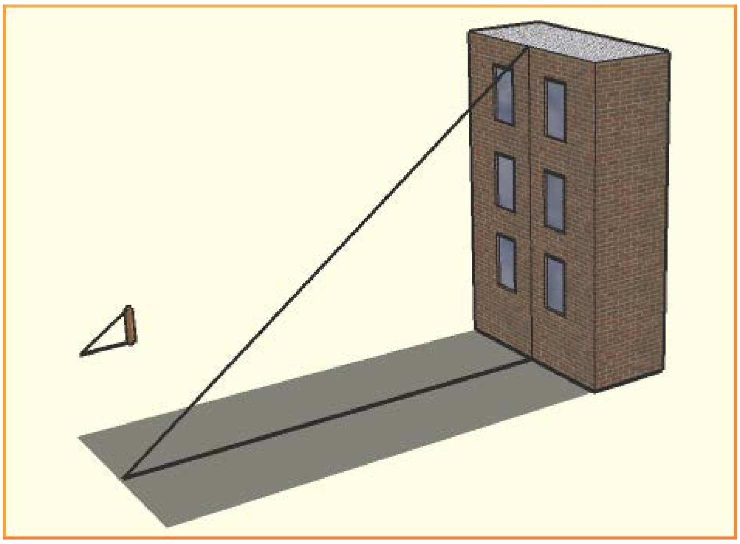


Do mesmo xeito, medindo as sombras do obxecto e dunha estaca, e a altura da estaca, pódese determinar a altura dun obxecto a partires da súa sombra.

Aplicacións

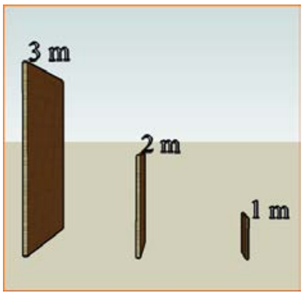
A semellanza de figuras, e en particular a semellanza de triángulos, ten moitas aplicacións prácticas. Entre outras:

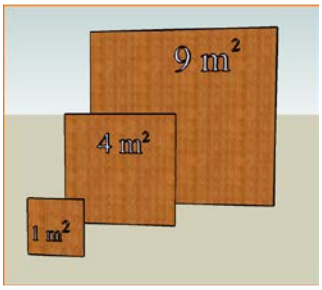
- 1.- Cálculo da altura dun obxecto vertical a partires da súa sombra.
- 2.- Cálculo da altura dun obxecto vertical cun espello.



Relación entre as áreas.

Observa as dúas imaxes. Os segmentos nas figuras mediana e grande son o dobre e o triplo de grandes que os da figura pequena.



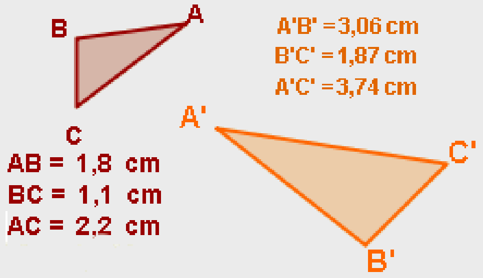


Por contra, as áreas son catro e nove veces máis grandes. En xeral, para figuras semellantes:

Razón entre áreas = (Razón de semellanza)^2

EXERCICIOS resoltos

4. Son semellantes os triángulos? En caso afirmativo calcula a razón de semellanza.

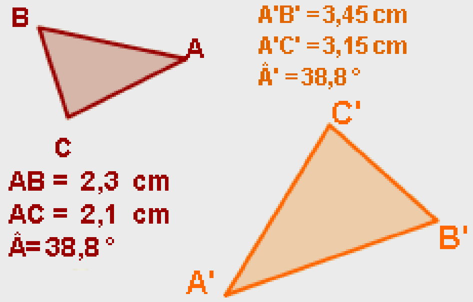


$$\frac{3{,}06}{1{,}8}=1{,}7;\ \frac{1{,}87}{1{,}1}=1{,}7;\ \frac{3{,}74}{2{,}2}=1{,}7$$

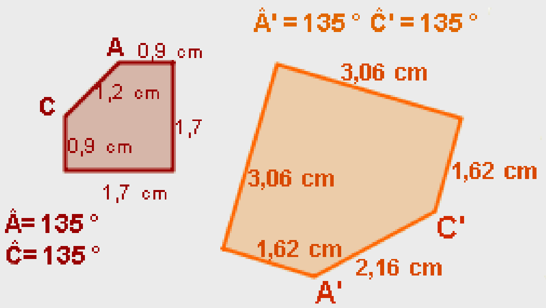
Os triángulos son semellantes, xa que teñen os seus lados proporcionais (segundo criterio). A razón de semellanza é r=1,7

$$\frac{3{,}45}{2{,}3}=1{,}5;\ \frac{3{,}15}{2{,}1}=1{,}5$$

Os triángulos son semellantes, xa que teñen un ángulo igual e os lados que o forman son proporcionais (terceiro criterio).
A razón de semellanza é r=1,5



5. Pensa se son semellantes as figuras. En caso afirmativo, calcula a razón de semellanza.

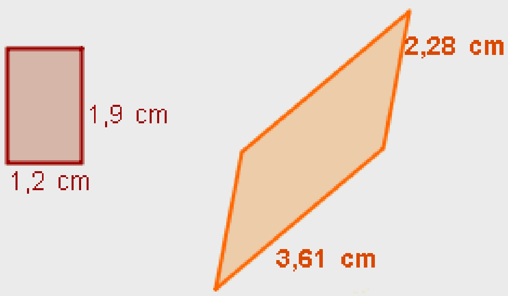


$$\frac{3{,}06}{1{,}7}=1{,}8;\ \frac{1{,}62}{0{,}9}=1{,}8;\ \frac{2{,}16}{1{,}2}=1{,}8$$

Os lados son proporcionais e os ángulos son iguais, polo tanto son semellantes. A razón de semellanza é r= 1,8

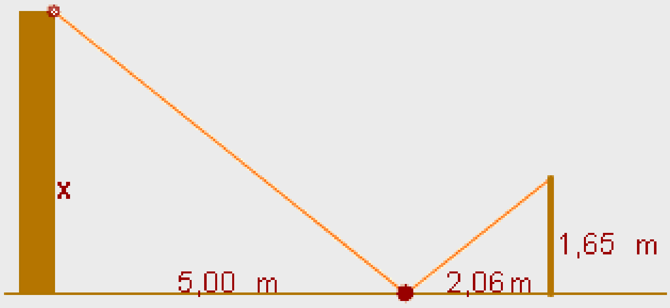
$$\frac{2{,}28}{1{,}2}=1{,}9;\ \frac{3{,}61}{1{,}9}=1{,}9$$

Os lados son proporcionais, pero os ángulos non son iguais. Non son semellantes.



EXERCICIOS resoltos

6. Un observador, no que a altura dende os seus ollos ao chan é 1,65 m, ve como se reflicte nun espello a parte máis alta dun edificio. O espello atópase a 2,06 m dos seus pes e a 5m do edificio. Calcula a altura do edificio.



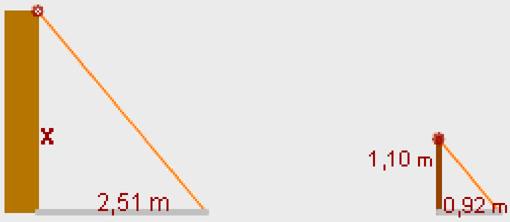
Os dous triángulos son semellantes,

Os seus lados son proporcionais:

$$\frac{\mathbf{x}}{1{,}65}=\frac{5}{2{,}06};\quad \mathbf{x}\cdot 2{,}06=5\cdot 1{,}65;$$

$$\mathbf{x}=\frac{5\cdot 1{,}65}{2{,}06}=4\,\mathbf{m}$$

7. Un muro proxecta unha sombra de 2,51 m ao mesmo tempo que unha vara de 1,10 m proxecta unha sombra de 0,92 m. Calcula a altura do muro.



Os dous triángulos son semellantes,

os seus lados son proporcionais:

$$\frac{\mathbf{x}}{1{,}10}=\frac{2{,}51}{0{,}92};\quad \mathbf{x}\cdot 0{,}92=1{,}10\cdot 2{,}51;$$

$$\mathbf{x}=\frac{1{,}10\cdot 2{,}51}{0{,}92}=3\,\mathbf{m}$$

8. Un rectángulo de 1 cm x 1,5 cm ten unha superficie de 1x1,5=1,5 cm^2. Que superficie terá un rectángulo o triplo de ancho e o triplo de longo?

Os dous rectángulos son semellantes

e a razón de semellanza é r=3.

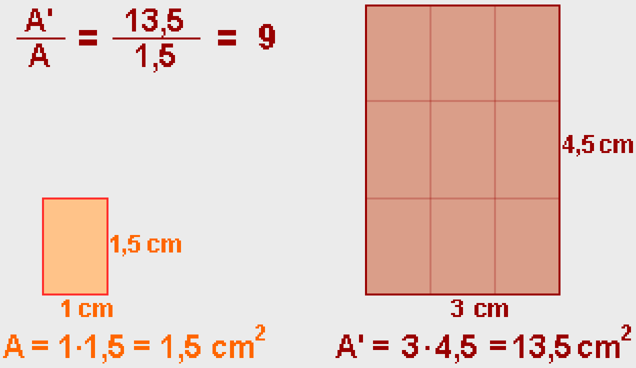
La razón entre as áreas é r^2=9,

polo que o rectángulo grande ten

9 veces máis superficie que o pequeno:

A′= 9· A= 9·1,5=**13,5 cm²**

$$\frac{A'}{A}=\frac{13{,}5}{1{,}5}=9$$



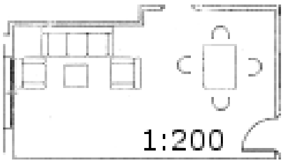
3. Ampliación e redución de figuras

Ampliación, redución e escala

A semellanza de figuras permítenos facer representacións de obxectos reais a un tamaño máis grande (**ampliacións**) ou máis pequeno (**reducións**).

Nas representacións de obxectos a razón de semellanza recibe o nome de factor **de escala**.

O factor de escala é 200, o salón na realidade é 200 veces máis grande que no plano.

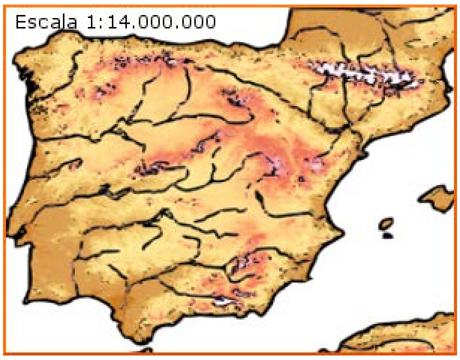


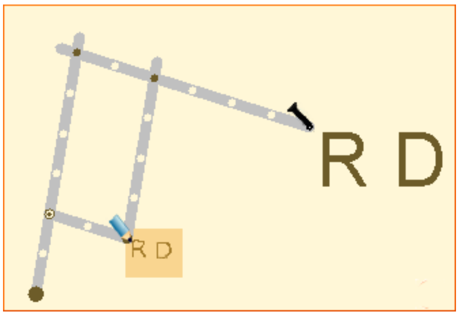
A **escala** exprésase en forma de cociente:

1:200

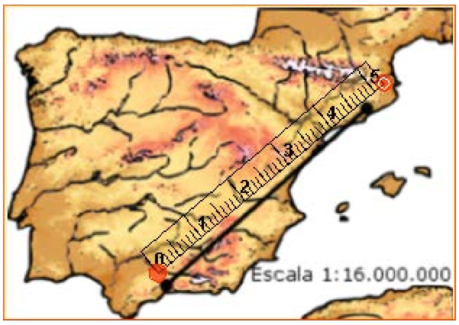
Neste caso, 200 é a razón de semellanza ou **factor de escala**. A figura representada será 200 veces máis pequena que a real. Nun plano a escala 1:200 **cada centímetro equivale a 200 centímetros na realidade.**

Neste mapa a escala é 1:14.000.000, o que significa que ***cada centímetro equivale a 14.000.000 cm. na realidade; é dicir, 140 Km.***

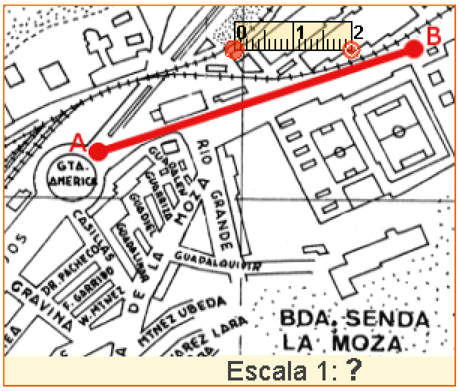




O pantógrafo permite reproducir debuxos, ou facer gravacións, en tamaños maiores ou menores que o orixinal. Nas representacións de obxectos a razón de semellanza recibe o nome de factor **de escala**.



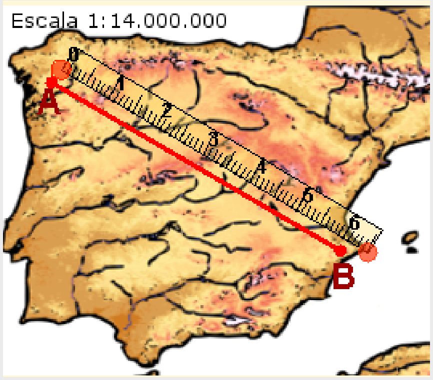
Coñecendo a escala é doado calcular as distancias reais. Neste caso hai 4,7 cm no mapa entre os dous puntos marcados, que equivalen a 4,7 cm · 16.000.000 =
= 75.200.000 cm = 752 Km. reais.



Aínda non coñecendo a escala, poderiamos calcular a distancia real aproximada que hai entre A e B. Abondaría con medir no plano algún obxecto de dimensións reais coñecidas. O campo de fútbol grande podería ter uns 100 m de longo na realidade...

EXERCICIOS resoltos

9. Calcula a distancia real entre A e B.



A distancia real entre A e B será:

6,1 cm · 14.000.000 = 85.400.000 cm =

= **854 Km.**

10. Calcula a escala do mapa sabendo que o campo de fútbol mide 110 m de longo na realidade. Que distancia aproximada hai entre A e B na realidade, si no plano é de 5,2 cm?

A lonxitude no plano do campo é de 1,1 cm, que equivalen a 110 m = 11000 cm reais.

$$\frac{1{,}1\,cm\,no\ plano}{11000\,cm\,reais} = \frac{1\,cm\,no\ plano}{x\,cm\,reais}$$

$$1{,}1 \cdot x = 11000 \cdot 1;\ x = \frac{11000 \cdot 1}{1{,}1} = 10.000$$

A escala é **1:10.000.** A distancia de A a B: 5,2·10.000 = 52.000 cm = **520 m** aprox.

11. Nun plano de escala 1:40, que medidas terá unha mesa rectangular de 0,96 m x 0,72 m?

As lonxitudes no plano serán 40 veces máis pequenas que na realidade. As medidas da mesa son 96 cm x 72 cm, que no plano serán:

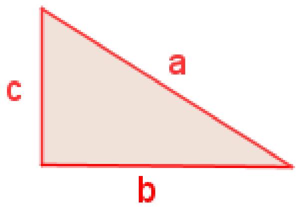
$$\frac{96}{40} = \mathbf{2{,}4\ cm} \qquad \frac{72}{40} = \mathbf{1{,}8\ cm}$$

12. Unha maqueta dun coche, a escala 1:50, ten 8 cm de lonxitude, 3,5 cm de anchura e 2,8 cm de altura. Calcula as dimensións reais do coche.

Lonxitude: 8 cm · 50 = 400 cm = **4 m**
Anchura: 3,5 cm · 50 = 175 cm = **1,75 m**
Altura: 2,8 cm · 50 = 140 cm = **1,40 m**

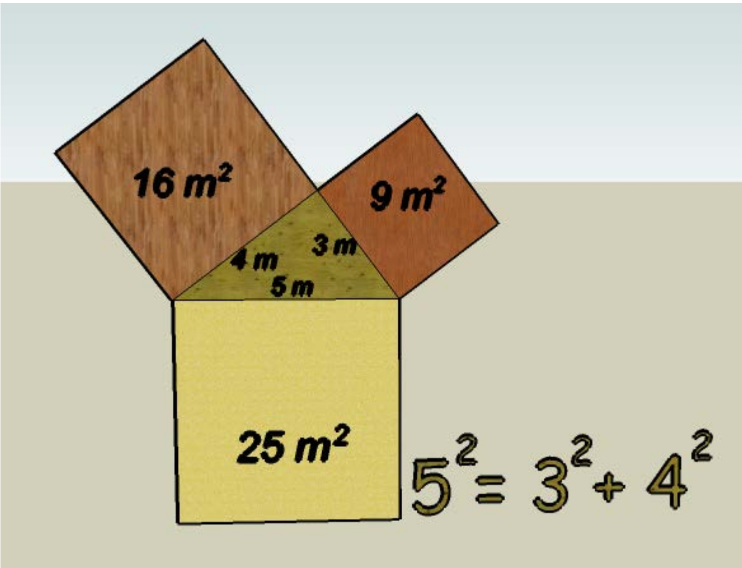
4. Teorema de Pitágoras

O teorema de Pitágoras dá unha relación entre a hipotenusa e os catetos dun triángulo rectángulo:



$$a^2 = b^2 + c^2$$

En todo triángulo rectángulo se verifica que **o cadrado da hipotenusa é igual á suma dos cadrados dos catetos.**

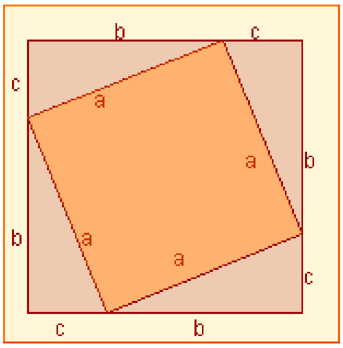


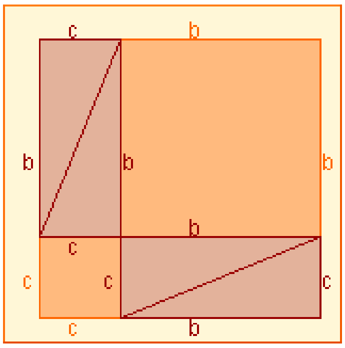
Aplicacións

O Teorema de Pitágoras ten moitas aplicacións; entre outras, veranse nos exercicios resoltos:

- Representación gráfica de números irracionais.
- Cálculo da diagonal dun rectángulo.
- Cálculo da altura dun triángulo isósceles.
- Cálculo da apotema dun hexágono regular.

Demostración.





Os dous cadrados son iguais: os dous teñen de lado *b+c.*

A superficie de cor vermella é a mesma nos dous cadrados: catro triángulos iguais. Polo tanto, a superficie restante, a laranxa, ten que ser a mesma nos dous cadrados. A superficie laranxa no primeiro é:

$$a^2$$

A superficie laranxa no segundo é:

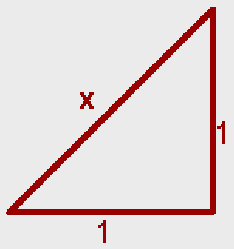
$$b^2 + c^2$$

Conclusión:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

EXERCICIOS resoltos

13. $\sqrt{2} = 1{,}4142135623730950488 01...$ Pódese debuxar un segmento que mida exactamente $\sqrt{2}$?



Si se pode! Só temos que representar dous segmentos perpendiculares, de lonxitude 1, e formar con eles un triángulo rectángulo. A hipotenusa mide exactamente $\sqrt{2}$:

$$x^2 = 1^2 + 1^2; \quad x^2 = 1 + 1 = 2$$

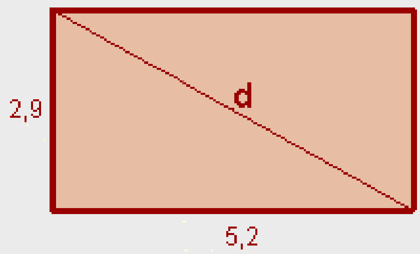
$$\mathbf{x} = \sqrt{2}$$

14. Calcula a diagonal do rectángulo.

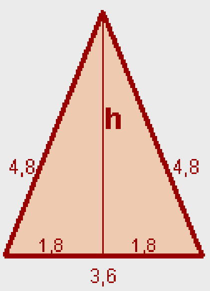
$$d^2 = 2{,}9^2 + 5{,}2^2; \quad d^2 = 8{,}41 + 27{,}04$$

$$d^2 = 35{,}45; \quad d = \sqrt{35{,}45}$$

d = 5,95



15. Calcula a altura dun triángulo isóscele onde os lados iguais miden 4,8 e o outro 3,6.



$$h^2 + 1{,}8^2 = 4{,}8^2; \quad h^2 = 4{,}8^2 - 1{,}8^2$$

$$h^2 = 23{,}04 - 3{,}24 = 19{,}80$$

$$h = \sqrt{19{,}80}$$

h = 4,45

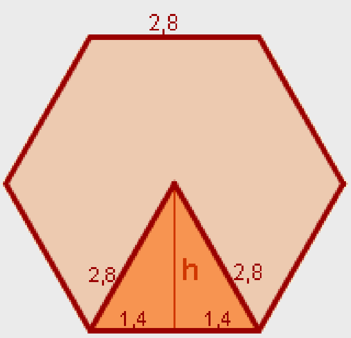
16. Calcula a apotema dun hexágono regular de lado 2,8.

$$h^2 + 1{,}4^2 = 2{,}8^2; \quad h^2 = 2{,}8^2 - 1{,}4^2$$

$$h^2 = 7{,}84 - 1{,}96 = 5{,}88$$

$$h = \sqrt{5{,}88}$$

h = 2,42



EXERCICIOS resoltos

17. O interior do sinal de tráfico é un triángulo isóscele de 74 cm de lado. A liña que separa a zona branca da negra é unha altura. Canto mide esa altura?

$$h^2+37^2=74^2;\ \ h^2=74^2-37^2$$
$$h^2=5476-1369=4107$$
$$h=\sqrt{4107}$$

h = 64,09 cm

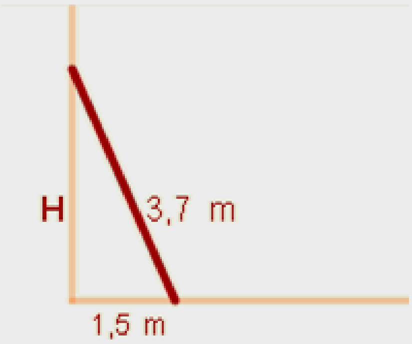
18. Nunha urbanización protexéronse 310 fiestras cadradas de 126 cm de lado cunha cinta adhesiva especial, como se ve na figura. Cantos metros de cinta se empregaron?

A diagonal da fiestra mide:

$$d^2=126^2+126^2;\ \ d^2=31752$$
$$d=\sqrt{31752}=178{,}19\,\text{cm}$$

Cinta total: 178,19 · 310 = 55238,9 cm =552,39 m

19. Unha escada de 3,7 m de lonxitude atópase apoiada nunha parede, quedando o pe a 1,5 m da mesma. Que altura alcanza a escada sobre a parede?



$$H^2+1{,}5^2=3{,}7^2;\ \ H^2=3{,}7^2-1{,}5^2$$
$$H^2=13{,}69-2{,}25=11{,}44$$
$$H=\sqrt{11{,}44}$$

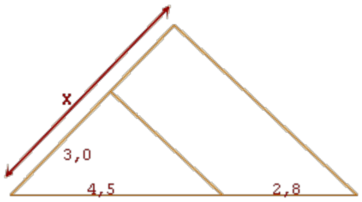
H = 3,38 m

Para practicar

1. Debuxa un segmento de 8 cm de lonxitude e divídeo en 7 partes iguais.

2. Canto medirá un segmento que sexa cuarto proporcional a tres segmentos de lonxitudes 3, 4 e 5 cm?

3. Calcula o valor de x:



4. Os lados dun rectángulo miden 4 cm e 6 cm. Canto medirán os lados dun rectángulo semellante ao anterior se a razón de semellanza, do segundo ao primeiro, é r=1,3?

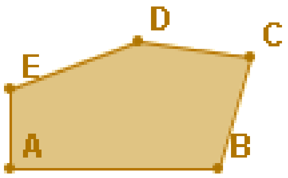
5. O lado dun triángulo equilátero mide 4 cm e o de outro triángulo equilátero 6 cm. Son semellantes os triángulos? Por que? En caso afirmativo, calcula a razón de semellanza.

6. Os lados dun triángulo miden 3 cm, 7 cm e 8 cm. Canto medirán os lados dun triángulo semellante ao anterior se a razón, do primeiro ao segundo, é r=2?

7. Nunha fotocopiadora facemos unha ampliación dunha folla ao 135%. Se na folla aparecía un círculo de 4,8 cm de diámetro. Calcula o diámetro do círculo na ampliación. Calcula a razón de semellanza do círculo grande con respecto ao pequeno.

8. Un cuadrilátero ten de lados 3, 4, 7 e 8 cm. O lado menor de outro cuadrilátero semellante a el mide 32 cm. Calcula a razón de semellanza do cuadrilátero grande respecto ao pequeno e a medida dos outros lados.

9. Constrúe un polígono semellante ao da figura, tomando como razón de semellanza r=1,5.



10. Os lados dun triángulo miden 2, 5 e 7 cm e os doutro 4, 10 y 13 cm. Son semellantes? En caso afirmativo, calcula a razón de semellanza.

11. Un triángulo rectángulo ten un ángulo de 30° e un lado de 56 cm. Outro triángulo rectángulo ten un ángulo 60° e un lado de 34 cm. Son semellantes os dous triángulos?

12. Di se son semellantes dous triángulos ABC e A'B'C' cos seguintes datos:

a) Â = 30°, AB=4 cm, AC=5cm, Â' =30°, A'B'=12 cm, A'C' = 15 cm.

b) AB=7cm, BC=4cm, AC=9cm, A'B'=14 cm, B'C'=8 cm, A'C'=18 cm.

13. Un muro proxecta unha sombra de 32 m ao mesmo tempo que unha estaca de 1,2 m proxecta unha sombra de 97 cm. Calcula a altura do muro.

14. Un observador, de altura ata os ollos de 1,67 m, observa, erguido, nun espello a parte máis alta dun obxecto vertical. Calcula a altura deste, sabendo que o espello se atopa situado a 10 m da base do edificio e a 3 m do observador.

15. Un círculo ten unha superficie de 34 m^2, Que superficie terá un círculo o triplo de ancho que o anterior?

16. Se con unha pizza de 23 cm de diámetro pode comer unha persoa, cantas poderían comer cunha pizza de 32,5 cm?

17. Dous triángulos equiláteros son sempre semellantes? E dous triángulos isósceles? Razoa a resposta.

18. Dous hexágonos regulares, son semellantes? E dous polígonos regulares co mesmo número de lados?

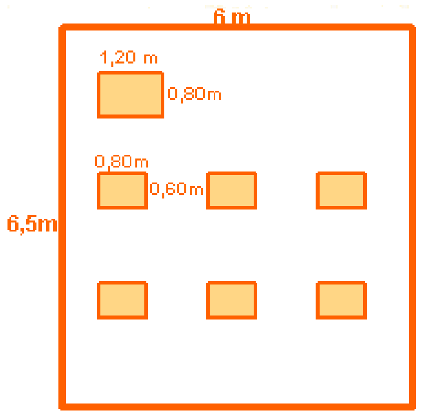
19. Nun mapa a escala 1:150.000, a distancia entre dous puntos é de 3,5 cm. Cal é a distancia real entre eles?

20. Dous pobos, que na realidade están a 36 km de distancia, sitúanse nun mapa a 7,2 cm. Cal é a escala do mapa?

21. Nun plano a escala 1:75, que dimensións terá unha mesa de 2,25 m x 1,5 m?

22. Nun plano representáronse con 3,5 cm unha distancia real de 1,75 m. Cal é a escala do plano?

23. Na figura indícanse as dimensións reais dunha clase. Fai un plano da mesma a escala 1:120.



24. Unha maqueta dunha casa, a escala 1:200, ten unha lonxitude de 3,5 cm, un ancho de 2,7 cm e unha altura de 2 cm. Cal son as medidas reais da casa?

25. Nun plano, a escala 1:500, unha parcela ten unha superficie de 12 cm^2. Que superficie terá na realidade a parcela?

26. Calcula a distancia real que haberá entre dúas cidades que están a 4,5 cm de distancia nun mapa no que outras dúas cidades, que distan 39 km na realidade, aparecen a 7,8 cm.

27. Calcula a altura que alcanzarían 8 sinais de tráfico colocadas como na figura, se cada unha delas é un octógono regular de 31 cm de lado e 40,5 cm de raio.

28. Calcula o perímetro dun triángulo rectángulo de hipotenusa 50 cm, e un dos seus catetos 40 cm.

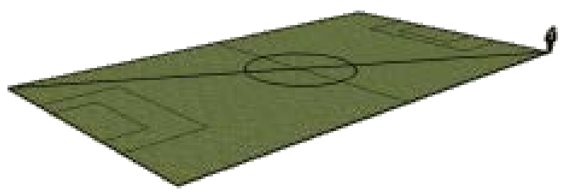
29. Determina, sen debuxalo, se un triángulo de lados 7, 8 e 9 cm é rectángulo.

30. Calcula a apotema dun hexágono de 5 cm de lado.

31. Calcula a altura dun triángulo isóscele no que os lados iguais miden 16 cm e o lado desigual 10 cm.

32. Calcula a medida da diagonal dun rectángulo de lados 6 e 8 cm.

33. Un futbolista adestra correndo a diagonal do terreo de xogo dun campo de fútbol, ida e volta, 30 veces todos os días. Que distancia total percorre? O terreo de xogo ten unhas medidas de 105 x 67 m.



Para saber máis

A **torre Eiffel** foi construída con 18000 pezas de ferro forxado e orixinalmente medía 300 metros e pesaba 7300 toneladas. É unha estrutura **moi lixeira**, unha maqueta exacta da torre, tamén de ferro, de 2 **m de altura** pesaría só:

$(2/300)^3 \cdot 7300 =$

0,00216 TN=

2,16 Kg.

A sandía superior costa 2,50 €. A sandía inferior é xustamente o **dobre de ancha** que a superior. Canto costa? Custará 5 €, ou será máis cara?

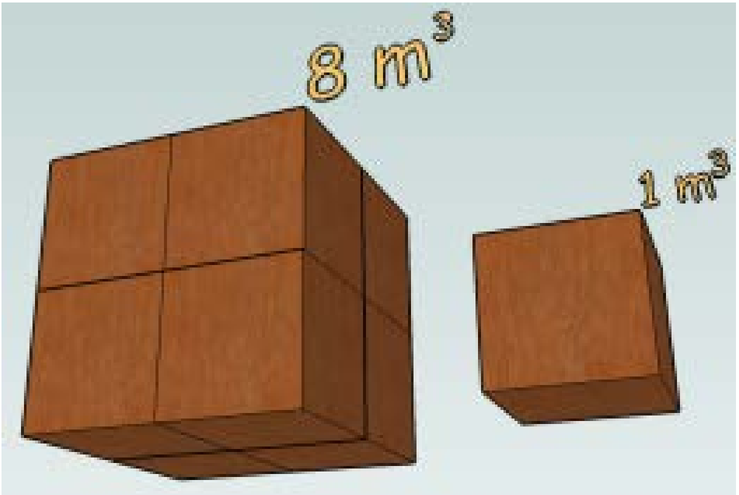
Unha sandía o **dobre de ancha** ten 2^3 = **8 veces máis volume**. Non custaría 5 €, si non 8·2,50= **20 €**

Relación entre os volumes de corpos semellantes

Os dous corpos da imaxe son semellantes. **A razón de semellanza é r=2.** Calquera segmento no cubo grande será o dobre de grande que o seu correspondente no pequeno. Que relación hai entre os seus volumes? Como podes observar, o **volume do cubo grande** non é o dobre que o do pequeno senón **8 veces maior** que o deste.

$$r=2$$

$$R\ vol = r^3 = 2^3 = 8$$



Razón entre volumes

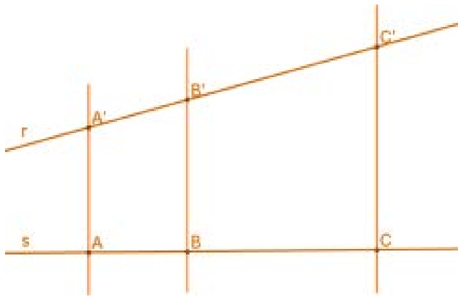
=

(Razón de semellanza)^3

Lembra o máis importante

Teorema de Tales

Se varias rectas paralelas son cortadas por dúas secantes r e s, **os segmentos que determinan ditas paralelas en r son proporcionais aos que determinan en s.**



$$\frac{A'B'}{AB}=\frac{B'C'}{BC}=\frac{A'C'}{AC}$$

Figuras semellantes

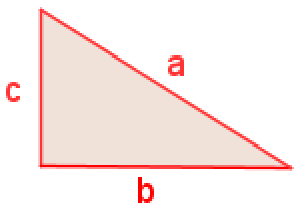
Dúas figuras son **semellantes** se os seus segmentos correspondentes, ou asociados, son proporcionais e os seus ángulos iguais. É dicir; ou son iguais, **ou teñen "a mesma forma" e só se diferencian no seu tamaño**.

Cada lonxitude nunha das figuras obtense multiplicando a lonxitude correspondente na outra por un número fixo que se chama **razón de semellanza.**

Nas representacións de obxectos esta razón chámase **factor de escala**

Teorema de Pitágoras

O teorema de Pitágoras da unha relación entre a hipotenusa e os catetos dun triángulo rectángulo:



$$a^2 = b^2 + c^2$$

En todo triángulo rectángulo verifícase que **o cadrado da hipotenusa é igual á suma dos cadrados dos catetos.**

Criterios de semellanza de triángulos

1.- Teñen dous ángulos iguais

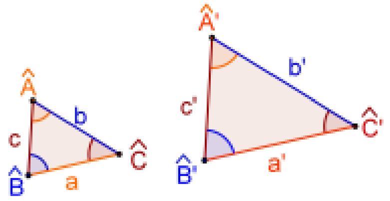
$\hat{A} = \hat{A}'$ e $\hat{B} = \hat{B}'$

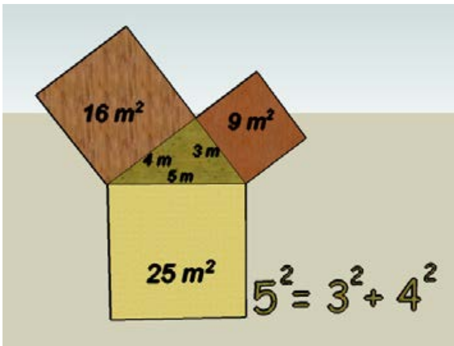
2.- Os seus lados son proporcionais

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$$

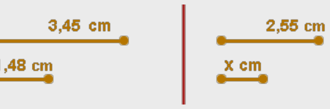
3.- Teñen dous lados proporcionais e o ángulo comprendido igual

$\dfrac{b'}{b} = \dfrac{c'}{c}$ e $\hat{A} = \hat{A}'$

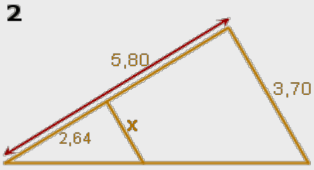




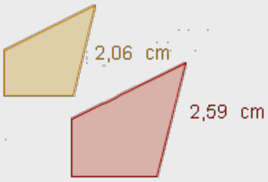
Autoavaliación

1


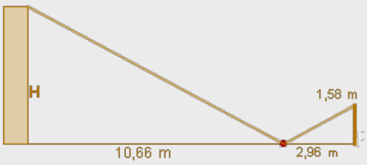
1. Calcula o valor de x para que os dous segmentos sexan proporcionais.

2


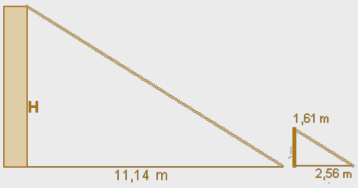
2. Calcula, de forma razoada, o valor de x.

3


3. Os dous polígonos da imaxe son semellantes. Calcula a razón de semellanza.

4


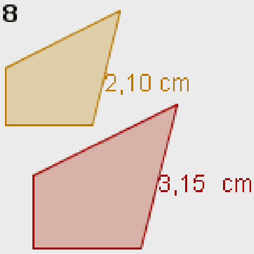
4. Un observador, erguido, ve reflectida nun espello, que está situado no chan, a parte máis alta dun edificio. Calcula a altura do edificio sabendo que a altura do observador, dende os seus ollos ao chan, é 1,58 m, o espello está situado a 2,96 m do observador e a 10,66 m do edificio.

5


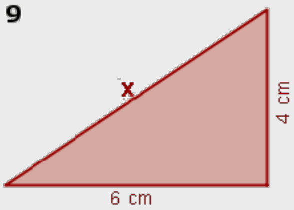
5. Determina a altura do edificio sabendo que proxecta unha sombra de 11,14 m ao mesmo tempo que un caxato de 1,61 m proxecta unha sombra de 2,56 m.

6. Nun mapa, a escala 1:10000, a distancia entre dous pobos é 10,6 cm. A que distancia, en Km., están na realidade?

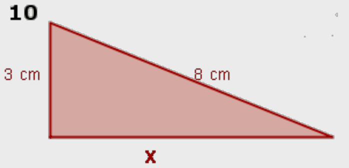
7. A distancia nun mapa entre dous pobos, que na realidade están a 22,4 Km., é de 11,2 cm. Cal é a escala do mapa?

8


8. As dúas figuras da imaxe son semellantes. Cal é a razón entre as súas áreas?

9


9. Empregando o teorema de Pitágoras, calcula a lonxitude da hipotenusa do triángulo que aparece na imaxe.

10


10. O triángulo da imaxe é rectángulo. Calcula x.

Solucións dos exercicios para practicar

1.

2. 6,67cm

3. 4,87

4. 5,2 x 7,8 cm

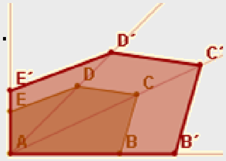
5. Si. Teñen os seus ángulos iguais. r=1,5

6. 1’5, 3’5 y 4 cm

7. 6,48 cm,r=1,35

8. r=10,67. 42’68, 74’69 y 85’36 cm

9.



10. Non. Os seus lados non son proporcionais.

11. Si. Teñen os seus ángulos iguais.

12. a) Si, crit. 3

b) Si, crit. 2.

13. 39,59 m.

14. 5,57 m

15. 306 m^2

16. 2 persoas

17. Si, teñen os seus ángulos iguais. Non, non teñen por que verificar os criterios.

18. Si, porque teñen os lados prop. e os ángulos iguais.

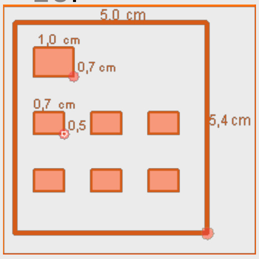
19. 5,25 Km

20. 1:500.000

21. 3x2 cm

22. 1:50

23.



24. 7 x 5,4 x 4 m

25. 300 m^2

26. 22,5 Km

27. 5,98 m

28. 120 cm

29. Non, porque os seus lados non verifican o teorema de Pitágoras.

30. 4,33 cm

31. 15,2 cm

32. 10 cm

33. 7.47 Km

Solucións AUTOAVALIACIÓN

1. 1’09 cm

2. 1’68

3. 1’26

4. 5’69 m

5. 7’01 m

6. 1’06 Km

7. 1:200.000

8. 2’25

9. 7’21 cm

10. 7’42 cm