12

Funcións

Obxectivos

Nesta quincena aprenderás a:

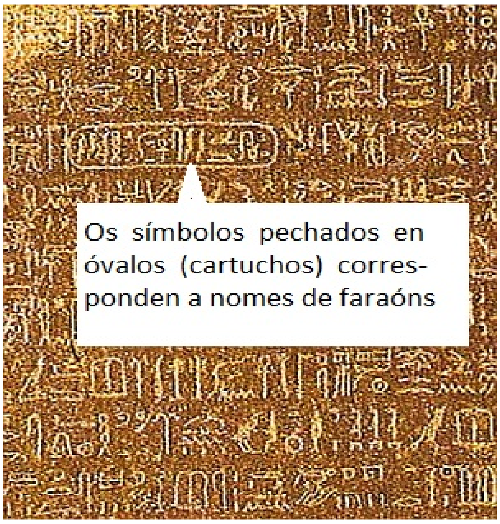
- Comprender, distinguir e valorar o concepto de función
- Interpretar e relacionar táboa, gráfica e fórmula dunha relación funcional
- Distinguir os conceptos de variable dependente e independente, dominio e percorrido
- Apreciar e interpretar sobre unha gráfica as primeiras propiedades xerais dunha función
- Distinguir, formular e representar situacións mediante unha función de proporcionalidade directa e inversa

Antes de empezar

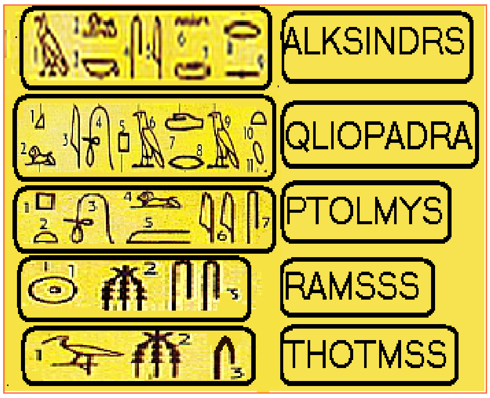
A Pedra Roseta encerra un documento escrito de tres formas distintas. Na parte superior (xeroglíficos), na central, (demótico) dúas formas de escritura dunha lingua morta, o exipcio. Na parte inferior aparece a mesma inscrición en grego. Isto último e a xenialidade de Champollión permitiu atopar as claves das correspondencia entre os signos xeroglíficos e as súas imaxes fonéticas.

Pedra Roseta

Detalle da escritura xeroglífica



Algún dos "cartuchos" que axudaron a descifrar os equivalentes fonéticos da escritura exipcia.



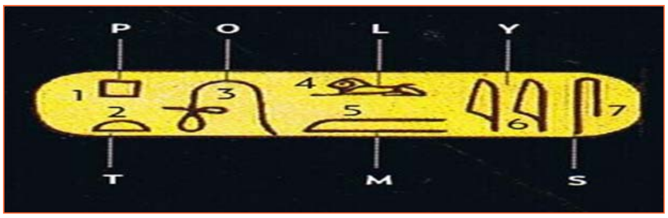
Clave Alexandre

Clave Cleopatra

Clave Ptolomeo

Clave Ramses

Clave Thumosis



Correspondencia entre os signos xeroglíficos e as súas imaxes *fonéticas, de Ptolomeo.*

1. Relacións funcionais

Contidos

Expresión dunha relación funcional.

Dise que unha correspondencia entre dous conxuntos é unha relación funcional, cando a cada elemento do primeiro conxunto fáiselle corresponder de forma única un elemento do segundo.

Observa os exemplos destas situacións.

Exemplo

Táboa de valores

A libra é unha media de peso de orixe anglosaxoa. Na seguinte táboa dáse a equivalencia en quilogramos de distintas medidas en libras.

Peso en libras	Peso en kilogramos
2	0´90
3	1´35
4	1´80
x	f(x)

A cada valor do peso en libras, no primeiro conxunto, correspóndelle un **único** valor do peso en quilogramos, no segundo conxunto.

De forma xeral diremos que a x peso en libras correspóndelle f(x) peso en quilogramos.

No exemplo anterior vimos a táboa de valores como unha forma de expresar unha relación funcional. Vexamos outras.

Entre as distintas formas de expresar unha relación funcional, podemos sinalar:

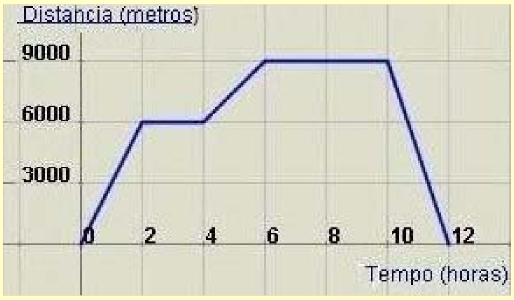
- Mediante unha táboa.
- Mediante unha gráfica.
- Mediante unha fórmula.

A táboa de valores, a representación gráfica e a formulación mediante unha expresión alxébrica constitúen as formas habituais de expresar a dependencia entre dúas magnitudes.

Exemplo

A representación gráfica

A gráfica seguinte representa a distancia á que se atopa Xoán da súa casa ao longo do día. Xoán colle o coche, conduce durante un tempo, almorza e le a prensa segue conducindo un tempo ata a casa duns amigos que o invitaron a comer. Logo regresa rápido xa que se fixo un pouco tarde.



Se saíu ás 9 da mañá, estivo fóra 12 horas, así que volveu ás 21:00 horas.
Podemos tamén afirmar que na casa dos seus amigos estivo 4 horas, desde a hora 6 á hora 10 do tempo transcorrido, é dicir, desde as 15:00 horas ata as 19:00 horas.
Tamén que a casa de Xoán está a 9000 metros.

Novamente observa que para cada valor no eixe *Tempo*, existe un único valor no eixe de *Distancia*.

Exemplo

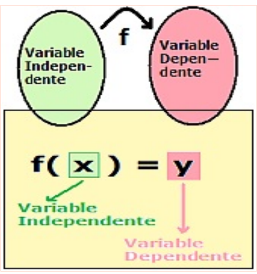
Expresión alxébrica.

Unha fórmula fainos pensar sempre nun segredo, unha serie de caracteres capaces de encerrar unha gran cantidade de información dispoñible para o que a descifre.
En matemáticas unha formula é unha expresión alxébrica que describe a relación funcional e que permite mediante unha simple substitución calcular o transformado dun determinado valor.

$f(x)=3x-1$	$f(-2)=-7$
	$f(-1)=-4$
	$f(2)=5$
	$f(3)=8$

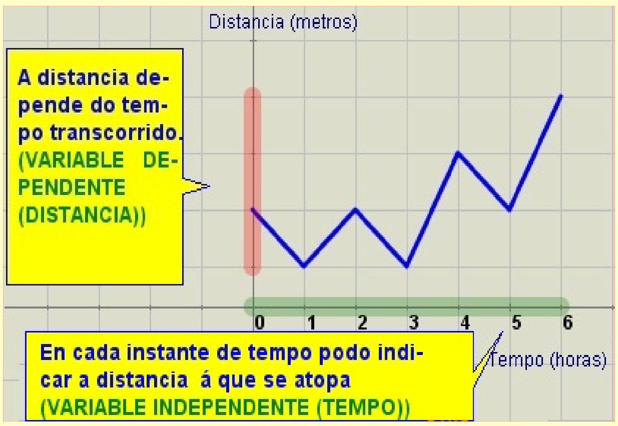
Variable dependente e independente.

Nunha relación funcional, a magnitude que depende doutra denomínase variable dependente, e da que depende *variable independente.*



Exemplo

A gráfica representa a distancia en metros á que se atopa unha persoa da súa casa ao longo de 6 horas de tempo.



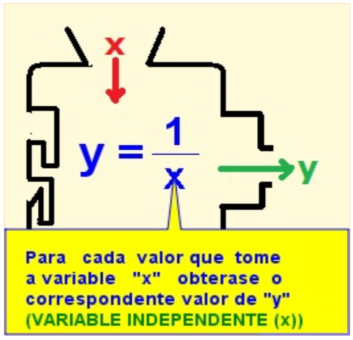
Exemplo

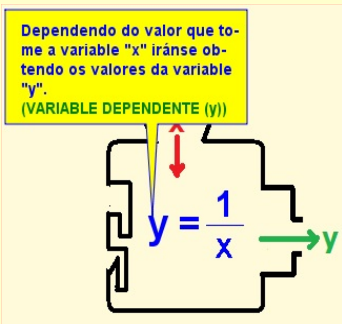
As "táboas de prezos" constitúen unha das aplicacións máis habituais das funcións definidas mediante táboa.
No exemplo pódese observar a identificación da variable independente e a dependente.

Tempo (minutos)	Prezo (euros)
<= 30	0.50
entre 31 e 60	1
entre 61 e 90	1.20
entre 91 e 120	1.50

Por cada tempo en minutos teremos que pagar unha cantidade. (VARIABLE INDEPENDENTE: TEMPO)

A fórmula é unha expresión alxébrica que relaciona dúas variables.



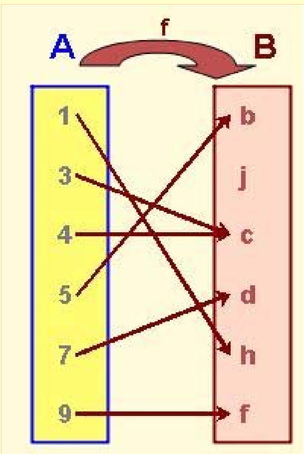


Dominio e percorrido.

O *dominio* ou *campo de existencia* dunha función é o conxunto de todos os valores que toma a variable independente.

O perc*orrido*, *imaxe* ou *rango* dunha función é o conxunto de valores que toma a variable dependente.

Vemos o seguinte exemplo entre dous conxuntos.



Dominio: Todos os elementos de A que están relacionados.

{ 1 , 3 , 4 , 5 , 7 , 9 ,}

Percorrido: Todos os elementos de B que son imaxe dalgún elemento de A

{b,c,d,h,f,}

Observa como hai un elemento do conxunto B, elemento j, que non pertence ao percorrido, xa que non é imaxe de ningún elemento do dominio.

Pode haber elementos de B que sexan imaxe de máis dun elemento de A.

Exercicio resolto

1. A táboa representa valores dunha función. Completa os buracos que faltan.

SOLUCIÓN:

Observa que as imaxes de cada valor vanse obtendo multiplicando por 2 e sumando despois 5.

x	f(x)
4	13
5	15
6	17
8	21
9	23

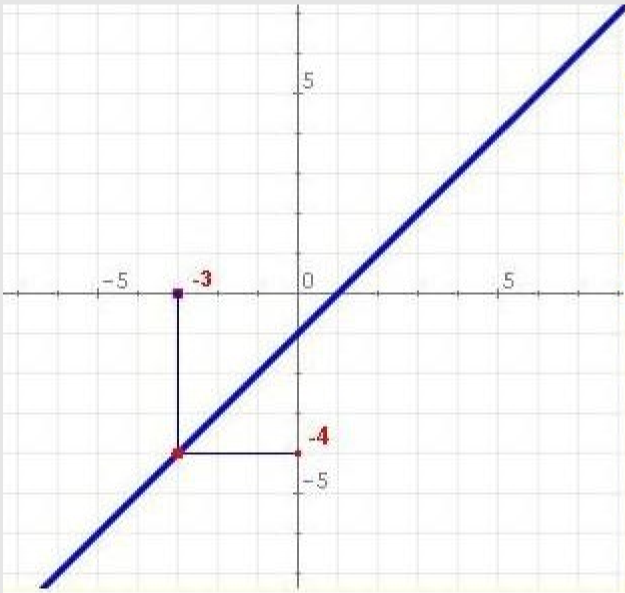
Para calcular a imaxe de 8:
$2 \cdot 8+5=21$

Para calcular a antiimaxe de 23:
$$\frac{23-5}{2}=9$$

Exercicios resoltos

2. Calcula na seguinte gráfica f (−3).

SOLUCIÓN:



Para calcular a imaxe dun determinado valor a sobre a gráfica da función; levántase unha perpendicular a OX que pase por x=a ata que curte á gráfica. A ordenada do punto de corte será o valor da imaxe de a [f(a)].

$f(-3) = -4$

3. Fai unha táboa de valores para a función f(x) = 1x+1, e logo debuxa a súa gráfica de puntos.

SOLUCIÓN:

Se unha función ten por fórmula $f(x)=1\cdot x+1$
As imaxes dos valores da táboa obtéñense:

$f(2)=1.2+1 = 3$

$f(3)=1.3+1 = 4$

$f(4)=1.4+1 = 5$

$f(5)=1.5+1 = 6$

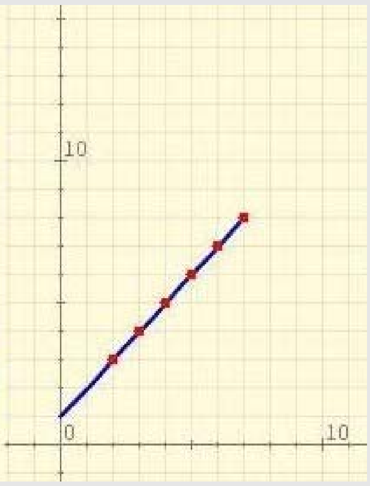
$f(6)=1.6+1 = 7$

Por último, para a preimaxe se $1\cdot x+1=8$

$1\ x = 8-1$

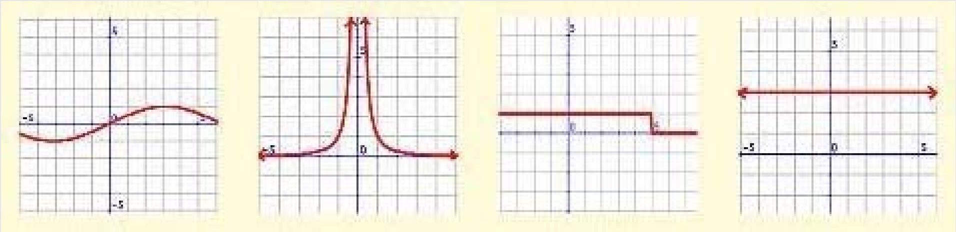
$x = \frac{8-1}{1} = 7$

x	f(x)
2	3
3	4
4	5
5	6
6	7
7	8



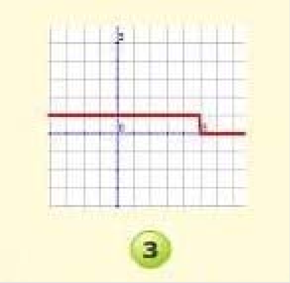
Exercicios resoltos

4. Entre as seguintes representacións gráficas hai unha que non corresponde cunha función.

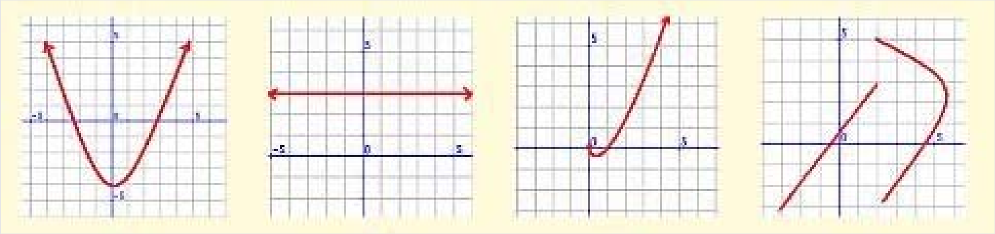


SOLUCIÓN:

Hai polo menos un valor de *x* ao que corresponde máis dunha imaxe, e polo tanto non é.

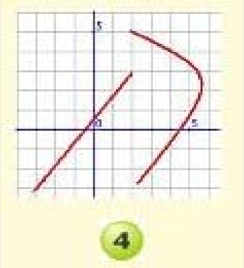


5. Entre as seguintes representacións gráficas hai unha que non corresponde cunha función.



SOLUCIÓN:

Hai polo menos un valor de *x* ao que corresponde máis dunha imaxe, e polo tanto non é función.



Exercicios resoltos

6. Acha o dominio de $f(x) = \dfrac{2x+4}{5x^2+3}$

SOLUCIÓN:

$$f(x) = \frac{2x+4}{5x^2+3}$$

O único problema da fórmula está no denominador. Pódese dividir entre calquera número excepto entre 0. É dicir $(5x^2+3)$ debe ser distinto de cero. Polo tanto:

O dominio será o CONXUNTO DOS NÚMEROS REAIS EXCEPTO OS VALORES QUE ANULAN O DENOMINADOR.

$5x^2+3 \rightarrow 5x^2 = -3 \rightarrow x = \sqrt{\frac{-3}{5}}$

NON EXISTE A RAÍZ DUN NÚMERO NEGATIVO. Polo tanto:

Domf $\equiv$ R

7. Acha o dominio de $f(x) = \dfrac{5x+3}{x+(-1)}$

SOLUCIÓN:

$$f(x) = \frac{5x+3}{x+(-1)}$$

O único problema da fórmula está no denominador. Pódese dividir entre calquera número excepto entre 0. É dicir $(x+(-1))$ debe ser distinto de cero. Polo tanto:

O dominio será o CONXUNTO DOS NÚMEROS REAIS EXCEPTO OS VALORES QUE ANULAN O DENOMINADOR.

$x+(-1) = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow$ **Domf $\equiv$ R - {1}**

Exercicios resoltos

8. Acha o percorrido de f(x)=5x+3

SOLUCIÓN:

$$f(x) = 5x+3$$

Vexamos cando ten sentido $5x+3 = r$ *(sendo r un elemento xenérico do percorrido)*

$5x+3 = r \rightarrow 5x = r-3 \rightarrow x = \frac{r-3}{5}$ Esta expresión ten sentido sempre, polo tanto:

O percorrido da función é $\mathbf{R}$

9. Acha o percorrido de $f(x) = \frac{4}{x+(-4)}$

SOLUCIÓN:

$$f(x) = \frac{2}{x+(-4)}$$

Vexamos cando ten sentido $\frac{2}{x+(-4)} = r$ *(sendo r un elemento xenérico do percorrido)*

$\frac{2}{x+(-4)} = r \rightarrow 2 = r.(x+(-4)) \rightarrow \frac{2}{r} = x+(-4)$

$\frac{2}{r} - (-4) = x \rightarrow$ A expresión ten sentido cando r é distinto de cero, polo tanto:

O percorrido da función é $\mathbf{R} - \{0\}$

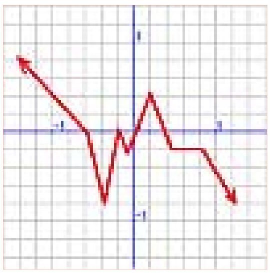
2. Representación gráfica

Gráfica dunha función.

Para representar graficamente unha función, fórmase a táboa de valores correspondente. Cada parella identifícase cun punto do plano cartesiano de forma que:

- A variable independente x represéntase no eixe de abscisas.
- A variable dependente y represéntase no eixe de ordenadas.

Segundo o tipo de función poderás unir os puntos obtidos.



O non unilos, segundo a presentación da situación tratada.

A representación gráfica dunha función é unha axuda fundamental para o estudo de propiedades da mesma que non son evidentes nunha táboa ou nunha fórmula. Falamos de conceptos tan visuais como crecemento, decrecemento, máximo e mínimos.

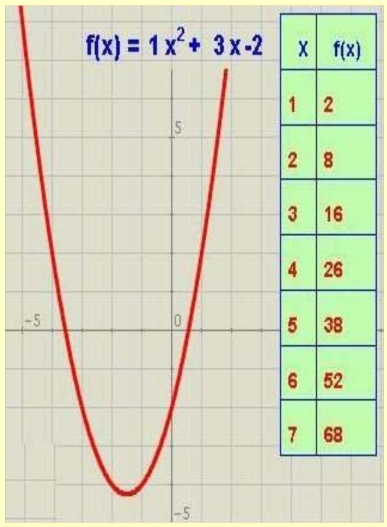
Devanditos conceptos, que veremos máis adiante, teñen unha aplicación directa na interpretación da evolución de moitos procesos.

A partir dunha táboa:

Situamos os puntos sobre a gráfica, posteriormente unímolos ou non segundo sexa o caso.

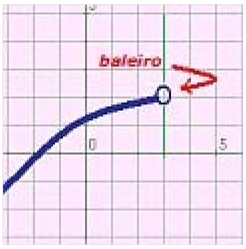
A partir dunha fórmula:

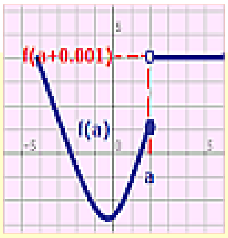
Calculamos o valor dalgúns puntos, así que realizamos unha táboa de valores.



Uns símbolos moi útiles.

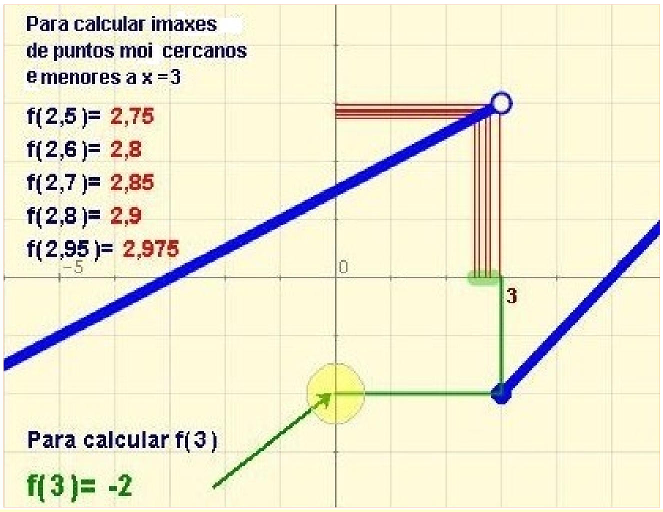
Na representación gráfica de algunhas funcións utilízanse símbolos que axudan á comprensión do que pasa nun punto, ou preto del (na súa contorna).
Está xeneralizado o uso dun punto en branco para indicar que ese punto non forma parte da gráfica e un punto recheo cando si o é.





No seguinte exemplo podes comprobar a utilidade dos símbolos dados.

Tomamos valores moi próximos ao momento do que queremos saber o seu valor en f(x). Obteremos dous valores laterais, un pola dereita e outro pola esquerda. Agora é cando se debe prestar atención ao punto en branco.



Observa que non se obtén o mesmo resultado se aproximamos achegándonos pola dereita.

Exercicio resolto

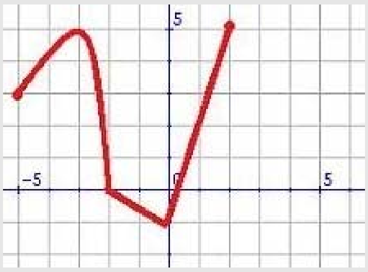
10. Representa a gráfica seguinte unindo os seus puntos.

x	0	1	2	3	4
f(x)	0	2	2	1	2

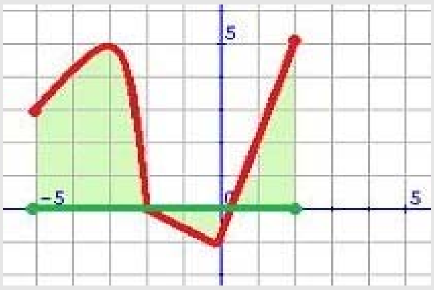
SOLUCIÓN:

Exercicios resoltos

11. Expresa en forma de intervalo e sobre a gráfica da función cal é o seu dominio.

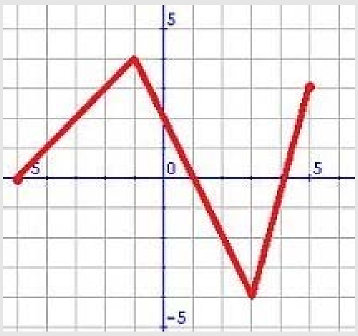


SOLUCIÓN:

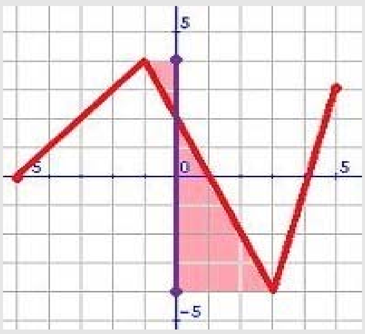


Todos os valores reais entre – 5 e 2, ambos incluídos, é dicir , – 5 ≤ x ≤ 2.

12. Expresa en forma de intervalo e sobre a gráfica da función cal é o seu percorrido.



SOLUCIÓN:



Todos os valores reais entre – 5 e 5, ambos incluídos, é dicir , – 5 ≤ e ≤ 5

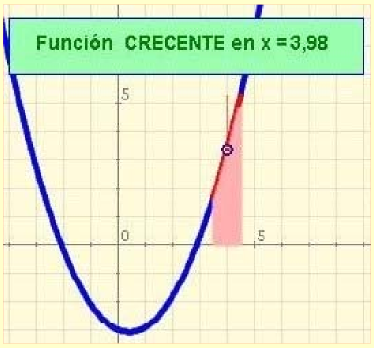
3. Propiedades xerais

Crecemento e decrecemento.

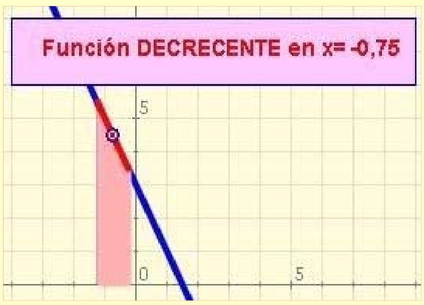
O crecemento e decrecemento dunha función son conceptos locais. Unha función pode ser crecente nun punto e decrecente noutro. Por iso o que temos é que fixarnos no que ocorre na proximidade de cada punto, na súa contorna.

Exemplos

Nunha contorna de x=3´98, se vemos a gráfica, o debuxo vai "subindo"

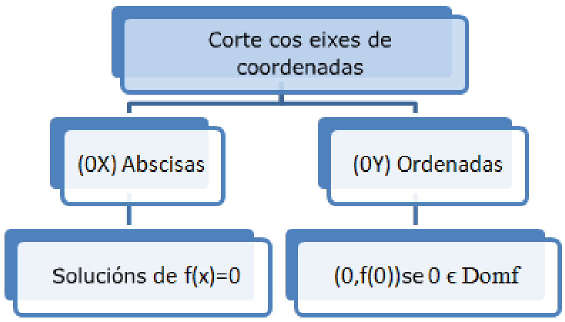


Nun entorno de *x=0´75*, se vemos a gráfica, o debuxo vai "baixando".



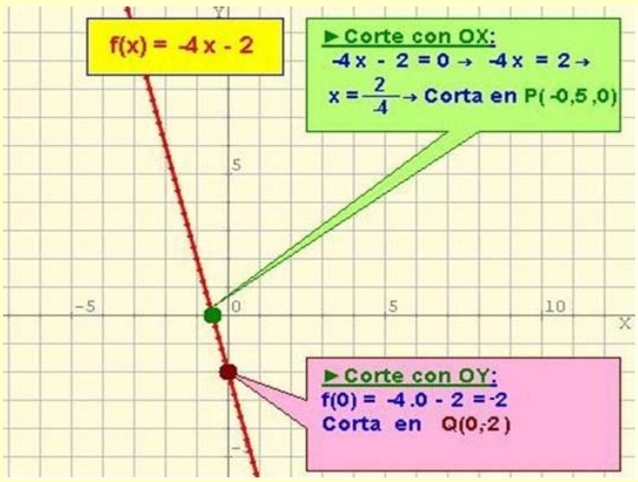
Corte cos eixes.

É moi importante e axuda especialmente no coñecemento da gráfica dunha función, localizar os puntos de corte cos eixes de coordenadas. Unha función corta como máximo nun punto ao eixe de ordenadas (0,f(0)) (no caso de que x=0 pertenza ao dominio de f).
Unha función pode cortar ao eixe de abscisas calquera número de veces (ata infinitas) tantas como solucións teña f(x) = 0.

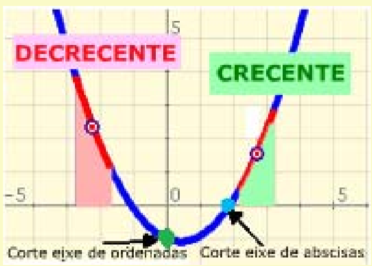


Exemplo

Calcula os puntos de corte cos eixes da función:
f (x) = – 4x – 2



RESUMO

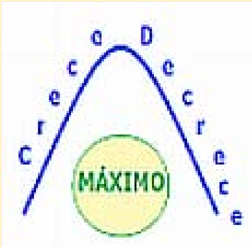


Decrecente nun punto cando "baixa" en todos os puntos da súa contorna.

Crecente nun punto cando "sobe" en todos os puntos da súa contorna.

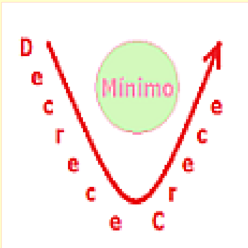
Máximos e mínimos relativos.

Unha función presenta un máximo nun punto se é crecente á esquerda dese punto e decrecente á dereita.



Un máximo é análogo á cima dunha montaña.

Unha función presenta un mínimo nun punto se é decrecente á esquerda dese punto e crecente á dereita.



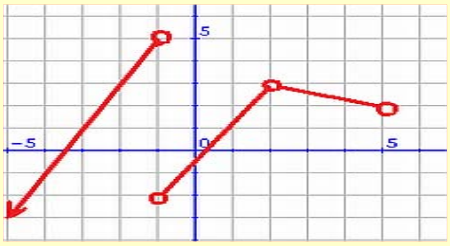
Un mínimo é análogo ao punto máis baixo nun val.

A mesma función pode ter varios máximos (análogo para mínimos), por iso denomínanse relativos.
Ao maior dos máximos (ao menor dos mínimos) chámaselle máximo absoluto (mínimo absoluto). Este é único xa que é absoluto na función.

Temos que un cambio de crecente a decrecente ou viceversa é a característica para un ***posible*** *extremo, máximo ou mínimo.*

Exemplo

Esta gráfica non ten extremos.

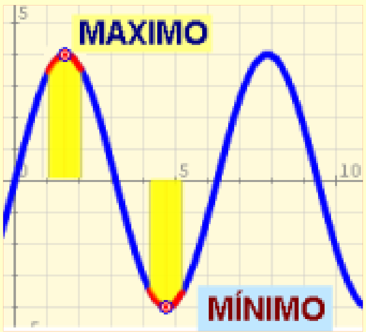


Exemplo

Na seguinte gráfica da función podemos observar os conceptos de máximos e mínimos.

No punto (1´5, 4) analizamos máximos.

Para *x= 1´5*, temos que *f(1´5) = 4.* Tal é como aparece na gráfica, nunha contorna de x=1´5, os valores da función son menores a f(1´5) = 4, queda claro que na contorna de (1´5,4) calquera punto atópase graficamente por baixo deste, tanto á dereita como á esquerda. Resulta ser un máximo.
Observa tamén que á esquerda do máximo a función é crecente e a súa dereita decrecente.



Análogo cun mínimo para o punto *(4´5,– 4)*.
Calquera valor que deamos nunha contorna próxima do devandito punto alcanza valores de f(x) maiores que -4, é dicir, o valor que acada en f(x), x= 4´5, é o menor na devandita contorna.

Observa tamén que á esquerda do mínimo a función é decrecente e a súa dereita crecente.

Exercicios resoltos

13. Calcula os puntos de corte cos eixes das funcións seguintes:

a) $f(x)=4x+1$ b) $f(x)=x^2-3x+2$ c) $f(x)=\dfrac{4}{x}$

SOLUCIÓN:

a)

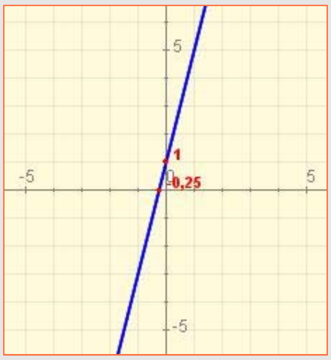
$$f(x) = 4x+1$$

CORTE CON OX → $4x+1 = 0$ → $4x = -1$ → $x = \dfrac{-1}{4}$

A función corta a OX no punto $\left(\dfrac{-1}{4}, 0\right)$

CORTE CON OY → $f(0) = 4\cdot 0+1$ → $f(0) = 1$ → Polo tanto

A función corta a OY en $(0, 1)$



b)

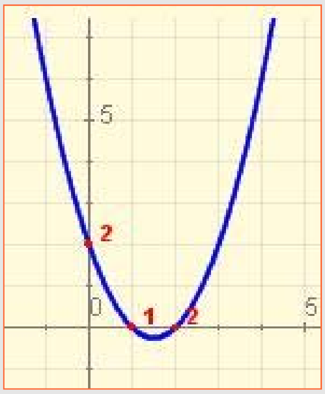
$$f(x) = x^2 - 3x+2$$

CORTE CON OX → $x^2 - 3x+ 2= 0$ → $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2}$ →

$x = 2$, $x = 1$ A función corta a OX en $(2, 0)$ e en $(1, 0)$

CORTE CON OY → $f(0) = 0^2 - 3\cdot 0 + 2$ → $f(0) = 2$ → Polo tanto

A función corta a OY en $(0, 2)$



c)

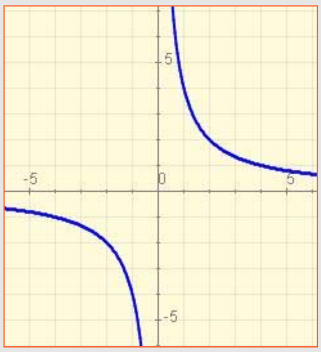
$$f(x) = \frac{4}{x}$$

CORTE CON OX → $\dfrac{4}{x} = 0$ → $4 = 0$ → Imposible; polo tanto

A función non corta a OX

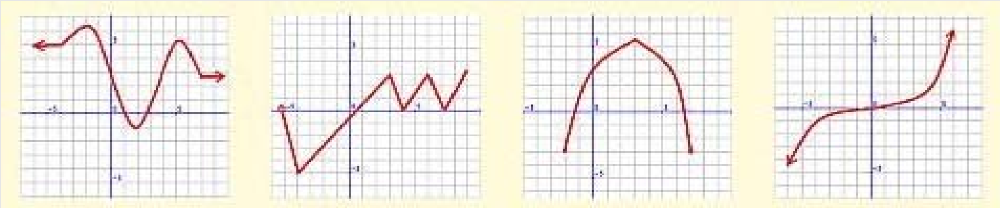
CORTE CON OY → $f(0) = \dfrac{4}{0}$ → $f(0) =$ *Non se pode calcular* → Polo tanto

A función non corta a OY

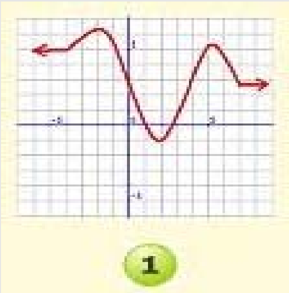


Exercicios resoltos

14. Entre as seguintes funcións indica a que correspondería a unha función decrecente no punto de abscisa x=0.

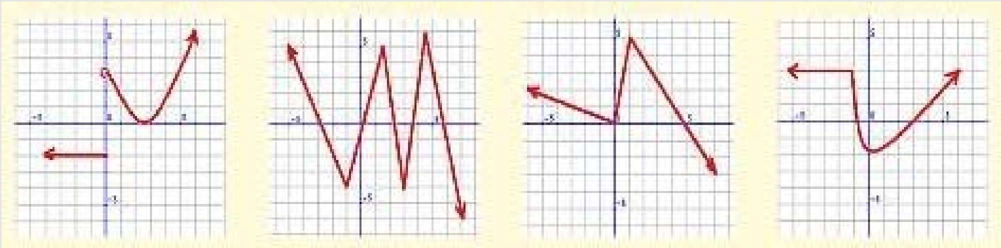


SOLUCIÓN:

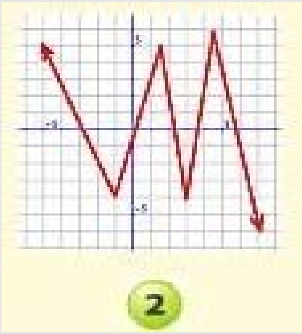


Nunha contorna do 0 a función baixa

15. Entre as seguintes funcións indica a que correspondería a unha función crecente no punto de abscisa x=0.



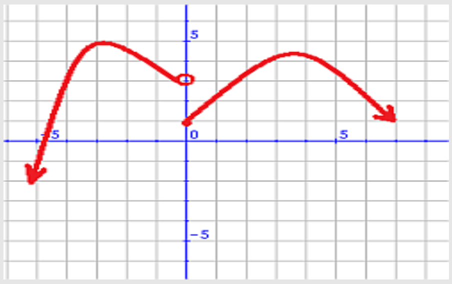
SOLUCIÓN:



Nunha contorna do 0, cúmprese que a función sobe

Exercicios resoltos

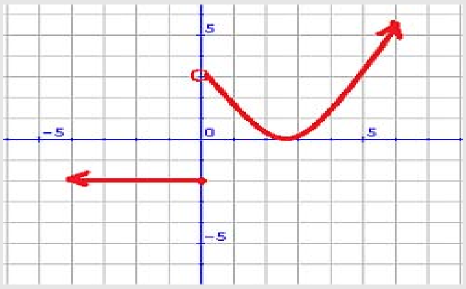
16. Indica as coordenadas do punto no que creas que a función alcanza un máximo.



SOLUCIÓN:

Hai dous máximos relativos, M_1 = (– 2´75,5) e M_2 = (3´5,4´25)

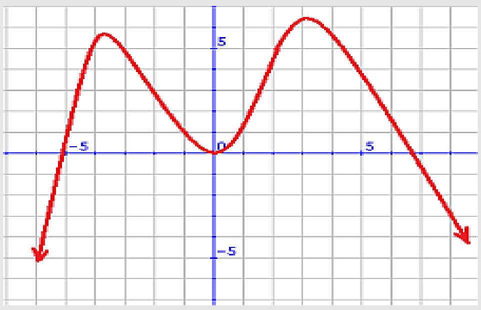
17. Indica as coordenadas do punto no que creas que a función alcanza un mínimo.



SOLUCIÓN:

Hai un mínimo, m_1 = (2´5,0).

18. Indica as coordenadas do punto no que creas que a función alcanza un extremo.



SOLUCIÓN:

Hai un mínimo, m_1 =(0,0), e dous máximos M_1=(–3´75,5´75), M_2=(3´25,6´25).

4. Primeiras funcións elementais

Función de proporcionalidade directa.

En moitas situacións dúas variables están relacionadas de maneira que cando unha aumenta a outra tamén o fai e analogamente cando diminúe, gardando sempre a mesma relación. Son magnitudes directamente proporcionais.

Exemplo

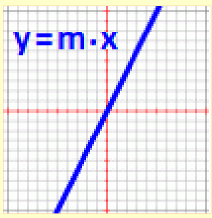
Imaxina que esta fin de semana decides facer unha excursión en bicicleta, cunha velocidade constante de 10 km/h, e que conduces coa túa bicicleta durante 2 horas, o espazo percorrido é de 20 km. Que pasaría se foses a máis velocidade durante o mesmo tempo?

Para un tempo determinado:

A máis velocidade máis espazo percorrido.

A menos velocidade menos espazo percorrido.

As funcións que relacionan este tipo de magnitudes denomínanse funcións de proporcionalidade directa. A súa gráfica segue sempre un mesmo patrón: unha recta que pasa pola orixe de coordenadas.



"A máis, máis
e
a menos, menos"

O valor de "m" correspóndese coa constante de proporcionalidade directa.

Exemplo

Expomos o problema e resolvémolo de forma alxébrica.

Por 4 Kg de mazás temos pagado 6,40 euros. Para calcular o prezo de 1Kg delas:

4 Kg ------------▶ 6,40 euros
1 Kg ------------▶ x

$$x = \frac{1 \cdot 6,40}{4,00} = 1,6 \quad \text{euros/Kg}$$

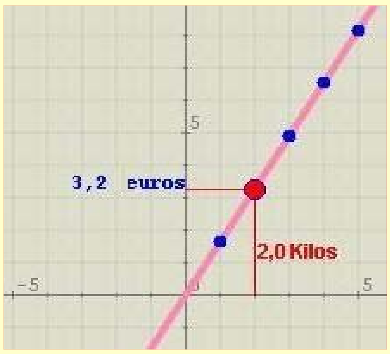
A función que permite calcular o prezo de calquera cantidade sería:

$$f(x) = 1,6 \cdot x$$

Podemos construír unha táboa coa constante de proporción m=1´6. A máis quilogramos máis euros necesito.

x	f(x)
1,0	1,6
2,0	3,2
3,0	4,8
4,0	6,4
5,0	8,0

Se a representamos graficamente, obteremos unha recta, da que podemos interpolar datos.



Función de proporcionalidade inversa.

En moitas situacións obsérvase que dúas variables están relacionadas de maneira que cando unha aumenta a outra diminúe, pero en todo momento o seu produto é constante. Son magnitudes inversamente proporcionais.

Exemplo

Se queres podes facer a proba cunha bolsa chea de papeis, canta maior presión fagas sobre os papeis, estes iranse esmagando e ocupando menos volume.

A temperatura constante:

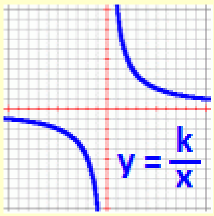
P·V=k

A máis presión menos volume

A menos presión máis volume

As funcións que relacionan este tipo de magnitudes denomínanse funcións de proporcionalidade inversa.

A súa gráfica segue sempre un mesmo patrón: a hipérbole.



"A máis, menos e a menos, máis"

O valor de "k" correspóndese coa constante de proporcionalidade inversa.

Exemplo

Expomos o problema e resolvémolo.

5 náufragos dispoñen de auga para 8 días. Queremos ver para canto tempo tería un.

5 naúfragos --------------▶ 8 días
1 naúfragos --------------▶ x

x = 40 días

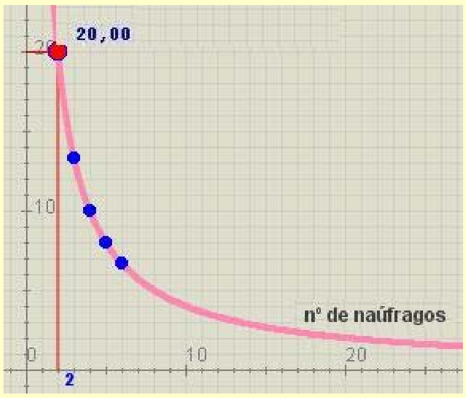
A función que permite relacionar as dúas magnitudes sería:

$$f(x) = \frac{40}{x}$$

Podemos construír unha táboa coa constante de proporción k=40. A menos náufragos máis días.

f(x)	40	20	13,3	10	8
x	1	2	3	4	5

Se a representamos graficamente, obteremos a rama dunha hipérbole.



Exercicios resoltos

19. Clasifica a relación entre as magnitudes seguintes:

Lado dun cubo e volume; lado dun pentágono e perímetro; velocidade lectora e tempo en ler un libro; radio dunha esfera e volume; nº de persoas e parte de torta: nº de entradas e recadación.

SOLUCIÓN:

	INVERSA	DIRECTA	NINGUNHA
Lado dun cubo e volume			
Lado dun pentágono e perímetro			
Velocidade lectora e tempo en ler un libro			
Radio dunha esfera e volume			
Nº de persoas e parte de tarta			
Nº de entradas e recadación			

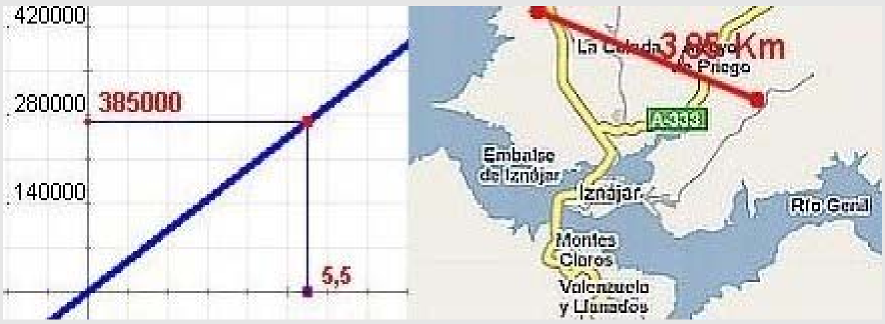
20. Un mapa ten por escala 1:70000. Calquera distancia no mapa tradúcese na súa correspondente realidade e viceversa.

1. Escribe a función que relaciona dita distancia e represéntaa graficamente.
2. Calcula a distancia correspondente a 5´50 cm no mapa.

SOLUCIÓN:

a) LA función sería f(x) = 70000·x (cada unidade no mapa convértese en 70000), a máis cm no mapa máis distancia na realidade. Proporcionalidade directa.

b) LA distancia no mapa de 5´50 cm corresponde con f(5´50), resulta:
f(5´50) = 70000·5´50=385000 cm = 3´85 km



Exercicios resoltos

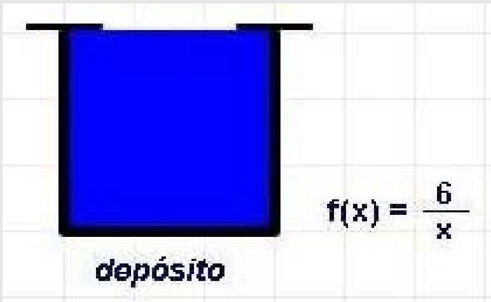
21. Unha billa de caudal fixo enche un depósito en 6 horas. Se en lugar dunha houbese 4 billas.

a) Escribe e representa a función que corresponde á relación entre o número de billas e o tempo que tarda en encher o depósito.
b) Canto tempo tardaría?

SOLUCIÓN:

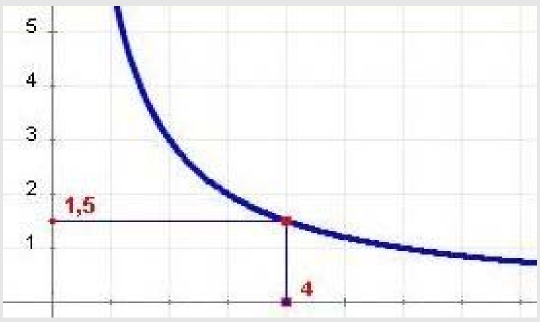
a) SHai máis billas para encher o depósito, tardará menos tempo en encherse, polo tanto, é unha proporcionalidade inversa.

A función sería $f(x) = \frac{6}{x}$



b) EO tempo para 4 billas, é o resultado que corresponde a f (4).

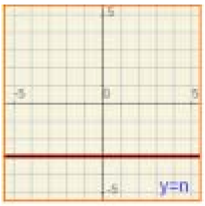
$f(x) = \frac{6}{4} = 1'5$ horas



5. Funcións cuxa gráfica é unha recta

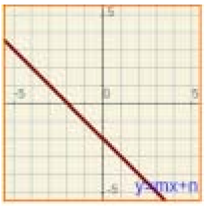
As funcións cuxa gráfica é unha liña recta son todas da forma f(x)=mx+n, é dicir, son polinomios de grao un, cando m é distinto de cero, ou de grao cero se m=0.

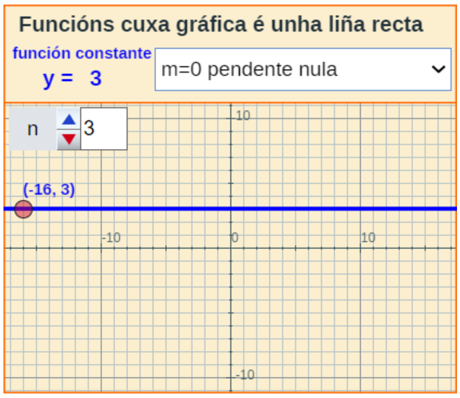
- **y=n** función **constante**, a gráfica é unha liña recta horizontal.

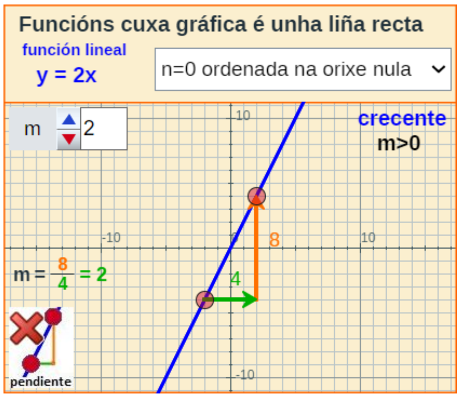


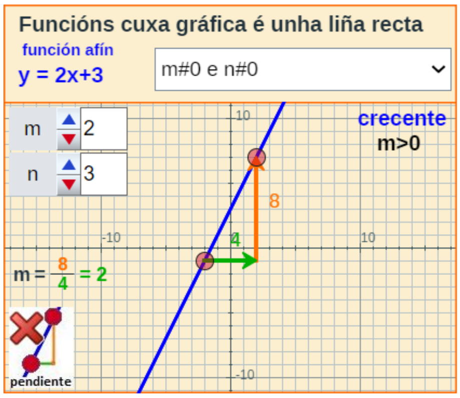
- **y=mx** con m≠0
  É unha función de proporcionalidade directa ou **lineal** e pasa pola orixe de coordenadas.

- **y=mx+n** con m≠0 y n≠0
  É unha función **afín** e non pasa pola orixe de coordenadas



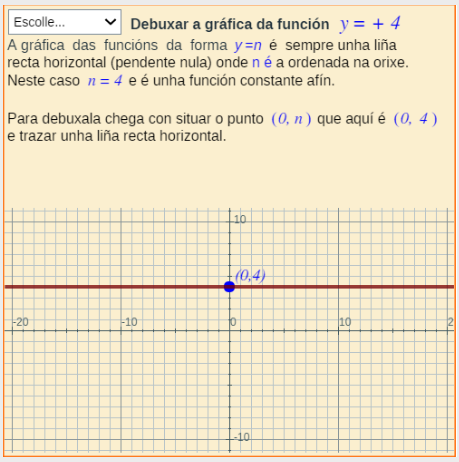


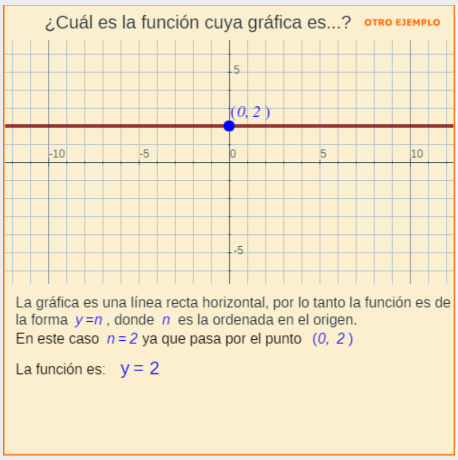




Exercicios resoltos

22. Debuxar a gráfica dunha función do tipo y = n e determinar a función cuxa gráfica é unha recta horizontal.





Exercicios resoltos

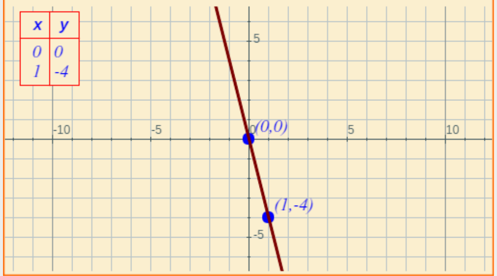
23. Debuxar a gráfica dunha función do tipo y = mx

Escolle... **Debuxar a gráfica da función** $y = -4\,x$

A gráfica das funcións da forma $y = mx$ é sempre unha liña recta. m é a pendente e a ordenada na orixe é cero. Neste caso $m = -4$ e é unha función lineal.

Para debuxala podemos optar por: debuxar dous puntos

Un punto pode ser $(0,\ 0)$, pois ao ser lineal pasa pola orixe. E outro a imagen do valor de x que queiramos. Por exemplo se $x = 1$ entón $y = -4 \cdot 1 = -4$. Debuxamos $(1,\ -4)$ e unimos os dous puntos nunha liña recta.

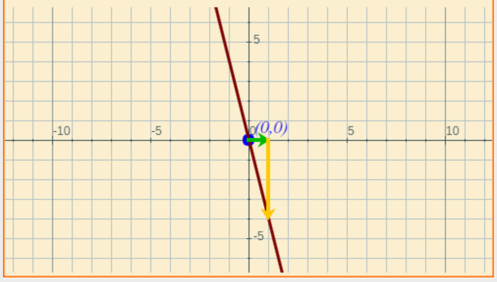


Escolle... **Debuxar a gráfica da función** $y = -4\,x$

A gráfica das funcións da forma $y = mx$ é sempre unha liña recta. m é a pendente e a ordenada na orixe é cero. Neste caso $m = -4$ e é unha función lineal.

Para debuxala podemos optar por: debuxar un punto e a pendente

O punto pode ser $(0,\ 0)$, pois ao ser lineal pasa pola orixe. A partir del desprazámonos unha posición cara a dereita e 4 cara abaixo pois a pendente $m = -4$ é negativa. Unimos o punto ao que chegamos co anterior cunha liña recta.



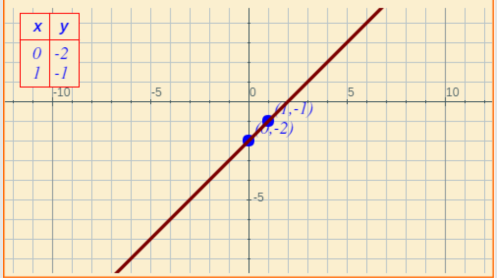
24. Debuxar a gráfica dunha función do tipo y = mx + n

Escolle... **Debuxar a gráfica da función** $y = x - 2$

A gráfica das funcións da forma $y = mx + n$ é sempre unha liña recta. m é a pendente e n é a ordenada na orixe. Neste caso $m = 1$ e $n = -2$ e é unha función afín.

Para debuxala podemos optar por: debuxar dous puntos

Un pode ser $(0,\ n)$ correspondente a $x=0$. Aquí sería $(0,\ -2)$. E outro a imagen do valor de x que queiramos. Por exemplo se $x = 1$ entón $y = 1 \cdot 1 - 2 = -1$. Debuxamos $(1,\ -1)$ e unimos os dous puntos nunha liña recta.

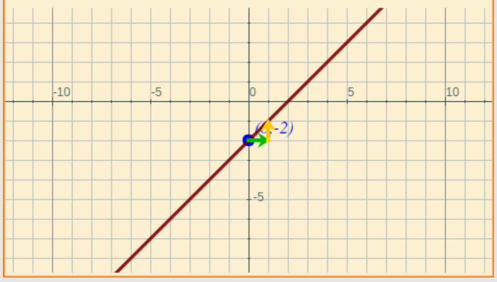


Escolle... **Debuxar a gráfica da función** $y = x - 2$

A gráfica das funcións da forma $y = mx + n$ é sempre unha liña recta. m é a pendente e n é a ordenada na orixe. Neste caso $m = 1$ e $n = -2$ e é unha función afín.

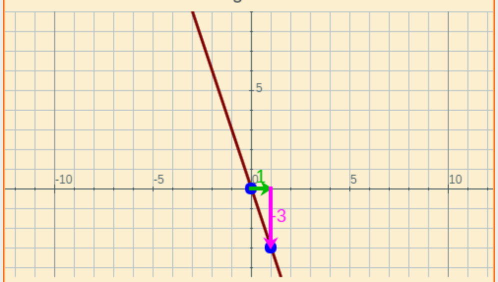
Para debuxala podemos optar por: debuxar un punto e a pendente

O punto pode ser $(0,\ n)$ correspondente a $x=0$. Aquí sería $(0,\ -2)$. A partires del desprazámonos unha posición cara a dereita e 1 cara arriba pois a pendente $m = 1$ é positiva. Unimos o punto ao que chegamos co anterior cunha liña recta.



25. Determinar a función cuxa gráfica é...

Cal é a función cuxa gráfica é...? OUTRO EXEMPLO

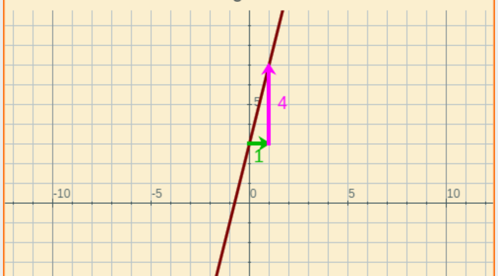


A gráfica é unha liña recta que pasa pola orixe de coordenadas $(0,0)$, polo tanto a función é da forma $y = mx$. É lineal. Para achar a pendente abonda coñecer outro punto. Por exemplo, para $x = 1$, neste caso, temos que $y = -3$. Pasa por $(1, -3)$.

Así pois a pendente é $m = \frac{-3}{1} = -3$.

A función é: $y = -3x$

Cal é a función cuxa gráfica é...? OUTRO EXEMPLO



A gráfica é unha liña recta inclinada que non pasa pola orixe de coordenadas, polo tanto a función é afín da forma $y = mx + n$, onde n é a ordenada na orixe e m é a pendente. Neste caso $n = 3$ xa que pasa polo punto $(0,\ 3)$ e $y = mx + 3$. Para achar a pendente abonda coñecer outro punto. Por exemplo, se $x = 1$, aquí temos que $y = 7$. Pasa por $(1, 7)$. Por tanto ha de ser $7 = m \cdot 1 + 3$ e consecuentemente $m = \frac{7-3}{1} = 4$

A función é: $y = 4x + 3$

Para practicar

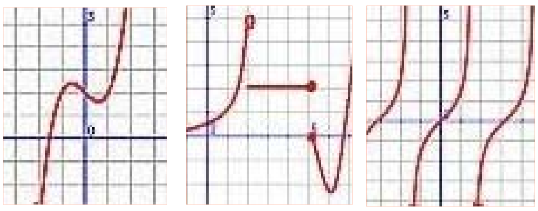
1. Completa os valores da seguinte táboa:

x	4	5	6	8	
f(x)	12	14	16		22

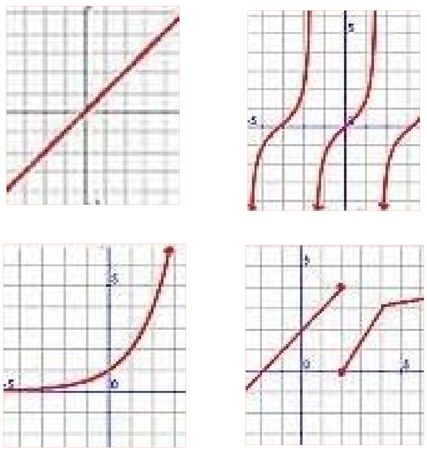
2. Coa función *f (x) = 2x+1* calcula a imaxe de − 5. Debuxa a gráfica desa función.

3. Completa a táboa de valores correspondente á función *f (x) = 4x+3*. Debuxa a gráfica desa función.

4. Entre as seguintes gráficas hai unha que non corresponde á dunha función. Xustifica cal é a gráfica.



5. Entre as seguintes gráficas hai unha que non corresponde á dunha función. Xustifica cal é a gráfica.



6. Calcula o dominio da función:

$$f(x)=2x^3+x^2+5x+5$$

7. Calcula o dominio da función:

$$f(x)=\frac{4x+2}{x-3}$$

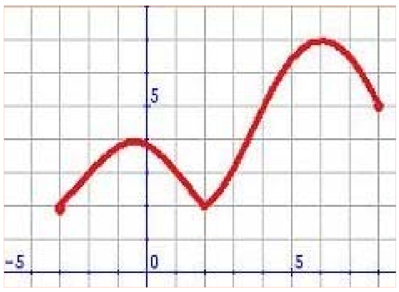
8. Calcula o percorrido da función:

$$f(x)=\frac{-5}{x}$$

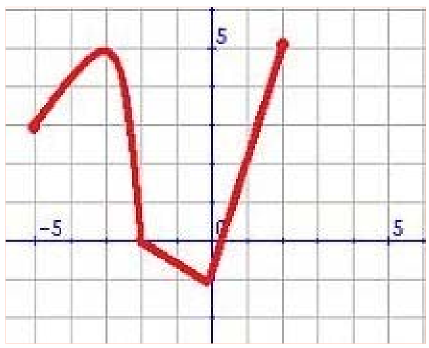
9. Calcula o percorrido da función:

$$f(x)=\frac{4}{x+5}$$

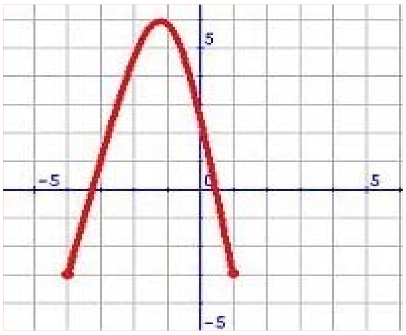
10. Determina de forma gráfica e con intervalos o dominio da seguinte gráfica:



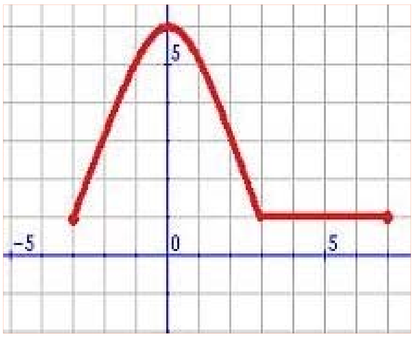
11. Determina de forma gráfica e con intervalos o dominio da seguinte gráfica:



12. Determina de forma gráfica e con intervalos o percorrido da seguinte gráfica:



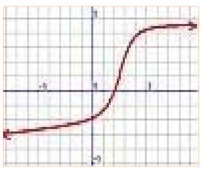
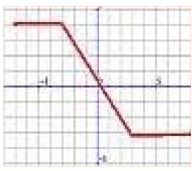
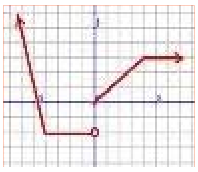
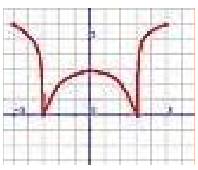
13. Determina de forma gráfica e con intervalos o percorrido da seguinte gráfica:



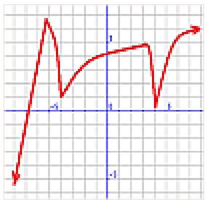
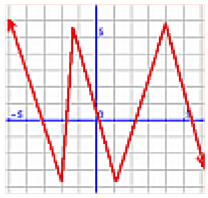
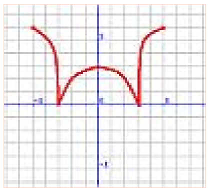
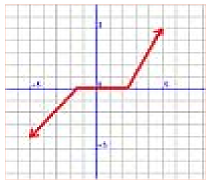
14. Calcula os puntos de corte cos eixes da función f(x)=x+5

15. Acha os puntos de corte cos eixes da función f(x)=5 – 3x

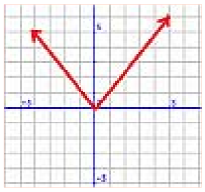
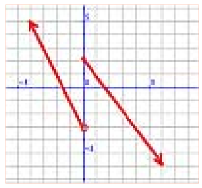
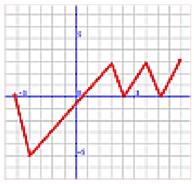
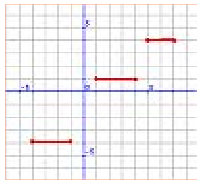
16. Entre as seguintes funcións indica a que se corresponde cunha función decrecente no punto de abscisa x=0.

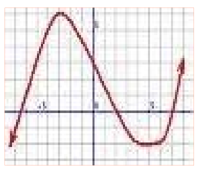
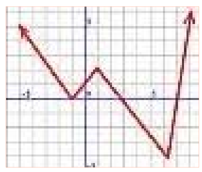
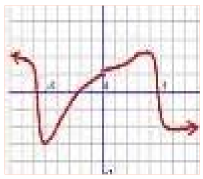
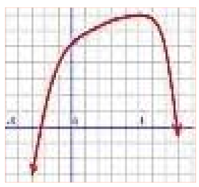
17. Entre as seguintes funcións indica a que se corresponde cunha función crecente no punto de abscisa x=0

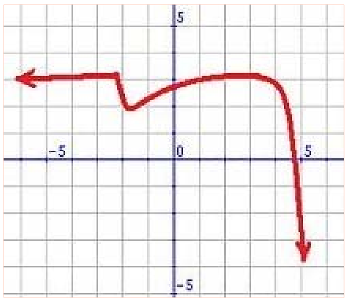
18. Entre as seguintes funcións indica a que se corresponde cunha función crecente no punto de abscisa x=0

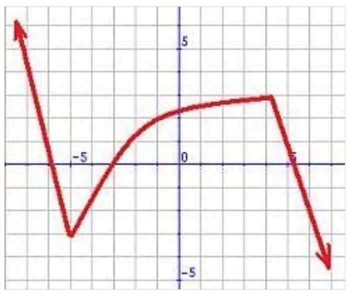
19. Entre as seguintes funcións indica a que se corresponde cunha función decrecente no punto de abscisa x=0.

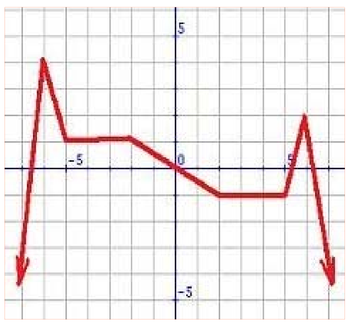
20. Na gráfica seguinte indica as coordenadas onde se alcanza un mínimo.



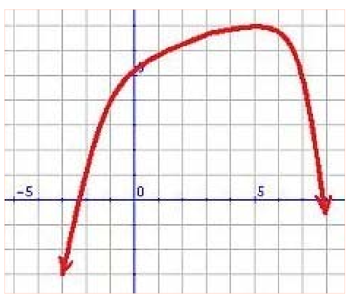
21. Na gráfica seguinte indica as coordenadas onde se alcanza un mínimo.



22. Na gráfica seguinte indica as coordenadas onde se alcanza un máximo.



23. Na gráfica seguinte indica as coordenadas onde se alcanza un máximo.



24. Clasifica a relación entre as magnitudes seguintes:
Calorías e cantidade de doce, velocidade e espazo nun tempo fixo, lado dun cadrado e perímetro, número de entradas e recadación, asistentes ao cine e prezo da entrada, gasto en combustible e número de litros, número de persoas e parte de torta, tempo que está a luz prendida e custo, número de días festivos e horas de sol.

25. Unha billa de caudal fixo enche un depósito en 8 horas. Escribe a función que relaciona o número de billas e o tempo. Se en lugar dunha houbese 5, canto tardarían?

26. Unha billa de caudal fixo enche un depósito en 5 horas. Escribe a función que relaciona o número de billas e o tempo. Se en lugar dunha houbese outra máis, canto tardarían?

27. Un mapa ten por escala 1:90000, escribe a función que corresponde coa escala. Calcula a distancia que correspondería con 2 cm nun mapa.

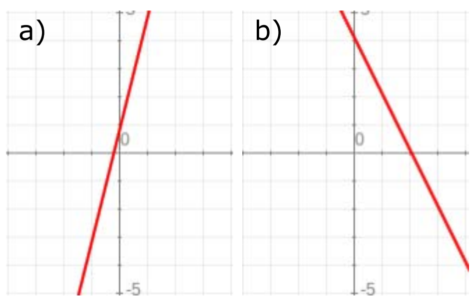
28. Un mapa ten por escala 1:60000, escribe a función que corresponde coa escala. Calcula a distancia que correspondería con 4´5 cm nun mapa.

29. Debuxa a gráfica das funcións:

a) $y = 2x - 1$

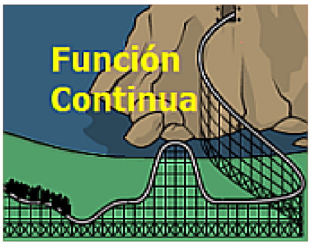
b) $y = -2x - 4$

30. Determina a expresión da función cuxa gráfica é:



Para saber máis

Idea sobre continuidade



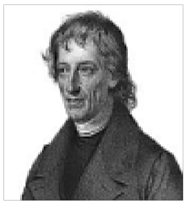
A primeira idea que imaxinamos sobre continuidade é a dun trazo que debuxamos sen levantar o lapis do papel.

O transcorrer do tempo, o desprazamento dun coche que se dirixe cara a un lugar determinado, o crecemento das plantas, dos nenos, de todos os seres viventes, as distintas posicións do sol no ceo durante o día...multitude de situacións que se asocian intuitivamente con relacións funcionais onde a continuidade é característica común.

Desde o punto de vista matemático; a continuidade é un concepto "local", é dicir, que para estudar a continuidade nun determinado valor hai que observar como se comporta a función nos arredores dese mesmo valor (contorna dese punto).

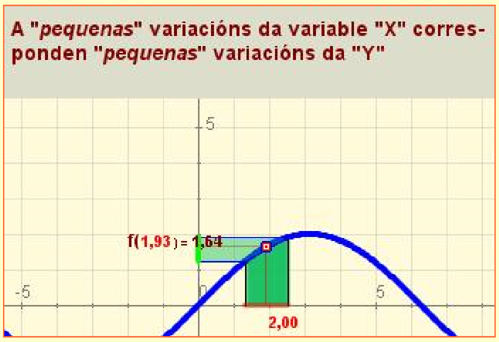
Para que unha función sexa continua nun punto do seu dominio debe comportarse de forma regular nas proximidades do mesmo. Non deben observarse saltos, no sentido de que cando a variable independente varía moi pouco, na variable dependente non se observen diferenzas significativas. A tradución á linguaxe matemática desta propiedade non é fácil; para a perfecta definición de continuidade nun punto debe recorrerse a todo un invento matemático; o concepto de límite e aos traballos, entre outros, de matemáticos como:

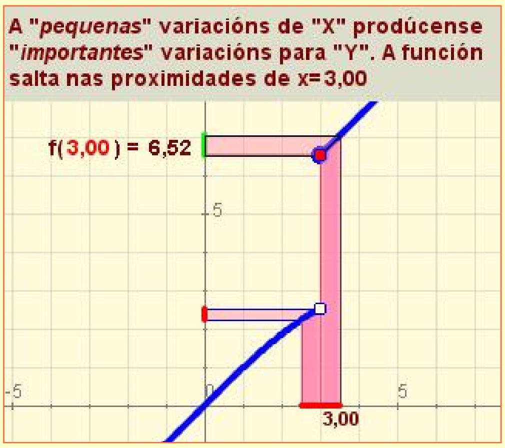

Cauchy


Bolzano


Weierstrass

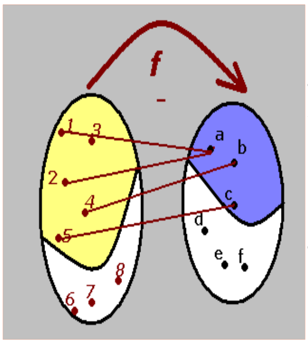
A imaxe traduce as consecuencias do que ocorre con pequenas variacións da variable independente en funcións continuas nun punto e funcións descontinuas nun punto.





Lembra o máis importante

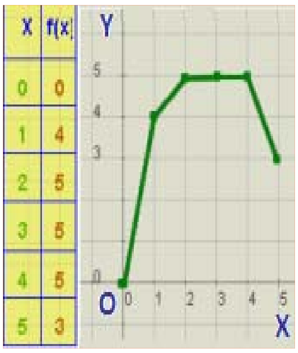
Dise que unha correspondencia entre dous conxuntos é unha **función**, cando **a cada elemento do primeiro conxunto fáiselle corresponder de forma única un elemento do segundo** que chamamos imaxe.



Dominio ou campo de existencia é o conxunto de todos os valores que toma a variable independente.

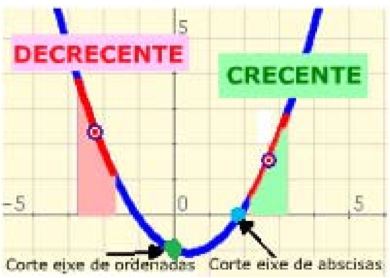
***Percorrido*, imaxe ou rango** é o conxunto de valores que toma a variable dependente.

Para representar graficamente unha función, fórmase a táboa de valores correspondente. Cada parella identifícase cun punto do plano cartesiano.

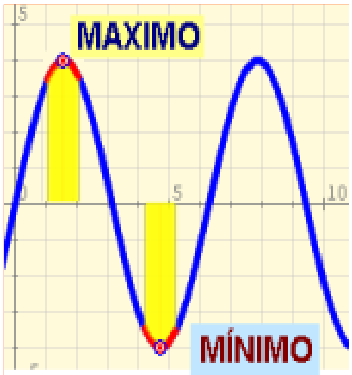


Representamos no eixe de abscisas a variable independente. Usualmente denótase como x, e ao eixe como OX. A variable dependente represéntase no eixe de ordenadas. Adóitaselle denotar como y. E o eixe como OY.

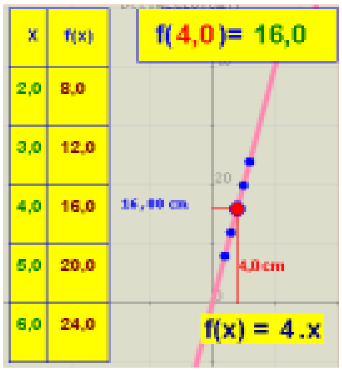
Puntos de corte cos eixes, crecemento



Extremos dunha función

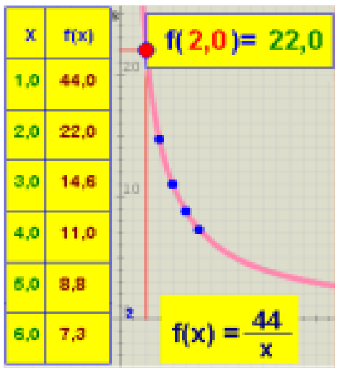


Función de proporcionalidade directa



"A máis... máis e a menos... menos"
A gráfica é unha **liña recta** que pasa pola orixe de coordenadas.

Función de proporcionalidade inversa



"A máis... menos e a menos... máis"
A gráfica é unha **hipérbole equilátera.**

Autoavaliación

1. Unha función asocia a cada valor o resultado de multiplicar por 1 e restar 2. Cal é a imaxe de 0?

2. Unha función asocia a cada número o seu dobre menos 8. Cal é o número cuxa imaxe é -8?

3. Unha función ten por fórmula f(x)=7x+2. Indica cal é o valor f(5)?

4. Unha función ten por fórmula $f(x)=\frac{4}{x}$. Indica cal é o valor de x en $f(x)=\frac{4}{8}$.

5. Un condutor vai a unha velocidade uniforme de 70 km/h. Indica a distancia que percorrería ao cabo de 5 horas.

6. Máis ou menos unha persoa inspira unha vez cada 2 segundos. Se por cada inspiración consome 3 litros de aire, calcula o volume de aire que consumiu en 14 horas.

7. Se unha función ten por fórmula $f(x)=\frac{x-12}{x-4}$. Que valor non pertence ao seu dominio?

8. Indica o valor no que a función f(x)=-3x+9 corta ao eixe de abscisas (OX).

9. Indica o valor no que a función f(x)=-6x-4 corta ao eixe de ordenadas (OY).

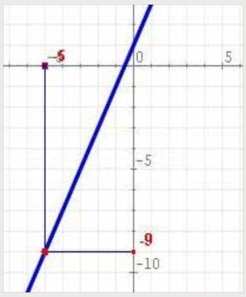
   Indica se a función que relaciona: Lado dun pentágono e perímetro, é de proporcionalidade directa, inversa ou ningunha das dúas.

10. Calcula o peso en gramos dun lingote de prata de 19x4x3 cm. A densidade da prata é 10,5 g/cm^3.

Solucións dos exercicios para practicar

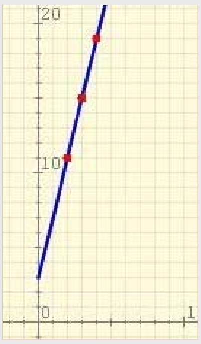
1. f(8)=20, f(9)=22

2. f(-5)=-9

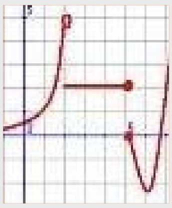


3.

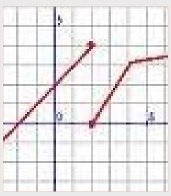
x	f(x)
2	11
3	15
4	19
5	23
7	31



4.

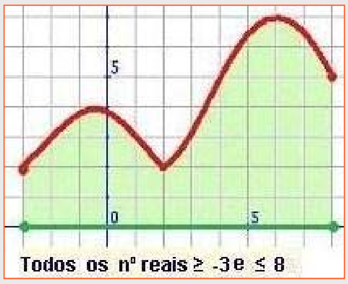


5.

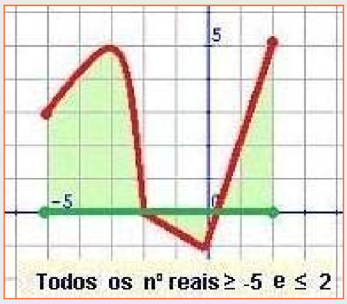


6. R= reais
7. R\{3}
8. R\{0}
9. R\{0}

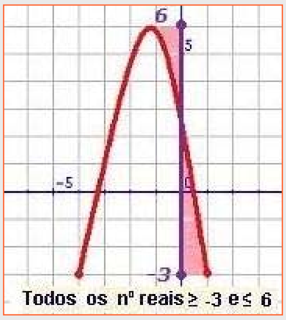
10.



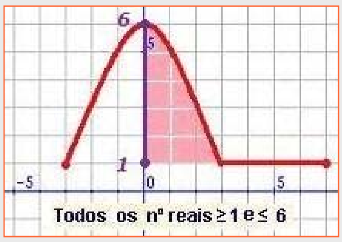
11.



12.

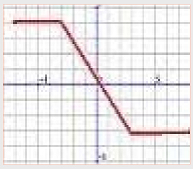


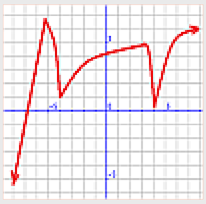
13.

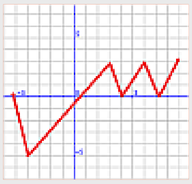


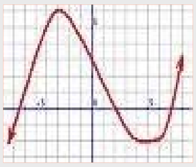
14. (– 5,0) , (0,5)

15. $(\frac{5}{3},0)$, (0,5)

16. 

17. 

18. 

19. 

20. (– 1´75,2)

21. (– 5,– 3)

22. (5,7)

23. (– 6,4) y (6,2)

24.

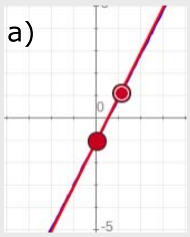
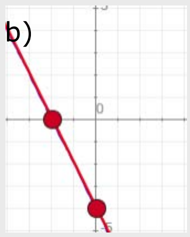
	INVERSA	DIRECTA	NINGUNHA
Lado dun cadrado e perímetro			
Lado dun cadrado e área			
Temperatura e humidade do ambiente			
Peso dunha mercancía e prezo			
Lado dun pentágono e perímetro			
Nº de xornaleiros e duración da sega			

25. $f(x) = \dfrac{8}{x}$, 1´6 horas

26. $f(x) = \dfrac{5}{x}$, 2`5 horas

27. f(x)=90000x, 4´95 km

28. f(x)=60000x, 2´7 km

29. a)  b) 

30. a) y = 4x + 1

b) y = -2x + 4

Solucións AUTOAVALIACIÓN

1. – 2
2. 0
3. 37
4. 8
5. 350
6. 75600
7. 4
8. x=3
9. y= – 4
10. Directa