6 Ecuacións

Obxectivos

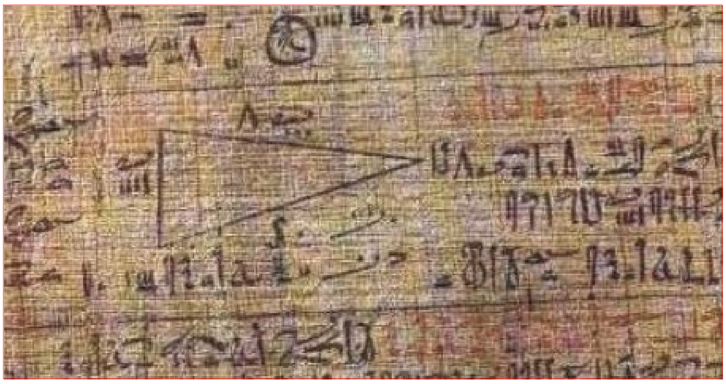
Nesta quincena aprenderás a:

- Recoñecer situacións que poden resolverse con ecuacións
- Traducir á linguaxe matemática enunciados da linguaxe ordinaria.
- Coñecer os elementos dunha ecuación.
- Resolver ecuacións de primeiro grao.
- Resolver ecuacións de segundo grao.
- Resolver problemas empregando as ecuacións.

Antes de empezar

O documento máis antigo no que se presentan problemas que se resolven con ecuacións é o papiro Rhind de 1650 a.C. (na imaxe pode verse un fragmento).

Un deses problemas di: ***"Un montón máis a sétima parte do montón é igual a 19. Canto hai no montón?"***



Observa que naquela época aínda non se empregaba o "x" para resolver as ecuacións. A linguaxe alxébrica que agora coñecemos non existía. Imaxina o esforzo e a técnica que debían de ter para enunciar e buscar solucións aos problemas con ecuacións.

Investiga:

A solución do problema do papiro é un número fraccionario (pódela ver ao final do Tema), pero se no canto de **19** poñemos **32** a solución é un número enteiro. Podes calcular de cantas unidades constaría o montón nese caso?

1. Ecuacións: ideas básicas

Igualdades e ecuacións.

Empregamos ecuacións cando tratamos de pescudar unha certa cantidade, descoñecida, pero da que sabemos que cumpre certa condición.

A cantidade descoñecida chámase **incógnita** e represéntase por **"x"** (ou calquera outra letra) e a condición que cumpre escríbese como unha igualdade alxébrica á que chamamos ecuación.

Resolver unha ecuación é atopar o ou os valores da ou das incógnitas cos que se cumpre a igualdade.

Exemplo

Situacións que se expresan con ecuacións

Unha nai reparte 57€ entre tres fillos de forma que o maior reciba 10€ máis que o segundo, e este 10€ máis que o terceiro. Canto recibe cada un?

Chamamos "x" ao diñeiro que recibe o fillo pequeno, o que recibe menos.

Logo o mediano recibe "x+10", e o maior "x+10+10"

Como en total repártense 57€, esa será a suma de "X" e "x+10" e "x+10+10"

Escribimos a ecuación

$$x+(x+10)+(x+10+10) = 57$$

ou agrupando: $3x+30 = 57$

Exemplo

Repártense 40 € para dúas persoas, de maneira que un recibe 10 € máis que o outro. Canto recibe cada un?

Chamamos "x" aos cartos que recibe a 1ª persoa, a que recibe menos.

Canto recibe entón a 2ª persoa?

A segunda persoa recibiría "x+10".

Entre as dúas repártense en total 40 €, entón a suma de "x" e "x+10" debe ser 40.

Escribimos a ecuación:

$$x+ (x+10) = 40$$

ou agrupando:

$$2x + 10 = 40$$

Elementos dunha ecuación.

Membros: Son as expresións que aparecen a cada lado da igualdade. O da esquerda chámase 1º membro. O da dereita chámase 2º membro.

Termos son os sumandos que forman os membros.

Incógnitas: Son as letras que aparecen na ecuación.

Solucións: Son os valores que deben tomar as letras para que a igualdade sexa certa.

Grao dunha ecuación: É o maior dos grados dos monomios que forman os membros.

Exemplos

$$\underbrace{3x - 5}_{1^{\circ}\text{ membro}} = \underbrace{7 - 2x}_{2^{\circ}\text{ membro}}$$

Incógnita: x

Solución: $x=\frac{12}{5}$

Grao:1

Os termos son:
3x, –5, 7, –2x

$$\underbrace{3x^2}_{1^{\circ}\text{ membro}} = \underbrace{48}_{2^{\circ}\text{ membro}}$$

Incógnita: x

Solucións: x=3, x=-3

Grao:2

Os termos son:
$3x^2$, 48

No segundo exemplo, observa que se *x* toma outro valor (por ex: 6, – 12, 5/2,...) a igualdade non se cumpre e polo tanto non son solucións.

Ecuacións equivalentes.

Chámanse **ecuacións equivalentes** ás que teñen as mesmas solucións.

- Se se suma ou resta unha cantidade, ou expresión, aos dous membros dunha ecuación obtense outra equivalente.

Regra práctica: *"o que está sumando pasa restando, ou viceversa".*

- Se se multiplican ou dividen os dous membros dunha ecuación por un número, ou expresión, obtense outra equivalente.

Regra práctica: *"o que está multiplicando pasa dividindo, ou viceversa".*

Exemplos

Unha nai reparte 57€ entre tres fillos de forma que o maior reciba 10€ máis que o segundo, e este 10€ máis que o terceiro. Canto recibe cada un?

Pequeno: x Mediano: x+10 Maior: x+10+10

Ecuación: x+(x+10)+(x+10+10) = 57

3x+30 = 57

(Facendo: 3x+10-10 = 40-10)

3x = 57 -30

3x = 27

(Facendo: $\frac{3x}{3} = \frac{27}{3}$)

$x = \frac{27}{3}$

x = 9

Repártense 40€ para dúas persoas, de maneira que un reciba 10€ máis que o outro. Canto recibe cada un?

1ª persoa recibe: x 2ª persoa recibe: x+10

Ecuación: x+(x+10)= 40

2x+10 = 40

(Facendo: 2x+10-10 = 40-10)

2x = 40 -10

2x = 30

(Facendo: $\frac{2x}{2} = \frac{30}{2}$)

$x = \frac{30}{2}$

x = 15

1ª persoa: 15€ 2ª persoa: 25€

Exercicios resoltos

1. Se ao triplo dun número lle restamos 16 obtense 20. Cal é o número?

SOLUCIÓN

Ao número que buscamos chamámolo: ***x***

Podemos formar a seguinte ecuación: **$3x - 16 = 20$**

Agrupamos $3x = 20 + 16$, $3x = 36$

Solucionamos $x = 36/3$, $x = 12$

O número buscado é 12.

2. Pedro, que actualmente ten 42 anos, ten 8 anos máis que o dobre da idade de Antón. Que idade ten Antón?

SOLUCIÓN

Á idade de Antón chamámola: ***x***

Podemos formar a seguinte ecuación: **$2x + 8 = 42$**

Agrupamos $2x = 42 - 8$, $2x = 34$

Solucionamos $x = 34/2$, $x = 17$

A idade de Antón é 17.

3. Ao sumarlle a un número 34 unidades obtense o mesmo resultado que ao multiplicalo por 3. Cal é ese número?

SOLUCIÓN

Ao número que buscamos chamámolo: ***x***

Podemos formar a seguinte ecuación: **$x + 34 = 3x$**

Agrupamos $x - 3x = -34$, $-2x = -34$

Solucionamos $x = -34/-2$, $x = 17$

O número buscado é 17.

Exercicios resoltos

4. A suma de tres números naturais consecutivos é igual ao menor máis 19. Cales son estes tres números?

SOLUCIÓN

Os números que buscamos chamámolos:	***x, x+1, x+2***
Podemos formar a seguinte ecuación:	**(x) + (x+1)+ (x+2) = x +19**
Agrupamos	x + x +1 + x + 2 = x + 19
	x + x + x – x = 19–1–2
	2x = 16
Solucionamos	x = 16/2 , x = 8

Os números buscados son 8, 9 e 10.

5. Nun traballo, Miguel gañou o dobre de cartos que Ana, e Abel o triplo de Miguel. Se en total obtiveron 144 €, canto gañou cada un?

SOLUCIÓN

Escribimos os nomes coas súas incógnitas:	Ana: ***x***, Miguel: ***2x***,
	Abel: 3·2x=***6x***
Podemos formar a seguinte ecuación:	**x+2x +6x = 144**
Agrupamos	9x = 144
Solucionamos	x = 144/9 , x = 16

Ana gañou 16€ , Miguel 32€ e Abel 96€ .

6. Tres irmáns repártense 89€. O maior debe recibir o dobre que o mediano e este 7€ máis que o pequeno. Canto recibe cada un?

SOLUCIÓN

Escribimos os irmáns coas súas incógnitas:	Pequeno: ***x***, Mediano: ***x+7***,
	Maior: ***2(x+7)***
Podemos formar a seguinte ecuación:	**(x)+(x+7)+(2(x+7))= 89**
Agrupamos	x+x+7+2x+14=89
	4x=89–7–14 , 4x=68
Solucionamos	x = 68/4 , x = 17

O pequeno recibiu 17€ , o mediano 24€ e o maior 48€ .

2. Regras para resolver unha ecuación

Ecuación sen denominadores.

Para este tipo de ecuacións seguimos os seguintes pasos:

1º Agrupar os monomios que leven a incógnita ("os x") nun membro da ecuación e os termos independentes no outro membro.

2º Despexar a incógnita: Deixar a incógnita soa nun membro da ecuación.

Exemplos

Sen parénteses

$$3x - 2 = -7x + 9$$
$$3x + 7x = 9 + 2$$
$$10x = 11$$
$$x = \frac{11}{10}$$

$$0 = 8x - 6 + 4x - 3$$
$$6 + 3 = 8x + 4x$$
$$9 = 12x$$
$$x = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

Con parénteses

$$(-3)(7 - 6x) = 9x - 8(3x - 7)$$
$$-21 + 18x = 9x - 24x + 56$$
$$18x - 9x + 24x = 56 + 21$$
$$33x = 77$$
$$x = \frac{77}{33} = \frac{7}{3}$$

$$x + 5(6 - 8x) - 4 = 4 + 5x - 2$$
$$x + 30 - 40x - 4 = 4 + 5x - 2$$
$$x - 40x - 5x = 4 - 2 - 30 + 4$$
$$(-44)x = -24$$
$$x = \frac{-24}{-44} = \frac{6}{11}$$

Ecuación con denominadores.

No caso de haber denominadores hai que tratalos antes, facemos o seguinte:

1º Calcúlase o mínimo común múltiplo de **todos** os denominadores da ecuación.

2º Redúcese a común denominador: cada termo transfórmase nunha fracción equivalente cuxo denominador sexa o mínimo común múltiplo de todos os denominadores.

3º Elimínanse os denominadores (Explicación: ao multiplicar os dous membros polo denominador común obtense unha ecuación equivalente).

4º Resólvese a ecuación, xa sen denominadores.

Exemplo

Con denominadores e sen parénteses

$$-7 + \frac{x}{6} = \frac{7x}{2} - \frac{5}{3}$$
$$-\frac{42}{6} + \frac{1x}{6} = \frac{21x}{6} - \frac{10}{6}$$
$$-42 + 1x = 21x - 10$$
$$-21x + 1x = 42 - 10$$
$$-20x = 32$$
$$x = \frac{32}{-20} = -\frac{8}{5}$$

Resolución xeral de ecuacións de primeiro grao.

No caso xeral podemos atopar parénteses e denominadores. Debemos primeiro traballar con eles.

Tendo en conta os apartados anteriores seguiremos os seguintes pasos:

1º Quitar parénteses.

2º Quitar denominadores.

3º Agrupar os monomios que levan a incógnita nun membro e os termos independentes no outro.

4º Despexar a incógnita.

Exemplo

$$\frac{5}{2}(7+x)=\frac{7x}{8}+\frac{5}{4}$$

$$\frac{35}{2}+\frac{5}{2}x=\frac{7x}{8}+\frac{5}{4}$$

$$\frac{140}{8}+\frac{20x}{8}=\frac{7x}{8}+\frac{10}{8}$$

$$140+20x=7x+10$$

$$-7x+20x=-140+10$$

$$13x=-130$$

$$x=\frac{-130}{13}=-\frac{10}{1}$$

$$x=-10$$

Exemplo

Sexa a ecuación seguinte, imos resolvela paso a paso.

$$\frac{5}{4}-\frac{x-3}{2}=2\left(\frac{7x}{4}+\frac{1}{2}\right)$$

O noso primeiro paso é quitar parénteses, lembramos que o número diante da paréntese, o 2, multiplica a todo o interior desta.

$$\frac{5}{4}-\frac{x-3}{2}=\frac{14x}{4}+\frac{2}{2}$$

Agora debemos quitar denominadores. Buscamos o m.c.m dos denominadores, desta forma facémolos iguais a través de fraccións equivalentes.

$$\frac{5}{4}-\frac{2x-6}{4}=\frac{14x}{4}+\frac{4}{4}$$

Unha vez que temos os denominadores iguais, podémolos quitar para quedarmos só cos numeradores, xa que se os denominadores son iguais, entón os numeradores deben ser iguais. Ten coidado cos signos diante da fracción, mira que lle pasou ao termo:

$-\frac{2x-6}{4}$ convértese en $-2x+6$

queda:

$$5-2x+6=14x+4$$

Agrupamos os monomios a un lado e os números ao outro.

$$-14x-2x=-5+4-6$$

$$-16x=-7$$

Despexamos o *x* ou incógnita.

$$x=\frac{-7}{-16}=\frac{7}{16}$$

Exercicios resoltos

(Resolve as seguintes ecuacións)

7. $4 - 7(2x - 3) = 3x - 4(3x - 5)$

SOLUCIÓN

$$4 - 14x + 21 = 3x - 12x + 20$$
$$-14x - 3x + 12x = 20 - 4 - 21$$
$$-5x = -5$$
$$x = \frac{-5}{-5}$$
$$\mathbf{x = 1}$$

8. $4 - \frac{3-2x}{5} = 7$

SOLUCIÓN

$$\frac{20}{5} - \frac{3-2x}{5} = \frac{35}{5}$$
$$20 - 3 + 2x = 35$$
$$2x = 35 - 20 + 3$$
$$2x = 18$$
$$x = \frac{18}{2}$$
$$\mathbf{x = 9}$$

9. $\frac{2x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}\left(x - \frac{7}{3}\right)$

SOLUCIÓN

$$\frac{2x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{x}{3} - \frac{7}{9}$$
$$\frac{12x}{18} - \frac{9}{18} = \frac{6x}{18} - \frac{14}{18}$$
$$12x - 9 = 6x - 14$$
$$12x - 6x = -14 + 9$$
$$6x = -5$$
$$\mathbf{x = -\frac{5}{6}}$$

Exercicios resoltos

(Resolve as seguintes ecuacións)

10. $$2\left(\frac{x}{5}+\frac{x}{3}\right)-\frac{3x}{10}=3\left(\frac{1}{3}+\frac{2x}{5}\right)-1$$

SOLUCIÓN

$$\frac{2x}{5}+\frac{2x}{3}-\frac{3x}{10}=1+\frac{6x}{5}-1$$
$$\frac{2x}{5}+\frac{2x}{3}-\frac{3x}{10}=\frac{6x}{5}$$
$$\frac{12x}{30}+\frac{20x}{30}-\frac{9x}{30}=\frac{36x}{30}$$
$$12x+20x-9x-36x=0$$
$$-13x=0$$
$$x=\frac{0}{-13}$$
$$\mathbf{x=0}$$

11. $$\frac{1-x}{3}-\frac{x-1}{12}=\frac{3x-1}{4}$$

SOLUCIÓN

$$\frac{4-4x}{12}-\frac{x-1}{12}=\frac{9x-3}{12}$$
$$4-4x-x+1=9x-3$$
$$4+1+3=9x+4x+x$$
$$8=14x$$
$$x=\frac{8}{14}$$
$$\mathbf{x=\frac{4}{7}}$$

12. $$5-2\left(\frac{x}{5}+1\right)=\frac{x}{10}+3\left(\frac{x}{2}-1\right)$$

SOLUCIÓN

$$5-\frac{2x}{5}-2=\frac{x}{10}+\frac{3x}{2}-3$$
$$\frac{50}{10}-\frac{4x}{10}-\frac{20}{10}=\frac{x}{10}+\frac{15x}{10}-\frac{30}{10}$$
$$50-4x-20=x+15x-30$$
$$50-20+30=x+15x+4x$$
$$60=20x$$
$$x=\frac{60}{20}$$
$$\mathbf{x=3}$$

3. Ecuacións de segundo grao

Definición. Tipos

Unha **ecuación de segundo grao cunha incógnita é** unha igualdade alxébrica que se pode expresar na forma: $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, sendo **a**, **b** e **c** números reais e $\mathbf{a \neq 0}$.

- Os **coeficientes** da ecuación son a e b. O **termo independente** é c.
- Se b≠0 e c≠0, dise que a ecuación é **completa**.
- Se b=0 ou c=0 a ecuación é **incompleta**.

Ecuación de segundo grao **completa**: $3x^2 + 4x + 2 = 0$

a=3 ; b=4 ; c=2

Ecuación de segundo grao **incompleta**: $3x^2 + 2 = 0$

a=3 ; b=0 ; c=2

Resolución de ax²+bx=0

A ecuación de segundo grao **incompleta** do tipo $\mathbf{ax^2+bx=0}$ ten dúas solucións: $\mathbf{x_1=0}$ e $\mathbf{x_2=-b/a}$

Resólvese sacando factor común x e igualando os dous factores a cero.

$$\boxed{3x^2 + 9x = 0}$$

$$x(3x+9) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x + 9 = 0 \rightarrow x = -3 \end{cases}$$

Resolución de ax²+c=0

A ecuación de segundo grao **incompleta** do tipo $\mathbf{ax^2+c=0}$, pode non ter solución ou ter dúas solucións distintas da forma $x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$

$$\boxed{3x^2 - 9 = 0}$$

$$x^2 = 3 \rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

Resolución de ax²+bx+c=0

A ecuación de segundo grao **completa** é unha igualdade alxébrica que se pode expresar da forma $\mathbf{ax^2+bx+c=0}$, sendo a, b e c números reais e $\mathbf{a \neq 0}$

Para obter as solucións utilizamos a fórmula

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

$$\boxed{x^2 - 5x + 6 = 0}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2} = $$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

EXERCICIOS resoltos

13. Resolve as seguintes ecuacións de segundo grao incompletas:

a) $x^2 - 6x = 0$ Sol: $x(x-6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 6 = 0 \rightarrow x = 6 \end{cases}$

b) $x^2 + 27x = 0$ Sol: $x(x+27) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 27 = 0 \rightarrow x = -27 \end{cases}$

c) $3x^2 + 5x = 0$ Sol: $x(3x+5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x + 5 = 0 \rightarrow x = -\dfrac{5}{3} \end{cases}$

14. Resolve as seguintes ecuacións de segundo grao incompletas:

a) $x^2 - 36 = 0$ Sol: $x^2 = 36 \rightarrow x = \pm\sqrt{36} \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -6 \end{cases}$

b) $4x^2 - 9 = 0$ Sol: $x^2 = \dfrac{9}{4} \rightarrow x = \pm\sqrt{\dfrac{9}{4}} \rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{3}{2} \\ x = -\dfrac{3}{2} \end{cases}$

c) $x^2 + 9 = 0$ Sol: $x^2 = -9 \rightarrow$ Non hai solución

15. Resolve as seguintes ecuacións de segundo grao completas:

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$ Sol: $x = \dfrac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \dfrac{7 \pm \sqrt{9}}{2} = \dfrac{7 \pm 3}{2} = \left\langle \begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix} \right.$

b) $3x^2 + 17x + 20 = 0$ Sol: $x = \dfrac{-17 \pm \sqrt{289 - 240}}{6} = \dfrac{-17 \pm \sqrt{49}}{6} = \dfrac{-17 \pm 7}{6} = \left\langle \begin{matrix} \frac{-5}{3} \\ -4 \end{matrix} \right.$

c) $3x^2 + 5x + 4 = 0$ Sol: $x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{25 - 48}}{6} = \dfrac{-5 \pm \sqrt{-23}}{6} \rightarrow$ Non hai solución

4. Aplicacións

Problemas que dan lugar a ecuacións.

Para traducir un problema á linguaxe alxébrica e atopar a súa solución, o primeiro e máis importante é ler con moita atención o enunciado entendéndoo completamente, despois hai que dar os seguintes pasos:

1) Establecer con precisión cal será a incógnita.

2) Expresar como unha ecuación a relación contida no enunciado.

3) Resolver a ecuación.

4) Interpretar a solución da ecuación no contexto do enunciado.

5) Comprobar que a solución obtida cumpre as condicións do enunciado.

Exemplo

Unha parcela rectangular ten unha superficie de 7500 m². Se mide o triplo de longo que de largo ¿cales son as dimensións da parcela?

Chamamos: x ao largo da parcela

O longo é o triplo do largo: 3x

Escribimos a ecuación: $3x \cdot x = 7500$

Que resolvemos,

$$3x^2 = 7500 \rightarrow x^2 = \frac{7500}{3} = 2500 \rightarrow$$

$$x = \pm\sqrt{2500} = \begin{cases} x = 50 \\ x = -50 \quad \text{Non vale} \end{cases}$$

A solución é 50 m de largo por 150 m de longo, de feito 50·150 = 7500 m².

O último paso, a comprobación, é moi importante para verificar que resolvemos ben o exercicio.

Exemplo

Unha pluma é 3 € máis cara que un bolígrafo. Por dúas plumas e 4 bolígrafos pagamos 11´4 €. Canto custa a pluma e canto o bolígrafo?

Para establecer a incógnita debo fixarme na pregunta, moitas veces axúdame a saber quen é o *x*.
O bolígrafo é o artigo de menor prezo, escollémolo como a incógnita.

x= prezo do bolígrafo
Entón a pluma custará x+3

Escribimos a ecuación prestando atención ás relacións establecidas no enunciado.

2(3+x)+4x=11´4

Para resolver a ecuación, quitamos parénteses e denominadores se os hai. Agrupamos:

6+2x+4x=11´4
6x=11´4 – 6
6x=5´4

Despexamos *x*,

$$x = \frac{5'4}{6} = 0'9$$

Interpretamos a solución da ecuación.

O bolígrafo custa 0´9 € e a pluma vale 3´9 €.

Comprobamos, dúas plumas custan 7´80 €, 4 bolígrafos 3´60 €. En total pagamos 11´40 €.

Para practicar

NOTA IMPORTANTE

Non esquezas comprobar as solucións e interpretalas dentro dos enunciados dos problemas.

1. Resolve a ecuación:

$$-6-7(8x-4)=-(7-9x)-(x-9)$$

2. Paulo é 4 anos máis novo que a súa irmá María e 2 anos maior que o seu irmán Federico. Entre os tres igualan a idade da súa nai, que ten 59 anos. Que idade ten cada un?

3. Resolve a ecuación:

$$\frac{7}{2}-\frac{x}{8}=\frac{7x}{4}-\frac{1}{4}$$

4. Lourenzo gasta a metade dos seus cartos nun videoxogo, e a sétima parte en ir ao cine. Cantos cartos tiña se aínda lle quedan 15 €?

5. Achar os lados dun rectángulo de 27 cm de perímetro se a base é 2/7 da altura.

6. Resolve a ecuación:

$$\frac{1}{2}=\frac{5x+1}{5}-\frac{9-2x}{4}$$

7. Pomba, Paulo e André reciben 1638 € como pago por un traballo que realizaron. Se Paulo traballou o triplo de días que André e Pomba o triplo que Paulo, como farán o reparto dos cartos?

8. Resolve a ecuación:

$$(-2)(2-4x)=3x-7(7x-2)$$

9. A idade de Federico é triplo da de María e a de Paulo é a terceira parte da de María. A suma das idades de Federico e Paulo é 80 anos. Pescudar as idades dos tres.

10. Resolve a ecuación:

$$7+x=\frac{7x}{2}-\frac{1}{2}$$

11. A suma das idades de dous amigos é 44. Sabemos que un deles é 2 anos maior que o outro. Pescudar a idade de cada un.

12. Resolve a ecuación:

$$\frac{7}{4}+\frac{x-2}{4}=2\left(\frac{7x}{6}-\frac{5}{2}\right)$$

13. Dentro de 10 anos Xan duplicará a idade que tiña fai 4 anos. Cal é a súa idade actual?

14. Resolve a ecuación:

$$\frac{7}{2}\left(-5x+\frac{1}{4}\right)=\frac{5}{2}+\frac{x}{8}$$

15. Sé á terceira parte dun número lle sumamos a súa quinta parte e ademais lle engadimos 14, obtemos dito número. De que número se trata?

16. O prezo de 2 iogures gregos e 4 iogures de coco é 3 €. O iogur grego vale 30 céntimos máis que o de coco. Calcular o prezo de cada un.

17. Tres irmáns repártense 96 € da seguinte maneira: o mediano recibe 12 € menos que o maior. E o pequeno recibe a terceira parte que o mediano. Canto recibe cada un?

18. Pomba, Paulo e André comparten a propiedade dun terreo de 1638 Ha. Paulo ten o dobre de terreo que André e Pomba o triplo que Paulo. Que superficie de terreo ten cada un?

19. Percorremos a terceira parte dun camiño e aínda nos quedan 2 Km para chegar á metade. Que lonxitude ten o camiño?

20. A suma de tres números consecutivos excede en 10 unidades ao dobre do maior dos tres. Cales son eses números?

21. Resolve a ecuación:

$$\frac{1}{2}(7+x)=\frac{7x}{6}-\frac{5}{2}$$

22. Resolve a ecuación:

$$\frac{5}{2}\left(-5-\frac{x}{2}\right)=\frac{5x}{2}+\frac{5}{4}$$

23. Resolve a ecuación:

$$\frac{5}{2}+\frac{x-2}{2}=2\left(\frac{5x}{4}+\frac{1}{2}\right)$$

24. Resolve a ecuación:

$$\frac{9}{4}-\frac{x-1}{2}=\frac{5x}{6}$$

25. Resolve a ecuación:

$$5+x=\frac{7x}{4}+\frac{1}{2}$$

26. Resolve a ecuación:

$$\frac{7}{3}-\frac{x}{6}=\frac{5x}{6}-\frac{1}{3}$$

27. Resolve a ecuación:

$$-5+\frac{x}{6}=\frac{7x}{6}+\frac{1}{3}$$

28. Resolve a ecuación:

$$x+7(8-9x)-8=5+6x-8$$

29. Resolve a ecuación:

$$(-5)(4-5x)=7x-3(3x-9)$$

30. Resolve a ecuación:

$$-2-2(3x-8)=-(1-9x)-(x-3)$$

31. Resolve

a) $x^2-5x=0$

b) $x^2+3x=0$

c) $x^2-9=0$

d) $x^2+5=0$

32. Resolve

a) $x^2-5x+6=0$

b) $x^2-3x-4=0$

c) $x^2+3x-10=0$

d) $x^2-6x+9=0$

33. A suma dun número natural e o seu cadrado é 42. De que número se trata?

34. A diagonal dun rectángulo mide 10 cm. Acha as súas dimensións se un lado mide 2 cm menos có outro.

35. Encontra dous números positivos que se diferencien en 7 unidades sabendo que o seu produto é 44.

36. Encontra dous números cuxa suma sexa 10 e o seu produto 24.

37. Un campo de fútbol mide 30 m máis de longo que de largo e a súa área é de 7000 m^2, acha as súas dimensións.

38. Temos un arame de 17 cm. Como temos que dobralo para que forme un ángulo recto de modo que os seus extremos queden a 13 cm?

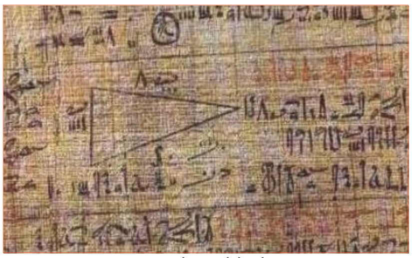
Para saber máis

O problema do papiro Rhind enunciado ao principio do tema corresponde á ecuación:

$$x+\frac{x}{7}=19$$

cuxa solución é $x=\frac{133}{8}$

(ou como consta no papiro $16+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$).


Papiro Rhind

Desde o papiro Rhind, e ao longo de máis de 3000 anos, hai testemuños escritos de moitos problemas que poden resolverse con ecuacións de primeiro grao.

Na Antoloxía Palatina ou Antoloxía Grega, do século V, recóllense máis de 40 problemas dese tipo.


Antoloxía Palatina, British Museum de Londres

Propoñémosche tres destes problemas chamados "clásicos".

1) Diofanto foi un xeómetra grego que viviu no século III a. C. a súa mocidade ocupou a sexta parte da súa vida; despois, durante a doceava parte, a súa fazula cubriuse de vello; pasou aínda unha septima parte da súa vida antes de tomar esposa e o seu fillo naceu cinco anos despois. Ao alcanzar este a metade da idade do seu pai, pereceu dunha morte desgraciada.O seu pai sobreviviulle catro anos máis. A que idade morreu diofanto?

$$\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5+\frac{x}{2}+4=x$$

$$\frac{14x}{84}+\frac{7x}{84}+\frac{12x}{84}+\frac{420}{84}+\frac{42x}{84}+\frac{336}{84}=\frac{84x}{84}$$

$$\mathbf{x = 84}$$

2) A quinta parte dun enxame de abellas pousouse sobre a flor da xara, a terceira na flor do romeu, o triplo da diferenza entre estes dous números voou sobre unha flor de lavanda, e unha abella quedou soa no aire atraída polo perfume dun xasmín. Cantas abellas tiña o enxame?

$$\frac{x}{5}+\frac{x}{3}+3\left(\frac{x}{3}-\frac{x}{5}\right)+1=x$$

$$\frac{x}{5}+\frac{x}{3}+x-\frac{3x}{5}+1=x$$

$$\frac{3x}{15}+\frac{5x}{15}-\frac{9x}{15}+\frac{15}{15}=0$$

$$\mathbf{x = 15}$$

3) Os reis dunha dinastía tiveron nove nomes diferentes. A terceira parte do total destes reis levou o primeiro destes nomes; a cuarta parte o segundo; a oitava parte o terceiro; a doceava parte o cuarto; cada un dos nomes restantes levounos un só rei. Cantos reis tivo a dinastía?

$$\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+\frac{x}{8}+\frac{x}{12}+5=x$$

$$\frac{8x}{24}+\frac{6x}{24}+\frac{3x}{24}+\frac{2x}{24}+\frac{120}{24}=\frac{24x}{24}$$

$$\mathbf{x = 24}$$

Lembra o máis importante

Ecuacións: ideas básicas

- Cando tratamos de calcular unha certa cantidade, **a incógnita**, que sabemos que cumpre unha condición, representamos a cantidade descoñecida por "x" (ou calquera outra letra) e a condición que cumpre escríbese como unha igualdade alxébrica á que chamamos **ecuación.**
- **Resolver** unha ecuación é atopar o ou os valores da ou das incógnitas cos que se cumpre a igualdade.
- **Membros**: Son as expresións que aparecen a cada lado da igualdade. O da esquerda chámase 1º membro. O da dereita chámase 2º membro.
- **Termos:** son os sumandos que forman os membros.
- **Solucións:** Son os valores que deben tomar as letras para que a igualdade sexa certa.
- **Grao** dunha ecuación: É o maior dos graos dos monomios que forman os membros.

Ecuacións equivalentes. Resolución de ecuacións.

- Chámanselle ecuacións equivalentes ás que teñen as mesmas solucións.
- Se se suma ou resta unha cantidade ou expresión aos dous membros dunha ecuación obtense outra equivalente.
- Se se multiplican ou dividen os dous membros dunha ecuación por un número (ou unha expresión alxébrica) obtense outra equivalente.

Regras prácticas:

"o que está sumando pasa restando e o que está restando pasa sumando"

"o que está multiplicando pasa dividindo e o que está dividindo pasa multiplicando"

Para resolver problemas, despois de comprender o enunciado:

- Establecer con precisión cal será a incógnita.
- Expresar como unha ecuación a relación contida no enunciado.
- Resolver a ecuación.
- Interpretar a solución da ecuación no contexto do enunciado.
- Comprobar que a solución obtida cumpre as condicións do enunciado.

Para resolver ecuacións

Para resolver ecuacións de primeiro grao, os pasos a seguir son:

- Quitar parénteses.
- Quitar denominadores.
- Agrupar os monomios que levan a incógnita nun membro e os termos independentes no outro.
- Despexar a incógnita.

Ecuación de segundo grao

Completas: $ax^2+bx+c=0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

- Se $b^2-4ac>0$ ten 2 solucións
- Se $b^2-4ac=0$ ten 1 solución dobre
- Se $b^2-4ac<0$ non ten solución

Incompletas: Se b=0 ou c=0

- $ax^2+c=0 \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$
  - -c/a>0, dúas solucións
  - -c/a<0, non hai solución
  - c=0, unha solución dobre, x=0
- $ax^2+bx=0$
  Solucións: x=0, x=-b/a

Autoavaliación

1. Resolve a ecuación $(x-8)\,14 = -28$

2. Nun rectángulo de perímetro 38 cm a base é 3 cm máis longa que a altura. Calcular a lonxitude da base.

3. Percorremos a sétima parte dun camiño e aínda nos faltan 8 Km para chegar á sexta parte. Que lonxitude ten o camiño?

4. Resolve a ecuación; $2x^2 - 72 = 0$

5. Resolve a ecuación: $\frac{1\ 1}{2} = \left(x + \frac{2\ \ 7}{2}\right)\frac{1}{3}$

6. Resolve a ecuación: $x^2 + 6x - 160 = 0$

7. Resolve a ecuación: $\frac{x-2}{7} - \frac{7-x}{2} = 2$

8. Por 4 pantalóns e 3 camisetas pagamos 87 €. Se un pantalón custa 6 € máis que unha camiseta, canto custa unha camiseta?

9. O cadrado dun número positivo máis o dobre do seu oposto é 15. Cal é o número?

10. A superficie dunha finca é de 156 Ha. Un oliveiral ocupa a metade que un campo de aciñeiras, e o trigo ocupa a terceira parte que as aciñeiras. Tamén hai unha superficie de 2 Ha. dedicada a horta. Canto ocupa o campo de aciñeiras?

Solucións dos exercicios para practicar

1. 5/16
2. Federico:17 anos; Paulo:19 anos; María: 23 anos
3. 2
4. 442 €
5. Altura=10,5 cm; base=3 cm
6. 17/10
7. André recibe 126 €; Paulo, 378 €; Pomba, 1134 €
8. 1/3
9. María:24 anos; Federico:72 anos; Paulo:8 anos
10. 3
11. Un amigo ten 21 anos e o outro 23 anos
12. 3
13. 18 anos
14. -13/141
15. 30
16. Iogur de coco:0,40€; iogur grego:0,70€
17. Maior:48 €; mediano:36 €; pequeno:12 €
18. André:182 Ha; Paulo:364 Ha; Pomba:1092 Ha.
19. 12 Km
20. 11, 12 e 13
21. 9
22. -11/3
23. 1/4
24. 33/16
25. 6
26. 8/3
27. -16/3
28. 3/4
29. 47/27
30. 6/7
31. a) x=0 x=5 b) x=3 x=-3 c) x=0 x=-3 d) Non hai solución
32. a) x=2 x=3 b) x=-1 x=4 c) x=2 x=-5 d) x=3 x=3
33. 12
34. 6
35. 8 e 6
36. 11 e 4
37. 6 e 4
38. 100 e 70

Solucións AUTOAVALIACIÓN

1. 6
2. 8 cm
3. 336 Km
4. 6 e -6
5. 3
6. 10 e -16
7. 9
8. 9 €
9. 5
10. 84 Ha