

6

Ecuaciones

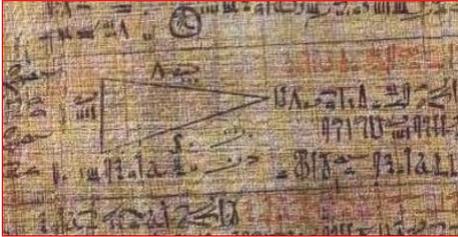
Contenidos

1. Ecuaciones: ideas básicas
Igualdades y ecuaciones
Elementos de una ecuación
Ecuaciones equivalentes
2. Reglas para resolver una ecuación
Sin denominadores
Con denominadores
Resolución general de ecuaciones
3. Ecuaciones de segundo grado
Definición. Tipos
Resolución de $ax^2+bx=0$
Resolución de $ax^2+c=0$
Resolución de $ax^2+bx+c=0$
4. Aplicaciones
Problemas con ecuaciones

Objetivos

- Reconocer situaciones que pueden resolverse con ecuaciones.
- Traducir al lenguaje matemático enunciados del lenguaje ordinario.
- Conocer los elementos de una ecuación.
- Resolver ecuaciones de primer grado.
- Resolver ecuaciones de segundo grado.
- Resolver problemas utilizando las ecuaciones.

Antes de empezar



Investiga

Lee el texto sobre el papiro de Rhind e intenta **resolver el siguiente problema**: "Un montón más la séptima parte del montón es igual a 32. ¿Cuánto hay en el montón?"

Recuerda

Pulsa el botón  para repasar lo que sabías de ecuaciones.

Pulsa  para ir a la página siguiente.

1. Ecuaciones: ideas básicas

1.a. Igualdades y ecuaciones

Lee el texto de la pantalla: "Utilizamos ecuaciones cuando tratamos de averiguar..."

CONTESTA ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿Cómo se llama la cantidad desconocida que se representa mediante una letra?	
¿Cómo se llama la igualdad algebraica que expresa la condición que cumple la cantidad desconocida?	
¿Cómo se llama encontrar el valor o valores de las letras con los que se cumple la igualdad?	

En la escena de la derecha tienes varios ejemplos de situaciones que se expresan con ecuaciones.

Pulsa  para ver los pasos que se dan para expresar cada situación con una ecuación.

Elige **dos ejemplos** y cópialos a continuación:

Ejemplo 1	Situación:	
	La "x" representa:	
	Los otros datos:	
	Ecuación:	
Ejemplo 2	Situación:	
	La "x" representa:	
	Los otros datos:	
	Ecuación:	

Pulsa  para ir a la página siguiente.

1.b. Elementos de una ecuación

Lee cuáles son los elementos de una ecuación. En la escena de la derecha tienes varios ejemplos. **Elige cuatro** de ellos y completa la siguiente tabla:

Ecuación	1 ^{er} miembro	2 ^º miembro	Grado	Incógnita	Soluciones

Pulsa en el botón  para hacer unos ejercicios.

En la escena de la nueva ventana encontrarás ejercicios en los que comprobar si determinado número es solución de una ecuación.

Contiene dos series: la primera son dos ejemplos y la segunda consta de diez ejercicios guiados. Lee atentamente los ejemplos y haz clic en ">>" para pasar a los ejercicios.

Haz los ejercicios anotando en tu cuaderno todos los pasos.

A continuación, **copia la resolución de los tres últimos ejercicios de la serie 2**, respondiendo a la pregunta de si el número es solución o no de la ecuación:

Ejercicio 8	Ejercicio 9	Ejercicio 10

Pulsa  para ir a la página siguiente.

1.c. Ecuaciones equivalentes

Lee el texto de la pantalla: "Se llaman **ecuaciones equivalentes**..."

CONTESTA ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿Qué son ecuaciones equivalentes?	
¿Qué propiedad, que tiene que ver con la suma y la resta, se usa para obtener otra ecuación equivalente?	
¿Qué propiedad, que tiene que ver con la multiplicación y la división, se usa para obtener otra ecuación equivalente?	

En la escena de la derecha tienes muchos ejemplos de obtención de ecuaciones equivalentes. Pulsa para ver los pasos que se dan para obtener una ecuación equivalente usando una de las dos propiedades que hemos visto anteriormente. Fíjate que en algunos ejemplos se aplica la propiedad distributiva y que al final se simplifica la ecuación reduciendo términos semejantes, es decir, se suman o restan los términos con la misma parte literal.

Elige **cuatro ejemplos** y cópialos a continuación:

Ejemplo 1	Ecuación:	
Propiedad que aplicamos:		
Ecuación equivalente:		
Reducimos términos semejantes:		
Ejemplo 2	Ecuación:	
Propiedad que aplicamos:		
Ecuación equivalente:		
Reducimos términos semejantes:		
Ejemplo 3	Ecuación:	
Propiedad que aplicamos:		
Ecuación equivalente:		
Reducimos términos semejantes:		
Ejemplo 4	Ecuación:	
Propiedad que aplicamos:		
Ecuación equivalente:		
Reducimos términos semejantes:		

Haz clic en el botón  para hacer unos ejercicios.

En la escena de la nueva ventana encontrarás ejercicios en los que obtener una ecuación equivalente a otra. Tiene dos series: la primera son dos ejemplos y la segunda consta de nueve ejercicios guiados. Lee atentamente los ejemplos y haz clic en ">>" para pasar a los ejercicios.

Haz los ejercicios anotando en tu cuaderno todos los pasos.

A continuación, **elige tres ejercicios de la serie 2 y copia su resolución:**

Ejercicio __	Ejercicio __	Ejercicio __
--------------	--------------	--------------

Realiza los siguientes ejercicios en tu cuaderno **sin el ordenador.**

EJERCICIOS de Refuerzo

- A.** Expresa mediante una ecuación la siguiente situación: "Repartimos 92 € entre dos amigos de modo que uno reciba el triple que el otro".
- B.** Indica cuáles son los **términos** de las siguientes ecuaciones:
- | | |
|----------------------|---------------------------------|
| a) $2x + 7 = 8 - 5x$ | c) $13 - 2y = -1 + \frac{y}{4}$ |
| b) $10x^2 = -4$ | d) $3x^3 - x^2 + x - 234 = 0$ |
- C.** Averigua si $x = -3$ es solución de las siguientes ecuaciones:
- | | |
|--------------------------|---------------------------------|
| a) $x + 7 = 7 - x$ | c) $16 - 2x = 23 - \frac{x}{3}$ |
| b) $10x - 4 = 2(3x - 8)$ | d) $x^3 - x^2 + 5x + 51 = 0$ |
- D.** Averigua si son equivalentes las ecuaciones $25x + 50 = -100$ y $x + 2 = -4$.
- E.** La ecuación $x^3 - 20x + a = 2$ tiene por solución $x = 4$. Averigua el valor de **a**.

Pulsa  para ir a la página siguiente.

2. Reglas para resolver una ecuación

2.a. Ecuación sin denominadores

Lee los pasos que hay que dar para resolver una ecuación sin denominadores y cópialos:

1º	
2º	

En la escena de la derecha tienes muchos ejemplos de resolución de ecuaciones con y sin paréntesis. Elige un tipo de ecuación y pulsa para ver los pasos que se dan para resolver cada ecuación.

Elige **cuatro ejemplos** y cópialos a continuación:

Ejemplo 1	Ecuación sin paréntesis :	
	Resolución:	
	Solución:	
Ejemplo 2	Ecuación sin paréntesis :	
	Resolución:	
	Solución:	
Ejemplo 3	Ecuación con paréntesis :	
	Resolución:	
	Solución:	
Ejemplo 4	Ecuación con paréntesis :	
	Resolución:	
	Solución:	

Haz clic en el botón  para hacer unos ejercicios.

En la escena de la nueva ventana encontrarás ejercicios de resolución de ecuaciones sin denominadores. Tiene dos series: la primera son dos ejemplos y la segunda consta de ocho ejercicios guiados. Lee atentamente los ejemplos y haz clic en ">>" para pasar a los ejercicios.

Haz los ejercicios anotando en tu cuaderno todos los pasos.

A continuación, **copia la resolución de los tres últimos ejercicios de la serie 2**, indicando claramente cuál es la solución de la ecuación.

Ejercicio 6	Ejercicio 7	Ejercicio 8

Pulsa  para ir a la página siguiente.

2.b. Ecuación con denominadores

Lee los pasos que hay que dar para resolver una ecuación con denominadores y cópialos:

1º	
2º	
3º	
4º	

En la escena de la derecha tienes muchos ejemplos de resolución de ecuaciones con denominadores. Pulsa  para ver los pasos que se dan para resolver cada ecuación.

Elige **cuatro ejemplos** y cópialos a continuación:

Ejemplo 1	Ecuación:	
	Resolución:	▶
	Solución:	▶
Ejemplo 2	Ecuación:	
	Resolución:	▶
	Solución:	▶
Ejemplo 3	Ecuación:	
	Resolución:	▶
	Solución:	▶
Ejemplo 4	Ecuación:	
	Resolución:	▶
	Solución:	▶

Haz clic en el botón  para hacer unos ejercicios.

En la escena de la nueva ventana encontrarás ejercicios de resolución de ecuaciones con denominadores. Tiene dos series: la primera son dos ejemplos y la segunda consta de ocho ejercicios guiados. Lee atentamente los ejemplos y haz clic en ">>" para pasar a los ejercicios.

Haz los ejercicios anotando todos los pasos.

A continuación, **copia la resolución de los tres últimos ejercicios de la serie 2**, indicando claramente cuál es la solución de cada ecuación.

Ejercicio 6	Ejercicio 7	Ejercicio 8
-------------	-------------	-------------

Pulsa  para ir a la página siguiente.

2.c. Resolución general de ecuaciones de primer grado

Escribe a continuación los pasos que hay que dar para resolver una ecuación cualquiera de primer grado:

1º	
2º	
3º	
4º	

En la escena de la derecha tienes muchos ejemplos de resolución de ecuaciones de primer grado. Pulsa  para ver los pasos que se dan para resolver cada ecuación.

Elige **tres ejemplos** y cópialos a continuación:

Ejemplo 1	Ecuación:	
	Resolución: 	
	Solución: 	

Ejemplo 2	Ecuación:	
	Resolución:	
	Solución:	
Ejemplo 3	Ecuación:	
	Resolución:	
	Solución:	

Haz clic en el botón  para hacer unos ejercicios.

En la escena de la nueva ventana encontrarás **ocho ecuaciones** de primer grado. Resuélvelas indicando todos los pasos y la solución a continuación:

Ecuación 1:	
Resolución:	
Solución:	
Ecuación 2:	
Resolución:	
Solución:	
Ecuación 3:	
Resolución:	
Solución:	

Ecuación 4:	
Resolución:	
Solución:	
Ecuación 5:	
Resolución:	
Solución:	
Ecuación 6:	
Resolución:	
Solución:	
Ecuación 7:	
Resolución:	
Solución:	
Ecuación 8:	
Resolución:	
Solución:	

Cuando hayas resuelto las ocho ecuaciones, pulsa en el botón "Soluciones" y comprueba si las has resuelto correctamente.

Pulsa  para ir a la página siguiente.

3. Ecuaciones de segundo grado

3.a. Definición. Tipos.

Lee el texto de pantalla: *"Una ecuación de segundo grado con..."*

Pulsa **OTRO EJEMPLO** para ver distintos ejemplos.

a) Copia un ejemplo (1) de ecuación de segundo grado COMPLETA tal y como aparece en la pantalla.	b) Copia un ejemplo (2) de ecuación de segundo grado INCOMPLETA SIN término independiente.	c) Copia un ejemplo (3) de ecuación de segundo grado INCOMPLETA CON término independiente.

Pulsa en el botón



para hacer unos ejercicios.

EJERCICIOS de Refuerzo

Indica los valores de los coeficientes "a", "b" y "c" en cada una de las siguientes ecuaciones de segundo grado:

- a) $x^2 + 9 = 0$
- b) $x^2 + 3 = 4x^2$
- c) $7x^2 + 5x - 7 = 6x$
- d) $-x^2 - 7 = 1$
- e) $7x^2 - 1 = -4x$

Quando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

3.b. Resolución de $ax^2+bx=0$.

Lee el texto de pantalla: *"Para resolver este tipo..."*

Pulsa sobre  Paso 1 para ver como se hace. Pulsa **OTRO EJEMPLO** para ver más ejemplos.

a) Copia un ejemplo (1) tal y como aparece en la pantalla.	b) Copia un ejemplo (2) tal y como aparece en la pantalla.	c) Copia un ejemplo (3) tal y como aparece en la pantalla.

Pulsa en el botón



para hacer unos ejercicios.

EJERCICIOS de Refuerzo

Resuelve las siguientes ecuaciones incompletas:

- a) $-x^2 + 13x = 0$
- b) $16x^2 + x = 0$
- c) $x^2 + 85x = 0$
- d) $27x^2 + 23x = 0$
- e) $73x^2 - 81x = 0$

Quando acabes ... Pulsa para ir a la página siguiente.

3.c. Resolución de $ax^2+c=0$.

Lee el texto de pantalla: "Para resolver se despeja..."

EJERCICIO. Contesta la siguiente pregunta:

¿Cuándo hay dos soluciones para la ecuación $ax^2+c=0$? _____

Escribe dos ejemplos de ecuaciones de este tipo:

Pulsa sobre para ver como se hace. Pulsa **OTRO EJEMPLO** para ver más ejemplos.

a) Copia un ejemplo (1) tal y como aparece en la pantalla.	b) Copia un ejemplo (2) tal y como aparece en la pantalla.	c) Copia un ejemplo (3) tal y como aparece en la pantalla.

Pulsa en el botón



para hacer unos ejercicios.

EJERCICIOS de Refuerzo

Resuelve las siguientes ecuaciones incompletas:

- a) $2x^2 - 162 = 0$
- b) $4x^2 - 9 = 0$
- c) $4x^2 - 64 = 0$
- d) $-2x^2 + 128 = 0$
- e) $18x^2 - 162 = 0$

Quando acabes ... Pulsa para ir a la página siguiente.

3.d. Resolución de $ax^2+bx+c=0$.

Lee el texto de pantalla: "La ecuación de segundo grado **completa**..."

EJERCICIO. Escribe la fórmula de la solución de la ecuación de segundo grado completa.

Ecuación	Fórmula

Pulsa sobre  para ver como se hace. Pulsa **OTRO EJEMPLO** para ver más ejemplos.

a) Copia un ejemplo (1) tal y como aparece en la pantalla.	b) Copia un ejemplo (2) tal y como aparece en la pantalla.

Pulsa en el botón  para hacer unos ejercicios.

EJERCICIOS de Refuerzo

Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado completas:

- a) $-x^2 - 11x - 28 = 0$
- b) $-x^2 - x + 30 = 0$
- c) $-x^2 + 2x + 24 = 0$
- d) $-x^2 + 11x - 30 = 0$
- e) $x^2 - 7x - 10 = 0$

Quando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

4. Aplicaciones

4.a. Problemas que dan lugar a ecuaciones

Lee el texto de la pantalla: "Para traducir un problema al lenguaje algebraico..."

CONTESTA ESTAS CUESTIONES:

RESPUESTAS

¿Qué es lo primero que hay que hacer para resolver un problema con la ayuda de una ecuación?

¿Cuáles son los pasos que hay que dar para resolver un problema usando una ecuación?

1)

2)

3)

4)

5)

En la escena que aparece pulsando en la primera imagen de la derecha tienes ejemplos de resolución de problemas usando ecuaciones de primer grado

Pulsa  para ver los pasos que se dan para resolver cada problema.

Fíjate bien en cada uno de ellos. Elige **tres ejemplos** y cópialos a continuación:

Ejemplo __		
Problema:		
Incógnita:		
Ecuación:		
Resolución:		
Solución:		
Comprobación:		

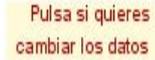
Ejemplo __	Problema:	
Incógnita:		
Ecuación:		
Resolución:		
Solución:		
Comprobación:		

Ejemplo __	Problema:	
Incógnita:		
Ecuación:		
Resolución:		
Solución:		
Comprobación:		

En la escena que se abre pulsando sobre la segunda imagen tienes ejemplos de problemas que se resuelven usando ecuaciones de segundo grado.

Ejemplos: Pulsa sobre  y continua con  para ver como se hace.

Y "**< volver**" para volver al menú. Para otros ejemplos del mismo tipo:

a) Copia un ejemplo completo tal y como aparece en la pantalla tipo EDADES.

b) Copia un ejemplo completo tal y como aparece en la pantalla tipo GEOMETRÍA.

c) Copia un ejemplo completo tal y como aparece en la pantalla tipo NÚMEROS.

Realiza los siguientes ejercicios en tu cuaderno **sin el ordenador**.

EJERCICIOS

1. Si al triple de un número le restamos 16 se obtiene 20. ¿Cuál es ese número?
2. Pedro, que actualmente tiene 42 años, tiene 8 años más que el doble de la edad de Antonio. ¿Qué edad tiene Antonio?
3. Al sumarle a un número 34 unidades se obtiene el mismo resultado que al multiplicarlo por 3. ¿Cuál es ese número?
4. La suma de tres números naturales consecutivos es igual al menor más 19. ¿Cuáles son estos tres números?
5. En un trabajo, Miguel ha ganado el doble de dinero que Ana, y Abel el triple que Miguel. Si en total han obtenido 144 €, ¿cuánto ha ganado cada uno?
6. Tres hermanos se reparten 89 €. El mayor debe recibir el doble que el mediano y éste 7 € más que el pequeño. ¿Cuánto recibe cada uno?
7. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $4 - 7(2x - 3) = 3x - 4(3x - 5)$

b. $4 - \frac{3 - 2x}{5} = 7$

c. $\frac{2x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \left(x - \frac{7}{3} \right)$

d. $2 \left(\frac{x}{5} + \frac{x}{3} \right) - \frac{3x}{10} = 3 \left(\frac{1}{3} + \frac{2x}{5} \right) - 1$

e. $\frac{1 - x}{3} - \frac{x - 1}{12} = \frac{3x - 1}{4}$

f. $5 - 2 \left(\frac{x}{5} + 1 \right) = \frac{x}{10} + 3 \left(\frac{x}{2} - 1 \right)$

8. Lucía tiene el cuádruplo de edad que Miguel. Si multiplicamos sus edades obtenemos el número 1444. ¿Qué edad tiene cada uno?
9. El producto de un número positivo por el doble de ese mismo número es 1682. ¿Qué número es?
10. La suma del cuadrado de un número con ese mismo número es 20. ¿Qué número es?
11. Para vallar una finca rectangular de 187 m² se utilizan 56 m de cerca. Calcula las dimensiones de la cerca.

Pulsa  para ir a la página siguiente.



Recuerda lo más importante – RESUMEN

Ecuaciones: ideas básicas

- Cuando tratamos de averiguar una cierta cantidad, la _____, que sabemos que cumple una condición, representamos la cantidad desconocida por "x" (o cualquier otra _____) y la condición que cumple se escribe como una _____ a la que llamamos _____.
- _____ una ecuación es encontrar el o los valores de la o las _____ con los que se cumple la igualdad.
- **Miembros:** Son las _____ que aparecen a cada lado de la _____. El de la izquierda se llama _____. El de la derecha se llama _____.
- **Términos:** son los _____ que forman los miembros.
- **Soluciones:** Son los _____ que deben tomar las _____ para que la igualdad sea cierta.
- **Grado** de una ecuación: Es el _____ de los grados de los _____ que forman los miembros.

Ecuaciones equivalentes. Resolución de ecuaciones.	Para resolver ecuaciones
<ul style="list-style-type: none"> • Se llaman ecuaciones equivalentes a las que tienen _____. • Si se _____ una cantidad o expresión a los dos miembros de una ecuación se obtiene otra _____. • Si se _____ los dos _____ de una ecuación por un número (o una expresión algebraica) se obtiene otra equivalente. <p style="text-align: center;">Reglas prácticas:</p> <p style="text-align: center;">“Lo que está _____ pasa restando y lo que está _____ pasa sumando”</p> <p style="text-align: center;">“Lo que está _____ pasa dividiendo y lo que está _____ pasa multiplicando”</p> <p>Para resolver problemas, después de comprender el enunciado:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Establecer con precisión cuál será _____. • Expresar con _____ la relación contenida en el enunciado. • _____ la ecuación. • _____ la solución de la ecuación en el contexto del enunciado. • Comprobar que la solución obtenida cumple _____. 	<p>De primer grado, pasos a seguir:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Quitar _____. • _____ denominadores. • Agrupar los _____ que llevan la incógnita en un miembro y los _____ en el otro. • Despejar _____. <p>De segundo grado:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ecuación de 2º grado completa: _____ Soluciones: _____ • Ecuación de 2º grado incompleta: _____ Soluciones: _____ • Ecuación de 2º grado incompleta: _____ Soluciones: _____

Pulsa para ir a la página siguiente.



Para practicar

Practica ahora resolviendo distintos ejercicios. Encontrarás ejercicios de:

- Resolución de problemas
- Ecuaciones de primer grado
- Ecuaciones de segundo grado

Completa el enunciado con los datos con los que aparece cada ejercicio en la pantalla y después resuélvelo.

Es importante que primero resuelvas los ejercicios tú y que después compruebes en el ordenador si los has hecho bien.

Resolución de problemas

1. La edad de Federico es _____ de la de María y la de Pablo es la _____ de la de María. La suma de las edades de Federico y Pablo es ____ años. Averigua las edades de los tres.

2. La suma de las edades de dos amigos es _____. Sabemos que uno de ellos es ____ años mayor que el otro. Averigua la edad de cada uno.

3. Dentro de ____ años Juan duplicará la edad que tenía hace ____ años. ¿Cuál es su edad actual?

4. Si a la _____ de un número le sumamos su _____ y además le añadimos _____, obtenemos dicho número. ¿De qué número se trata?

5. El precio de ____ yogures griegos y ____ yogures de coco es ____ €. El yogur griego vale _____ más que el de coco. Calcula el precio de cada uno.

6. Tres hermanos se reparten ____ € de la siguiente manera: el mediano recibe ____ € menos que el mayor, y el pequeño recibe la _____ que el mediano. ¿Cuánto recibe cada uno?

7. Hallar los lados de un rectángulo de ____ cm de perímetro si la altura es ____ de la base.

8. Paloma, Pablo y Andrés comparten la propiedad de un terreno de _____ ha. Pablo tiene el _____ de terreno que Andrés y Paloma el _____ que Pablo. ¿Qué superficie de terreno tiene cada uno?

Pulsa  para ir a la página siguiente.

Ecuaciones de primer grado

9. Resuelve la ecuación:

10. Resuelve la ecuación:

11. Resuelve la ecuación:

12. Resuelve la ecuación:

13. Resuelve la ecuación:

14. Resuelve la ecuación:

15. Resuelve la ecuación:

Pulsa  para ir a la página siguiente.

Ecuaciones de segundo grado

Aparece el enunciado de un ejercicio o de un problema. Cópialo a continuación y resuélvelo. Después comprueba la solución. Elige otro ejercicio y repite el mismo proceso.

Haz al menos TRES ejercicios de ecuaciones y TRES problemas con enunciados diferentes.

EJERCICIOS DE ECUACIONES DE 2º GRADO.

•	
•	
•	

PROBLEMAS DE ENUNCIADO

•	
•	
•	

Pulsa  para ir a la página siguiente.

Autoevaluación



Completa aquí cada uno de los enunciados que van apareciendo en el ordenador y resuélvelo. Después introduce el resultado para comprobar si la solución es correcta.

<p>1 ¿Es ___ solución de la ecuación _____ ?</p>	
<p>2 ¿Son equivalentes las ecuaciones _____ y _____ ?</p>	
<p>3 La ecuación _____ tiene por solución $x=$____. ¿Cuál es el valor de c ?</p>	
<p>4 Resuelve la ecuación _____</p>	
<p>5 Resuelve la ecuación _____.</p>	
<p>6 Resuelve la ecuación _____.</p>	
<p>7 Resuelve la ecuación _____.</p>	
<p>8 Por ___ pantalones y ___ camisetas pagamos ___ €. Si un pantalón cuesta ___ € más que una camiseta, ¿cuánto cuesta una camiseta?</p>	
<p>9 El cuadrado de un número positivo más el doble de su opuesto es _____. ¿Cuál es ese número?</p>	
<p>10 La superficie de una finca es de _____ ha. Un olivar ocupa la mitad de superficie que un encinar, y el trigo ocupa la tercera parte que el encinar. También hay una superficie de _____ ha dedicada a huerta. ¿Cuánto ocupa el encinar?</p>	