

Objectius

En esta quinzena aprendràs a:

- Comprendre el concepte de "mesura de volum" i utilitzar les unitats de mesura del sistema mètric decimal.
- Obtenir i aplicar expressions per al càlcul de volums de cossos geomètrics bàsics. Observar les possibles similituds entre algunes d'aquestes expressions.
- Discriminar i comparar correctament els conceptes de volum i capacitat.
- Conèixer el principi de Cavalieri i aplicar-lo a l'obtenció d'expressions per al càlcul de volums de determinats cossos oblics.

Abans de començar

1. Volum i capacitat pàg. 4
Unitats de volum
Capacitat i volum
2. Volum de prismes i piràmides pàg. 6
Cub
Ortoedre
Prisma recte qualsevol
Relació entre prismes i piràmides
3. Cossos de revolució pàg. 10
Volum d'un cilindre
Volum d'un con
Volum d'una esfera
4. Altres cossos pàg. 12
Tronc de con
Tronc de piràmide
Paralelepípede

Exercicis per a practicar

Per saber-ne més

Resum

Autoavaluació

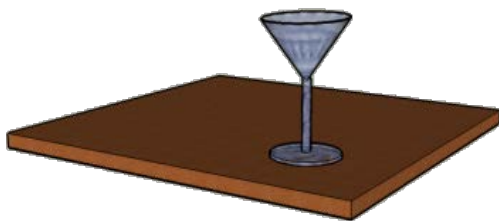
Abans de començar

En aquesta quinzena aprendràs a calcular amb facilitat els volums dels cossos geomètrics elementals i també els volums d'altres cossos més complicats, per descomposició en cossos senzills. D'aquesta manera, podràs resoldre molts problemes reals, entre d'altres:



Quants peixos es poden introduir en un aquari?

Quant pesa cada bloc de formigó?



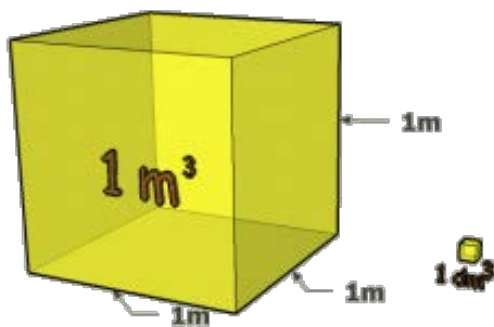
Quina capacitat té la copa?

Volum dels cossos geomètrics.

1. Volum i capacitat

Unitats de volum

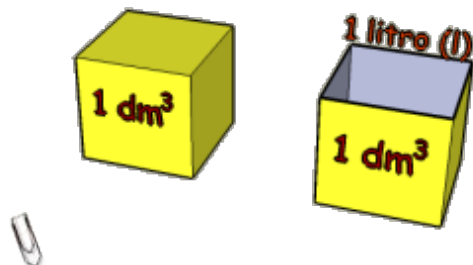
El **volum** d'un cos és la quantitat d'espai que ocupa. La unitat principal és el **metre cúbic (m³)**.



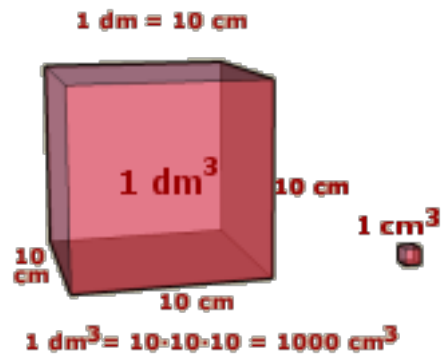
Una unitat de volum és 1000 vegades més gran que la de l'ordre immediatament inferior i 1000 vegades més petita que la de l'ordre immediatament superior

Capacitat i volum

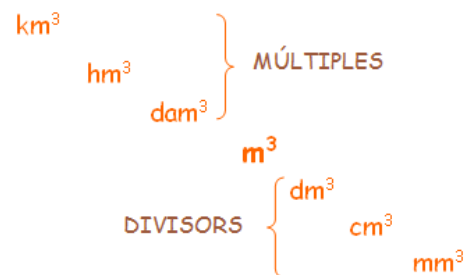
El **volum** és la quantitat d'espai que ocupa un cos i **capacitat** és el que cap dins d'un recipient.



Un **litre (l)** és la capacitat d'una caixa cúbica d'1 dm de costat.



Relació entre les unitats. Cada unitat de volum és 1000 vegades més gran que la de l'ordre inferior següent i 1000 vegades més petita que la de l'ordre superior anterior.



Per passar d'una unitat a una altra n'hi ha prou amb observar quants nivells es pugen o es baixen. Multiplicarem per mil tantes vegades com nivells es baixin i dividirem entre mil tantes vegades com nivells es pugin. Per exemple: per passar de hm³ a m³ cal baixar dos nivells, el que equival a multiplicar per 1000 dues vegades, que és igual que multiplicar per 1.000.000.

$$\begin{aligned} 1 \text{ m}^3 &= 1000 \text{ l} \\ 1 \text{ dm}^3 &= 1 \text{ l} \\ 1000 \text{ cm}^3 &= 1 \text{ l} \\ 1 \text{ cm}^3 &= 1 \text{ ml} \end{aligned}$$

En general s'anomena capacitat d'un recipient al seu volum. Tant les unitats de volum, com els múltiples i divisors del litre, s'utilitzen per mesurar volums i capacitats.

En general, s'anomena capacitat d'un recipient al seu volum.

EXERCICIS resolta

1. Expressa en mm^3 $4,3 \text{ m}^3$.



Per passar de m^3 a mm^3 cal baixar 3 nivells. Per tant, cal multiplicar per 1000 tres vegades, el que equival a multiplicar per 1.000.000.000:

$$4,3 \text{ m}^3 = 4,3 \cdot 1.000.000.000 \text{ mm}^3 = \mathbf{4.300.000.000 \text{ mm}^3}$$

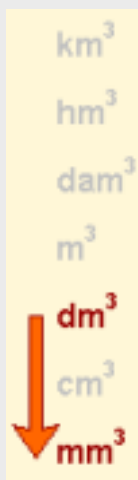
2. Expressa en dam^3 $2,4 \text{ m}^3$.

Per passar de m^3 a dam^3 cal pujar 1 nivell. Per tant, cal dividir entre 1000:

$$2,4 \text{ m}^3 = 2,4 : 1000 \text{ dam}^3 = \mathbf{0,0024 \text{ dam}^3}$$



3. Quants mm^3 són $4,9 \text{ dm}^3$?



Per passar de dm^3 a mm^3 cal baixar 2 nivells. Per tant, cal multiplicar per 1000 dues vegades, el que equival a multiplicar per 1.000.000:

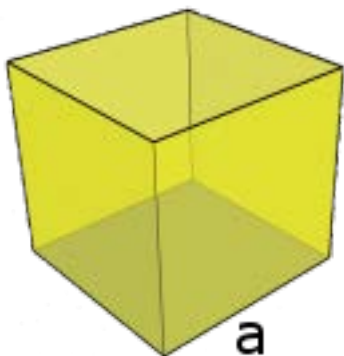
$$4,9 \text{ dm}^3 = 4,9 \cdot 1.000.000 \text{ mm}^3 = \mathbf{4.900.000 \text{ mm}^3}$$

Volum dels cossos geomètrics.

2. Volums de prismes i piràmides

Cub

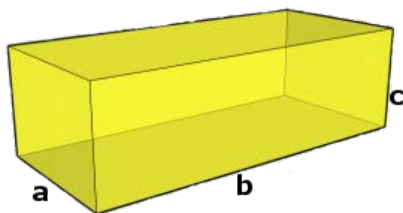
Un **cub** és un prisma particular format per sis cares quadrades. El seu volum és el cub de la longitud de l'aresta.



Volum (V) = a · a · a = a³

Ortoedre

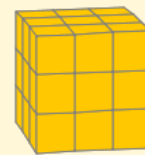
Un **ortoedre** és un prisma les cares del quals són totes rectangulars.



Volum (V) = a · b · c

Deducció de les fórmules

Cub unitat

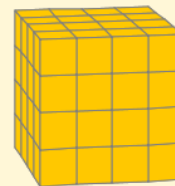


Aresta: 3 cm Nombre de cubs unitat = 3 x 3 x 3 = 27

Volum del cub = 27 cm³ = 3³ cm³

Un cub de 3 cm d'aresta estaria format per 3³ = 27 cubs unitat, de un cm³ cadascun.

Cub unitat

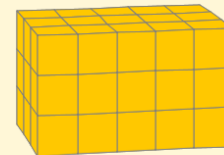


Aresta: 4 cm Nombre de cubs unitat = 4 x 4 x 4 = 64

Volum del cub = 64 cm³ = 4³ cm³

Un cub de 4 cm d'aresta estaria format per 4³ = 64 cubs unitat, de un cm³ cadascun. En general, el volum d'un cub és la longitud de l'aresta al cub.

Cub unitat



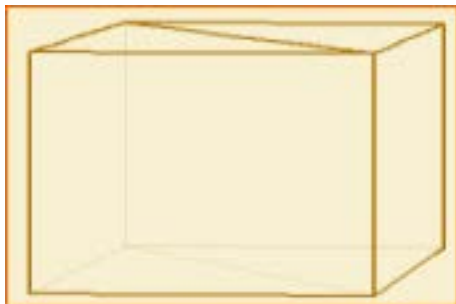
Aresta1: 3 cm Aresta2: 5 cm Aresta3: 3 cm

Nombre de cubs unitat = 3 x 5 x 3 = 45

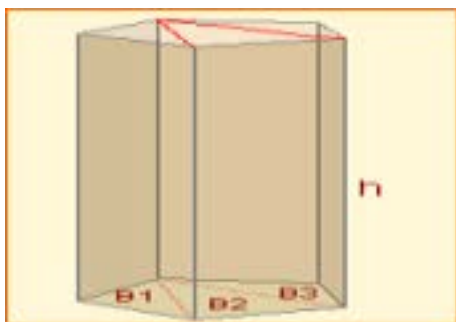
Volum de l'ortoedre = 3 x 5 x 3 cm³ = 45 cm³

El volum d'un ortoedre és el producte de les longituds de les arestes.

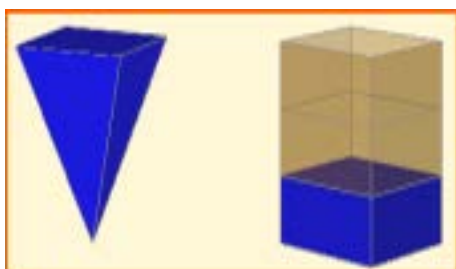
Deducció
de las fórmules.



Amb dos prismes triangulars es pot formar un paral·lelepípede recte, i d'aquest es pot obtenir un ortoedre. És fàcil deduir que el volum del prisma triangular és l'àrea de la seva base per la seva altura.



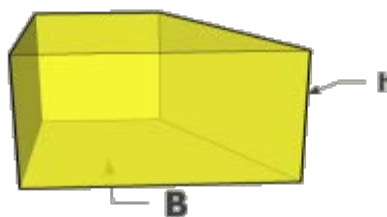
Els prismes rectes es poden descompondre en prismes triangulars. D'aquesta manera es dedueix sense dificultat que el volum d'un prisma recte és l'àrea de la seva base per la seva altura.



El volum d'una piràmide és la tercera part del volum d'un prisma amb la mateixa altura i la mateixa base. Per tant, el volum d'una piràmide és un terç de l'àrea de la seva base per la seva altura.

Prisma recte qualsevol

Un **prisma recte** és un políedre que té dues cares iguals i paral·leles, anomenades bases, i cares laterals que són rectangulars.

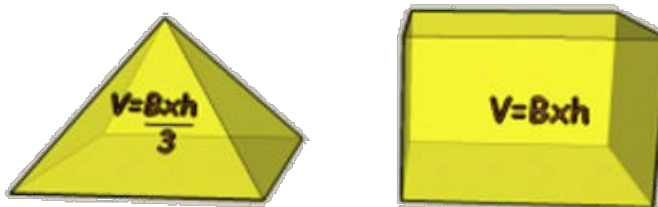


$$\text{Volum (V)} = B \cdot h$$

B=àrea de la base **h**=altura

Relació entre prismes i piràmides

El **volum d'una piràmide** és la tercera part del volum d'un prisma amb la mateixa base i la mateixa altura que la piràmide.



$$\text{Volum (V)} = (B \cdot h) / 3$$

B=àrea de la base **h**=altura

EXERCICIS resolts

4. Calcula, per tanteig, la longitud de l'aresta d'un cub de 343 m^3 de volum.



L'aresta fa 7 m, ja que:

$$7 \cdot 7 \cdot 7 = 343 \text{ m}^3$$

5. Troba el pes d'un bloc cúbic de formigó de 1,9 m de costat.

(Un metro cúbic de formigó pesa 2350 kg)

El volum del bloc és:

$$V = (1,9)^3 = 6,859 \text{ m}^3$$

El seu pes serà:

$$m = 2350 \cdot 6,859 = 16.118,7 \text{ Kg.}$$



6. Quants peixos, petits o mitjans, es poden introduir en un aquari les mesures interiors del qual són $88 \times 65 \times 70 \text{ cm}$? (Es recomana introduir, com a màxim, un peix mitjà o petit cada quatre litres d'aigua)



La capacitat de l'aquari és:

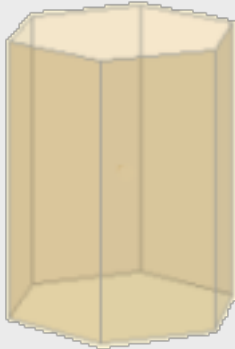
$$V = 85 \cdot 65 \cdot 70 = 386.750 \text{ cm}^3 = 386,8 \text{ litres}$$

Es poden introduir:

$$\frac{386,8}{4} \approx 96 \text{ peixos}$$

EXERCICIS resoltos

7. La base d'aquest prisma és un polígon regular de costat 1,7 cm i apotema 1,5 cm. Calcula el seu volum sabent que la seva altura és 3,9 cm.



L'àrea de la base és:

$$B = \frac{6 \cdot 1,7 \cdot 1,5}{2} = 7,65 \text{ cm}^2$$

El volum és:

$$V = 7,65 \cdot 3,9 = 29,83 \text{ cm}^3$$

8. La base d'aquesta piràmide és un polígon regular de costat 1,3 cm i apotema 0,9 cm. Calcula el seu volum sabent que la seva altura és 2,7 cm.

L'àrea de la base és:

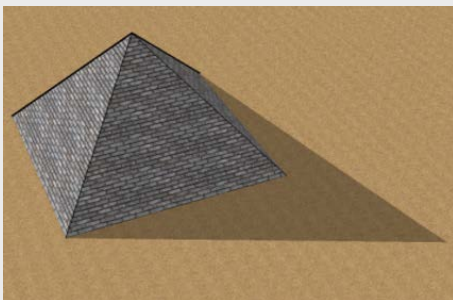
$$B = \frac{5 \cdot 1,3 \cdot 0,9}{2} = 2,93 \text{ cm}^2$$

El volum és:

$$V = \frac{2,93 \cdot 2,7}{3} = 2,64 \text{ cm}^3$$



9. La Gran Piràmide de Giza és l'única que perdura de les *set meravelles del món antic*. Actualment té una altura de 137 m i la base és un quadrat de 230 m de costat. Quin és el seu volum aproximat?



L'àrea de la base és:

$$B = 230 \cdot 230 = 52.900 \text{ m}^2$$

El seu volum aproximat és:

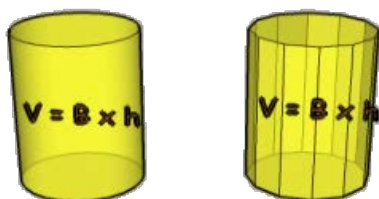
$$V = \frac{52900 \cdot 137}{3} = 2.415.767 \text{ m}^3$$

Volum dels cossos geomètrics.

3. Cossos de revolució

Volum d'un cilindre

Podem considerar que si creix el nombre de cares d'un prisma indefinidament, es transforma en un cilindre. Com en el prisma, el **volum d'un cilindre** és l'àrea de la base ($\pi \cdot r^2$) per l'altura (h).




 **Volum (V) = $\pi \cdot r^2 \cdot h$**

Volum d'un con

Podem considerar que si creix el nombre de cares d'un prisma indefinidament, es transforma en un cilindre. Com en el prisma, el **volum d'un cilindre** és l'àrea de la base ($\pi \cdot r^2$) per l'altura (h).




 **Volum (V) = $(\pi \cdot r^2 \cdot h) / 3$**

Volum d'una esfera

El **volum d'una esfera** es pot obtenir a partir del volum d'un cilindre i de dos cons.



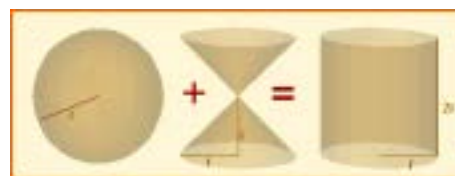
 **Volum (V) = $(4/3) \cdot \pi \cdot r^3$**

Deducció de la fórmula del volum d'una esfera.



Una propietat important. En la figura, el radi de les bases del con i del cilindre és el mateix que el radi de l'esfera. L'altura del cilindre és el diàmetre de l'esfera i l'altura dels cons coincideix amb el radi de l'esfera. En aquestes condicions, en seccionar els tres cossos per un pla horitzontal es té que la suma de les àrees de les seccions de l'esfera i del con és igual a l'àrea de la secció del cilindre.

De la propietat anterior es dedueix que el volum d'aquesta esfera més el dels dos cons coincideix amb el volum del cilindre:



I d'aquesta relació es té que:

$$V_{\text{esfera}} = V_{\text{cilindre}} - V_{\text{cons}}$$

Se sap que:

$$V_{\text{cilindre}} = \pi \cdot r^2 \cdot 2r = 2 \cdot \pi \cdot r^3$$

$$V_{\text{cons}} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot r^2 \cdot r}{3} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

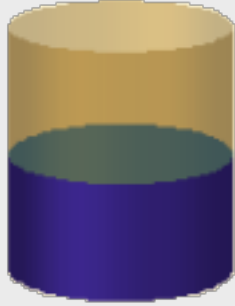
Por tant, el volum de l'esfera queda:

$$2 \cdot \pi \cdot r^3 - \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \left(2 - \frac{2}{3}\right) \cdot \pi \cdot r^3$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

EXERCICIS resolts

10. S'aboquen 7 cm³ d'aigua en un recipient cilíndric de 1,3 cm de radi. Quina alçada assolirà l'aigua?



$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h, \text{ aïllant } h:$$

$$h = \frac{V}{\pi \cdot r^2} = \frac{7}{3,14159 \cdot 1,3^2} = \mathbf{1,32 \text{ cm}}$$

11. Quants cubs cilíndrics, de 47 cm d'altura i 16 cm de radi, s'han de buidar en una piscina de 10x6x1,5 m per omplir-la?

La capacitat de cada cub és:

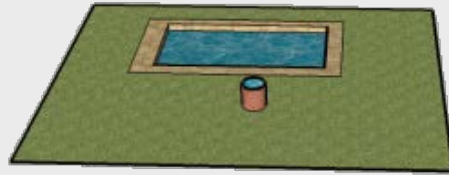
$$V = 3,14159 \cdot 16^2 \cdot 47 = 37.799,61 \text{ cm}^3$$

La capacitat de la piscina és:

$$V = 10 \cdot 6 \cdot 1,5 = 90 \text{ m}^3 = 90.000.000 \text{ cm}^3$$

Seràn necessaris:

$$\frac{90.000.000}{37799,61} \approx 2381 \text{ cubs d'aigua}$$



12. Quantes copes es poden omplir amb 6 litres de refresc, si el recipient cònic de cada copa té una altura interior de 6,5 cm i un radi interior de 3,6 cm?



La capacitat de cada copa és:

$$V = \frac{3,14159 \cdot 3,6^2 \cdot 6,5}{3} = 88,22 \text{ cm}^3$$

Es poden omplir:

$$\frac{6000}{88,22} \approx \mathbf{68 \text{ copes}}$$

13. S'introdueix una bola de plom, de 1 cm de radi, en un recipient cilíndric de 3,1 cm d'altura y 1,5 cm de radio. Calcula el volum d'aigua necessari per omplir el recipient.

El volum del cilindre és:

$$V = 3,14159 \cdot 1,5^2 \cdot 3,1 = 21,91 \text{ cm}^3$$

El volum de la bola és:

$$V = \left(\frac{4}{3}\right) \cdot 3,14159 \cdot 1^3 = 4,19 \text{ cm}^3$$

Per omplir el recipient, cal afegir:

$$21,91 - 4,19 = \mathbf{17,72 \text{ cm}^3}$$

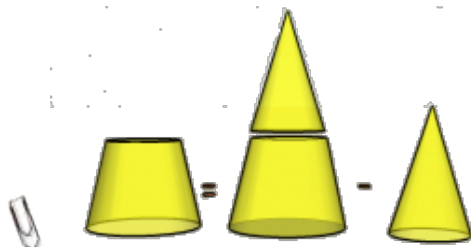


Volum dels cossos geomètrics.

4. Altres cossos

Tronc de con

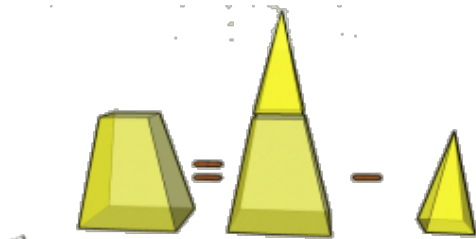
Per calcular el **volum d'un tronc de con**, n'hi ha prou amb conèixer la seva altura i els radis de les seves bases.



$$V_{\text{tronc de con}} = V_{\text{con gran}} - V_{\text{con petit}}$$

Tronc de piràmide

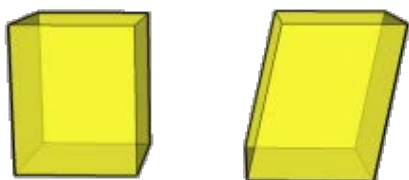
Per calcular el **volum d'un tronc de piràmide** s'aplica el procediment que s'expressa a la imatge:



$$V_{\text{tronc de piràmide}} = V_{\text{piràmide gran}} - V_{\text{piràmide petita}}$$

Paral·lelepípede

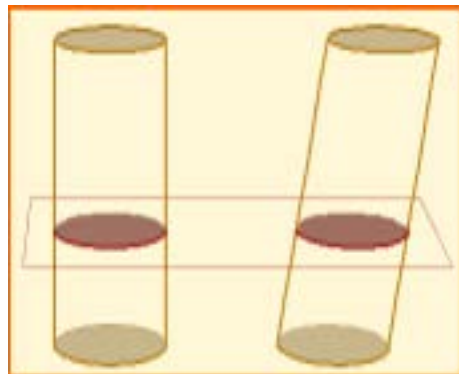
El **volum d'un paral·lelepípede** coincideix amb el d'un ortoedre que tingui la **mateixa altura i la mateixa àrea de la base**.



$$V = B \cdot h$$



Cada piló té 21 monedes de 20 cèntims. És evident que els tres pilons tenen el mateix volum. Aquesta senzilla observació permet calcular els volums d'alguns cossos geomètrics a partir de la deformació d'altres.



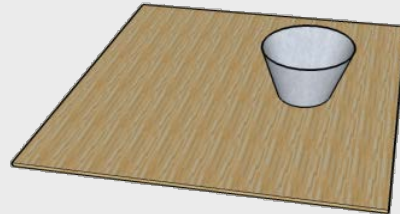
Teorema de Cavalieri. Si dos sòlids tenen la mateixa altura i les seccions planes paral·leles a les seves bases, a la mateixa distància d'aquesta, tenen àrees iguals, ambdós sòlids tenen el mateix volum.



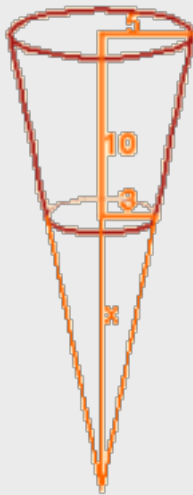
Volum d'un paral·lelepípede. Si apliquem el Teorema de Cavalieri, el volum d'un paral·lelepípede serà igual que el d'un ortoedre que tingui la mateixa altura i igual àrea de la base. Les seccions planes tenen àrees iguals.

EXERCICIS resolts

14. El recipient de la imatge té 10 cm d'altura i els radis de les seves bases són 3 i 5 cm. Té més d'un litre de capacitat?



Per resoldre aquest problema es completa el tronc de con, fins a formar un con. La capacitat del recipient serà la diferència entre el volum del con gran i el volum del con petit (l'afegit):



$$\frac{x}{3} = \frac{x+10}{5}; \quad 5x = 3(x+10);$$

$$5x = 3x + 30; \quad 2x = 30; \quad x = 15$$

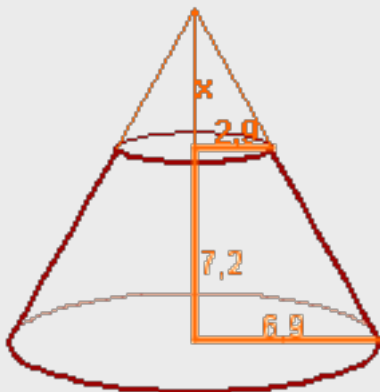
$$V_{\text{tronc de con}} = V_{\text{con gran}} - V_{\text{con petit}} =$$

$$= \frac{3,14159 \cdot 5^2 \cdot 25}{3} - \frac{3,14159 \cdot 3^2 \cdot 15}{3} =$$

$$= 654,5 - 141,37 = \mathbf{513,13 \text{ cm}^3}$$

No arriba al litre de capacitat

15. Calcula el volum d'un tronc de con de 7,2 cm d'altura, sabent que els radis de les seves bases fan 2,9 y 6,9 cm.



$$\frac{x}{2,9} = \frac{x+7,2}{6,9}; \quad 6,9x = 2,9(x+7,2);$$

$$6,9x = 2,9x + 20,88; \quad 4x = 20,88;$$

$$x = 5,22$$

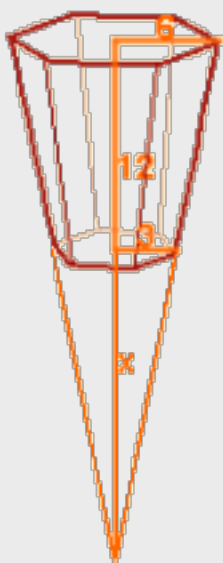
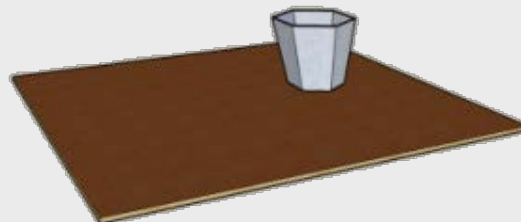
$$V_{\text{tronc de con}} = V_{\text{con gran}} - V_{\text{con petit}} =$$

$$= \frac{3,14159 \cdot 6,9^2 \cdot 12,42}{3} - \frac{3,14159 \cdot 2,9^2 \cdot 5,22}{3} =$$

$$= 619,22 - 45,97 = \mathbf{573,25 \text{ cm}^3}$$

EXERCICIS resolts

16. El recipient de la imatge té 12 cm d'altura i les seves bases són hexàgons regulars de costats 3 i 6 cm i apotemes 2,6 y 5,2 cm. Té més d'un litre de capacitat?



(En els hexàgons regulars els radis coincideixen amb els costats)

$$\frac{x}{3} = \frac{x+12}{6}; \quad 6x = 3(x+12);$$

$$6x = 3x + 36; \quad 3x = 36; \quad x=12$$

$$V_{\text{recipient}} = V_{\text{piràmide gran}} - V_{\text{piràmide petita}} =$$

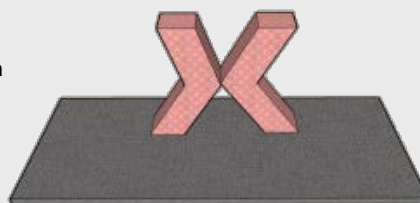
$$= \frac{\left(\frac{6 \cdot 6 \cdot 5,2}{2}\right) \cdot 24}{3} - \frac{\left(\frac{6 \cdot 3 \cdot 2,6}{2}\right) \cdot 12}{3} =$$

$$= 748,8 - 93,6 = 655,2 \text{ cm}^3$$

No arriba al litre de capacitat

17. Calcula l'altura de l'edifici de la imatge sabent que les seves bases són quadrats de 35 m de costat i que la seva altura és 115 m.

Aplicant el Teorema de Cavalieri, es pot deduir que :
El volum de l'edifici és el de dos ortoedres amb la mateixa base i la mateixa altura que aquest.



$$V = 2 \cdot 35^2 \cdot 115 = 281.750 \text{ m}^3$$



Per a practicar

1. Expressa els següents volums en litres:

- a) 3 dm^3
- b) 50 dam^3
- c) 1200 cm^3
- d) $0,0007 \text{ m}^3$

2. Expressa les següents quantitats en cm^3 :

- a) $0,00001 \text{ dam}^3$
- b) 10 dm^3
- c) 30000 mm^3
- d) $1,5 \text{ m}^3$

3. Quants gots de 250 cm^3 es poden omplir amb $0,04 \text{ m}^3$ d'aigua?

4. Transforma en m^3 :

- a) $0,006 \text{ hm}^3$
- b) 788 dm^3
- c) $0,00008 \text{ km}^3$
- d) 16000 mm^3

5. Un pantà té una capacitat de 450 hm^3 . Si actualment està a un 76% de la seva capacitat, quants metres cúbics d'aigua conté?



6. Expressa:

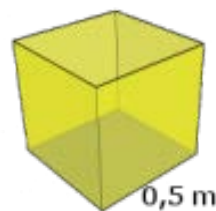
- a) 34 hm^3 en km^3
- b) 3440 cm^3 en m^3
- c) $2,34 \text{ km}^3$ en dam^3
- d) $0,000008 \text{ dm}^3$ en mm^3
- e) 34567 cm^3 en dm^3
- f) $0,02 \text{ m}^3$ en cm^3

7. M'han encarregat 6 litres de refresc de taronja. A la botiga només queden ampolles de 250 cl. Quantes n'he de comprar?

8. Dóna un valor que et sembli raonable per cadascuna de les següents capacitats:

- a) Capacitat d'un got d'aigua.
- b) Capacitat d'un pantà gran.
- c) Capacitat d'una piscina de un xalet.
- d) Capacitat del maleter d'un cotxe.

9. Quina quantitat és més gran, mig metre cúbic o el volum d'un cub de mig metre d'aresta? Raona la resposta.



10. Calcula el volum, en litres, d'un cub de 2 m d'aresta.

11. Troba el pes d'un bloc cúbic de formigó de 2,3 m d'aresta. (Un metre cúbic de formigó pesa 2350 Kg.)

12. Calcula, en litres, el volum d'un *tetrabrik* les dimensions del qual són $12 \times 7 \times 15 \text{ cm}$.

13. Durant una tempesta es van registrar unes precipitacions de 80 litres per metre quadrat. Quina alçada assoliria l'aigua en un recipient cúbic de 10 cm d'aresta?

14. Una piscina té unes dimensions de $7 \times 4 \times 2 \text{ m}$. Quan de temps trigaran en omplir-la dues aixetes el cabal de les quals és de 70 litres per minut per cadascuna d'elles?

15. Calcula, en litres, el volum d'un con que té 12 cm d'altura i la base del qual té un radi de 5 cm.

16. Quantes vegades cal buidar un cub cilíndric de 40 cm d'altura i 20 cm de radi per omplir un dipòsit cilíndric de 2,5 m d'altura i 3 m de radi?

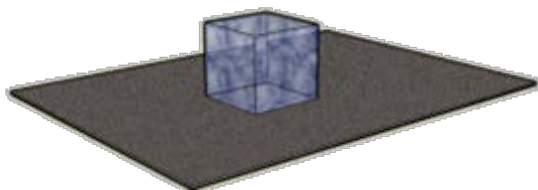


Volum dels cossos geomètrics.

17. S'aboquen $2,5 \text{ cm}^3$ d'aigua en un recipient cònic la base del qual té $1,7 \text{ cm}$ de radi i una altura de $2,8 \text{ cm}$. Quin percentatge de la capacitat del recipient omplim?
18. Quants vasos cilíndrics de 19 cm d'altura i $2,7 \text{ cm}$ de radi es poden omplir amb $3,8$ litres de refresc?



19. Introduïm una bola de plom, de $0,6 \text{ cm}$ de radi, en un recipient cilíndric de $3,1 \text{ cm}$ d'altura i $0,9 \text{ cm}$ de radi. Calcula el volum d'aigua necessari per omplir el recipient.
20. Quants metres cúbics d'aigua es consumeixen en buidar 6 vegades al dia una cisterna de $7,5$ litres durant 30 dies?
21. Quants litres d'aigua pot contenir un dipòsit amb forma d'ortocèdre, si les seves mides interiors són $189 \times 60 \times 58 \text{ cm}$?
22. Quina quantitat d'aigua s'obté en desfer un bloc cúbic de gel de $31,4 \text{ cm}$ d'aresta? (La densitat del bloc de gel és $0,917 \text{ g/cm}^3$).



23. Quants peixos, petits o mitjans, podem introduir en un aquari les mides interiors del qual són $129 \times 51 \times 47 \text{ cm}$? (Es recomana introduir, com a màxim, un peix, petit o mitjà, cada quatre litres d'aigua).

24. Quant temps trigarà una aixeta en omplir un dipòsit si aboca 130 litres d'aigua per minut? El dipòsit és un prisma de $3,6 \text{ m}$ d'altura i base hexagonal, de 2 m de costat i $1,7 \text{ m}$ d'apotema.

25. Calcula el pes, en tones, d'una piràmide de formigó, amb una base quadrada de 6 m de costat i 17 m d'altura. Un metre cúbic de formigó pesa $2,35$ tones.

26. Calcula el volum d'un tronc de con de $6,1 \text{ cm}$ d'altura, sabent que els radis de les seves bases són $6,1 \text{ cm}$ i $3,8 \text{ cm}$.

27. Troba el volum, en litres, d'una esfera de 25 cm de radi.

28. Un paral·lelepípede té una altura de 12 cm i les seves bases són rombes les diagonals dels quals mesuren 7 cm i 4 cm . Calcula el seu volum.

29. S'aboquen 150 cm^3 d'aigua en un got cilíndric de 4 cm de radi. Quina altura assolirà l'aigua?

30. Calcula el pes en grams d'un lingot de plata de $24 \times 4 \times 3 \text{ cm}$. La densitat de la plata és $10,5 \text{ g/cm}^3$.



31. L'etiqueta lateral de paper, que envolta completament una llauna cilíndrica de tomata fregida, fa $25 \times 13 \text{ cm}$. Calcula el volum de la llauna.

32. Calcula el pes d'un fil cilíndric de coure de 2 mm de diàmetre i 1350 m de longitud, sabent que la densitat del coure és $8,9 \text{ g/cm}^3$.

Per saber-ne més



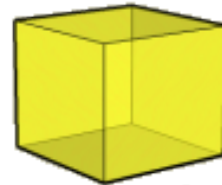
VOLUM DELS POLIEDRES REGULARS

Tetraedre



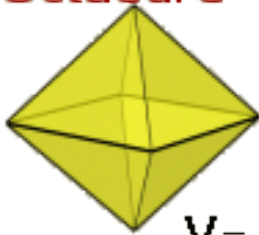
$$V = \frac{\sqrt{2}}{12} \cdot a^3$$

Cub



$$V = a^3$$

Octaedre



$$V = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot a^3$$

a = longitud de les arestes

Dodecaedre



$$V = \frac{1}{4} \cdot (15 + 7\sqrt{5}) \cdot a^3$$

Icosaedre



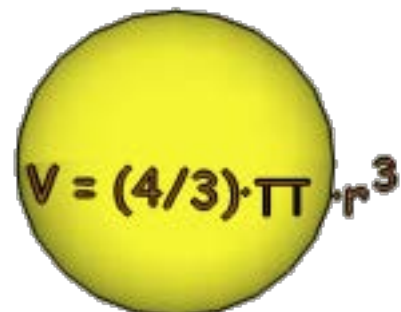
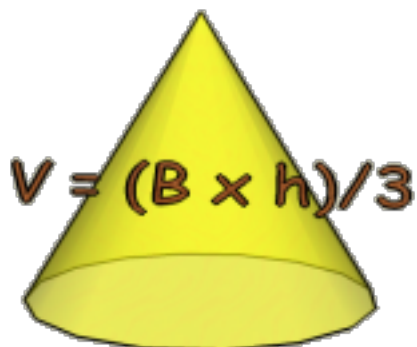
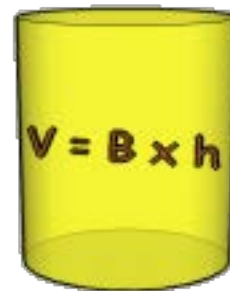
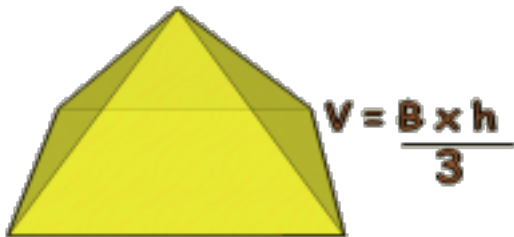
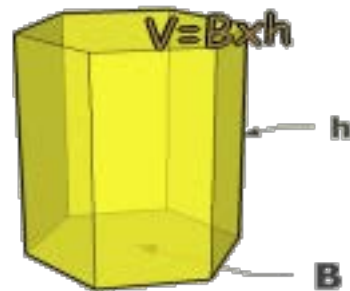
$$V = \frac{5}{12} \cdot (3 + \sqrt{5}) \cdot a^3$$

Volum dels cossos geomètrics.



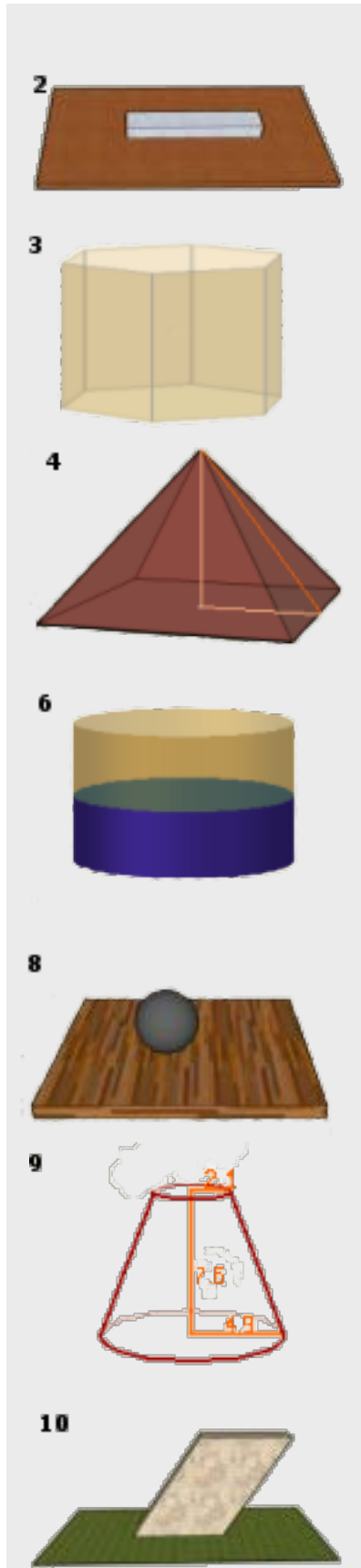
**Recorda
el més important**

VOLUM DELS COSSOS ELEMENTALS



Volum dels cossos geomètrics.

Autoavaluació



1. La capacitat d'un pantà és de 295 hm^3 . Expressa aquesta capacitat en litres.
2. Calcula el pes en grams d'un lingot de plata de $19 \times 4 \times 3 \text{ cm}$. La densitat de la plata és $10,5 \text{ g/cm}^3$.
3. Calcula el volum del prisma de la figura, l'altura del qual és 4 cm i el costat de la base del qual fa $2,4 \text{ cm}$. L'apotema de la base fa $1,6 \text{ cm}$.
4. L'apotema d'una piràmide regular fa 11 dm i la base és un quadrat de 15 dm de costat. Calcula el seu volum.
5. Quants blocs cúbics de pedra, aproximadament, de 50 cm de aresta, fan falta per construir una piràmide regular amb base quadrada de 208 m de costat i 101 m d'altura?
6. S'aboquen $19,8 \text{ cm}^3$ d'aigua en un recipient cilíndric de $1,8 \text{ cm}$ de radi. Quina altura assolirà l'aigua?
7. Quantes copes puc omplir amb 11 litres de refresc, si el recipient cònic de cada copa té una altura interior de 9 cm i un radi interior de 5 cm ?
8. Quants quilograms pesa una bola de plom de 17 cm de radi? El plom té una densitat de $11,4 \text{ g/cm}^3$.
9. Calcula el volum d'un tronc de con de $7,6 \text{ cm}$ d'altura, sabent que els radis de les seves bases fan $4,9 \text{ cm}$ i $2,1 \text{ cm}$.
10. Calcula el volum de l'escultura de la imatge, sabent que les seves bases son rectangles de $3 \times 12 \text{ dm}$ i la seva altura 20 dm .

Volum dels cossos geomètrics.

Solucions dels exercicis per practicar

1. a) 3 l
b) 50.000.000 l
c) 1,2 l
d) 0,7 l
2. a) 10.000 cm³
b) 10.000 cm³
c) 30 cm³
d) 1.500.000 cm³
3. 160 gots.
4. a) 6.000 m³
b) 0,788 m³
c) 80.000 m³
d) 0,000016 m³
5. 342.000.000 m³
6. a) 0,034 km³
b) 0,00344 m³
c) 2.340.000 dm³
d) 8 mm³
e) 34,567 dm³
f) 20.000 cm³
7. 24 ampolles.
8. a) 250 cm³
b) 500 hm³
c) 70 m³
d) 350 l
9. Mig metre cúbic. Un cub de mig metre d'aresta té un volum de 0,125 m³.
10. 8.000 l
11. 28592,45 kg
12. 1,26 l
13. 8 cm
14. 400 minuts.
15. 0,31 l
16. 1407 vegades.
17. 29,5%
18. 8 gots.
19. 6,99 cm³ de agua.
20. 1,35 m³
21. 657,7 l
22. 28,4 l
23. 77 peces
24. 282,5 minuts.
25. 300 m²
26. 3409,07 TN
27. 478,01 cm³
28. 168 cm³
29. 2,98 cm.
30. 3024 g
31. 646,54 cm³
32. 37,75 kg

Solucions AUTOEVALUACIÓN

1. 295.000.000.000 l
2. 2.394 g
3. 46,08 cm³
4. 603,75 dm³
5. 11.652.437 blocs aprox.
6. 1,95 cm
7. 46 copes
8. 234,6 kg
9. 308,08 cm³
10. 720 dm³