# 8 Semblança. Teorema de Pitàgores.

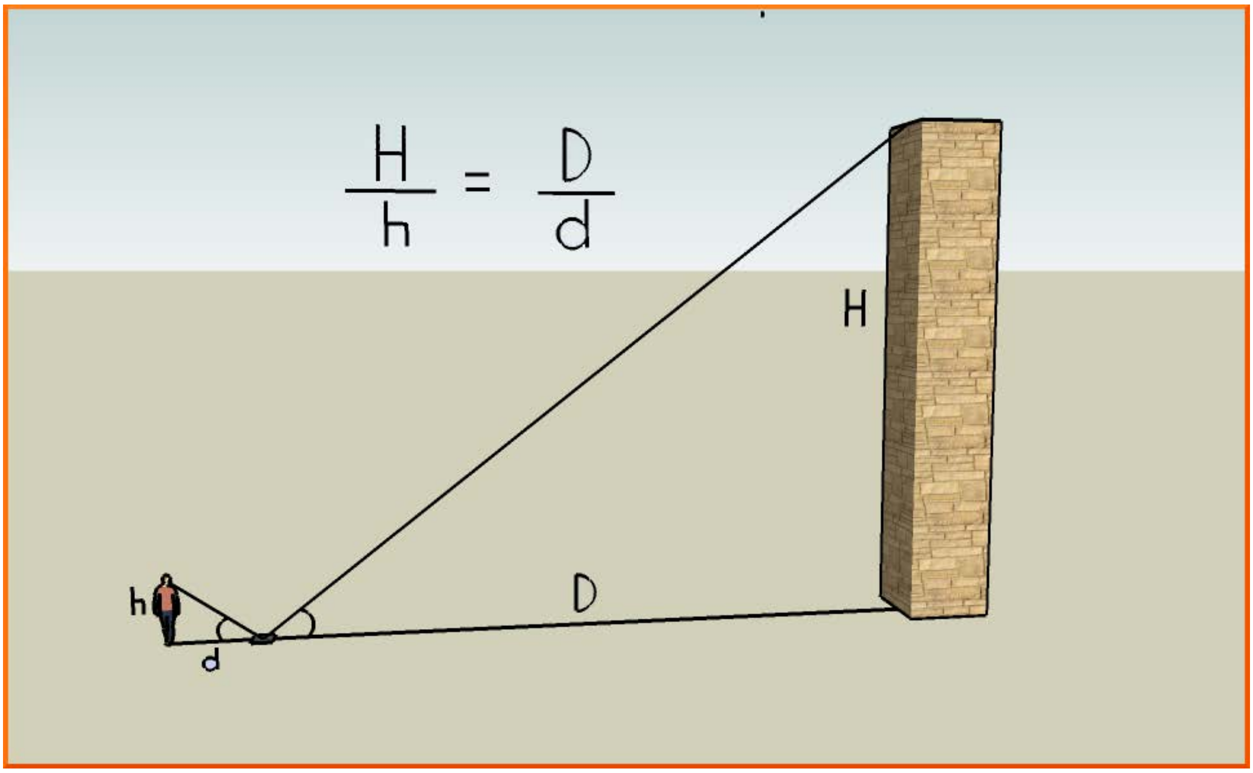
## Objectius

En aquesta quinzena aprendràs a:

- Aplicar correctament el Teorema de Tales.
- Reconèixer y dibuixar figures semblants.
- Aplicar els criteris de semblança de triangles
- Calcular la raó de semblança.
- Utilitzar la relació entre les àrees de figures semblants.
- Calcular distàncies en mapes i plànols.
- Construir figures a partir d'una escala.
- Resoldre problemes geomètrics aplicant el Teorema de Pitàgores.

# Abans de començar

Aplicant la semblança aprendràs, entre altres coses, a mesurar les altures d'edificis amb un mirall sense necessitat de pujar-hi. També ho podràs fer utilitzant les seves ombres...





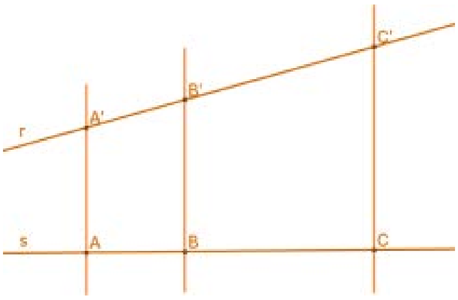
## Investiga

En una pizzeria, la pizza petita té 23 cm de diàmetre i és per a una persona. En canvi, la pizza familiar té 46 cm de diàmetre, just el doble que la petita, però diuen que és per a 4 persones. Ens estan enredant?

# 1. Teorema de Tales

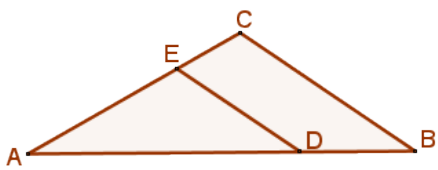
## Enunciat i posició de Tales

Si diverses rectes paral·leles es tallen amb dues secants r i s, **els segments que determinen aquestes paral·leles en la recta r són proporcionals als segments que determinen en s..**




$$\frac{A'B'}{AB}=\frac{B'C'}{BC}=\frac{A'C'}{AC}$$

Els triangles ABC i ADE comparteixen l'angle A, estan encaixats. Els costats oposats a l'angle A són paral·lels. En aquests casos, es diu que **els dos triangles estan en posició de Tales.**

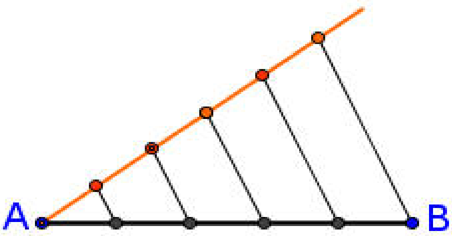



Quan dos triangles es poden col·locar en posició de Tales, **els seus costats són proporcionals:**

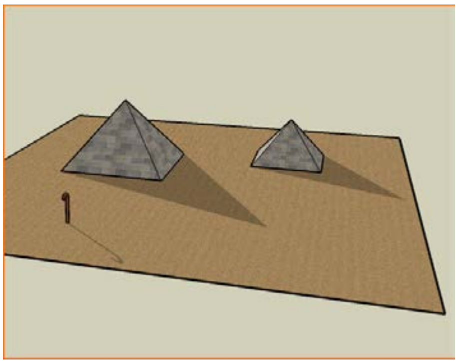
$$\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}=\frac{BC}{DE}$$

## Aplicacions

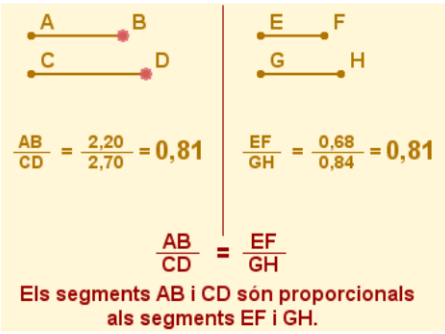
El Teorema de Tales ens permet **dividir un segment en parts iguales** (cinc en aquest cas):



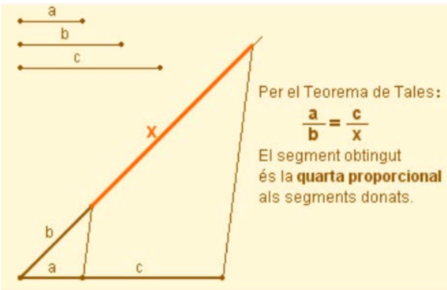

Es traça una semirecta a partir de A. Sobre ella es marquen, amb el compàs, 5 segments iguals, de la longitud que es vulgui. S'uneix l'última marca amb B i es tracen paral·leles, una per cada marca de la semirecta.



*Tales de Milet* fou un filòsof i matemàtic grec que va viure en el segle VI a.C. Va calcular l'altura de les piràmides d'Egipte comparant les seves ombres amb la d'un bastó.




Un parell de segments són **proporcionals** si la raó entre els dos primers (quocient entre les seves longituds) coincideix amb la raó entre els dos últims.

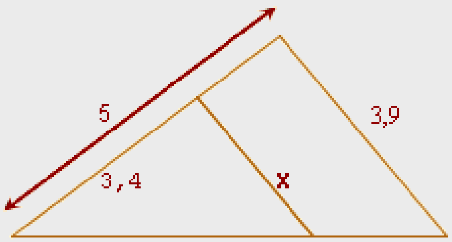



Un segment, de longitud x, és **quart proporcional** a altres tres de longituds a, b y c si es verifica que:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{x}$$

## EXERCICIS resolts

**1.** Utilitza el teorema de Tales per a calcular x.




Els dos triangles estan en posició de Tales, per tant els costats són proporcionals:

$$\frac{5}{3{,}4}=\frac{3{,}9}{\mathbf{x}};\quad 5\cdot\mathbf{x}=3{,}4\cdot 3{,}9;\quad \mathbf{x}=\frac{3{,}4\cdot 3{,}9}{5};$$

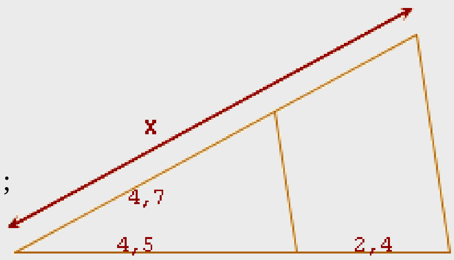
**x = 2,6**

**2.** Calcula el valor de x.

Els dos triangles també estan en posició de Tales. Els costats són proporcionals:

$$\frac{\mathbf{x}}{4{,}7}=\frac{4{,}5+2{,}4}{4{,}5};\quad 4{,}5\cdot\mathbf{x}=4{,}7\cdot(4{,}5+2{,}4);\quad \mathbf{x}=\frac{4{,}7\cdot 6{,}9}{4{,}5};$$

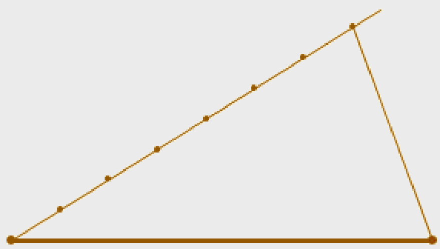
**x = 7,2**

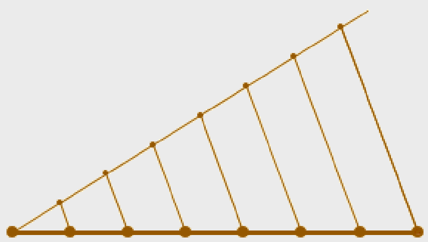



**3.** Divideix el segment en 7 parts iguals.



Tracem una semirrecta a partir d'un dels extrems del segment. Es marquen en ella, amb el compàs, 7 segments iguals, de la longitud que vulguem. Unim l' última marca i l'altre extrem del segment.



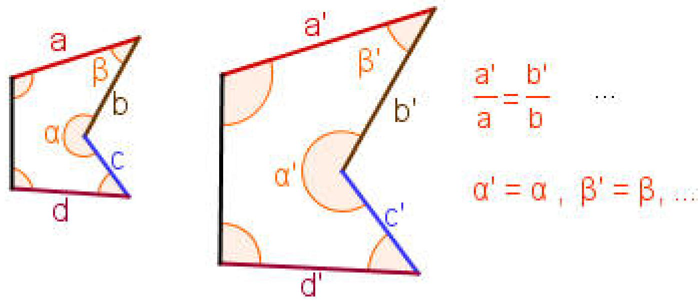


Tracem paral·leles, una por cada marca, i el segment queda dividit en 7 parts iguals.

# 2. Semblança de figures

## Figures semblants

Dues figures són **semblants** si els seus segments corresponents, o homòlegs, són proporcionals i els seus angles iguals. És a dir, o són iguals, o **tenen "la mateixa forma" i només es diferencien en la seva grandària.**




Cada longitud en una de les figures s'obté multiplicant la longitud corresponent en l'altra per un nombre fix que s'anomena **raó de semblança.**

## Criteris de semblança de triangles

Un **criteri de semblança** de dos triangles és un conjunt de condicions que, si es verifiquen, permeten assegurar que els dos triangles són semblants.

No cal comprovar que els seus angles són iguals i que els seus costats són proporcionals per saber si dos triangles són semblants. N'hi ha prou que es verifiqui algun dels següents criteris:

1. Tienen dos ángulos iguales.

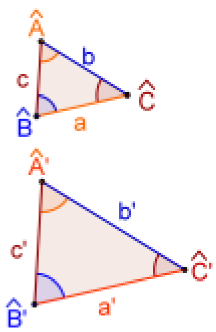
$\hat{A} = \hat{A}'$ y $\hat{B} = \hat{B}'$

2.- Sus lados son proporcionales.

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$$

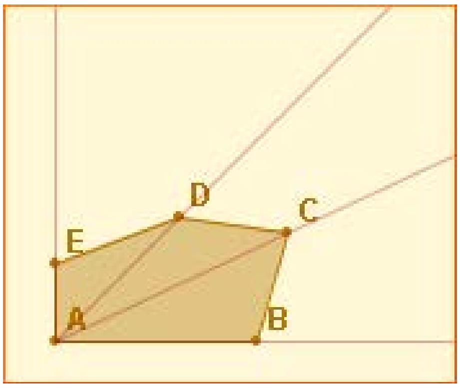
3.- Tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido igual.

$\frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$ y $\hat{A} = \hat{A}'$

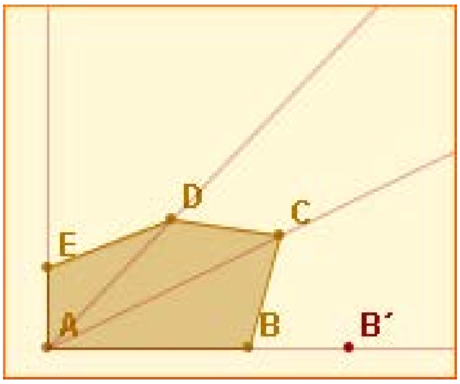



### Construcció de polígons Semblants.

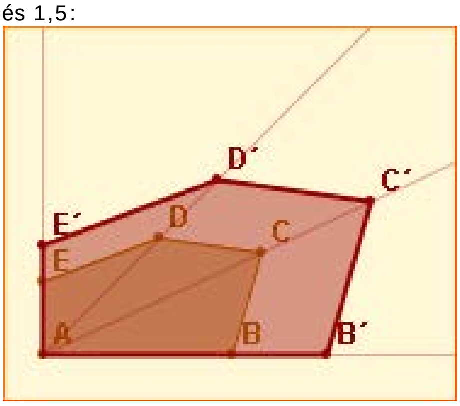
Es tria la raó de semblança, per exemple **1,5**, i es tracen les semirectes que uneixen un vèrtex amb tots els altres:




En la semirrecta AB se situa el punt B', de manera que la longitud del segment AB' sigui **1,5** vegades la longitud del segment AB:

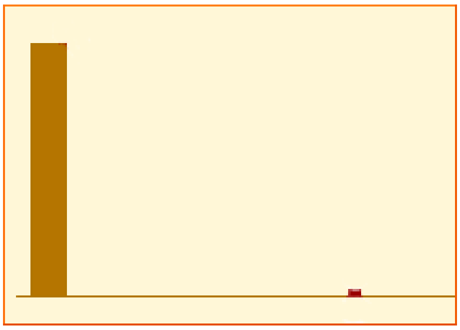



Des de B' es tracen paral·leles als costats del polígon inicial, s'obté un polígon semblant a l'inicial. La raó de semblança és 1,5:

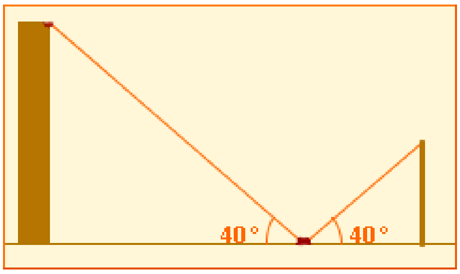


**Càlcul d'altures amb miralls i ombres.**

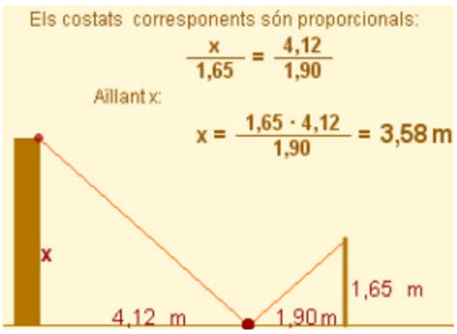
ES col·loca un mirall petit a terra:



L'observador se situa de forma que, dret, pugui veure en el mirall la part més alta de l'edifici:




Es mesuren l'altura de l'observador (des dels seus ulls fins a terra), les distàncies d'aquest al mirall i del mirall a la base de l'edifici:

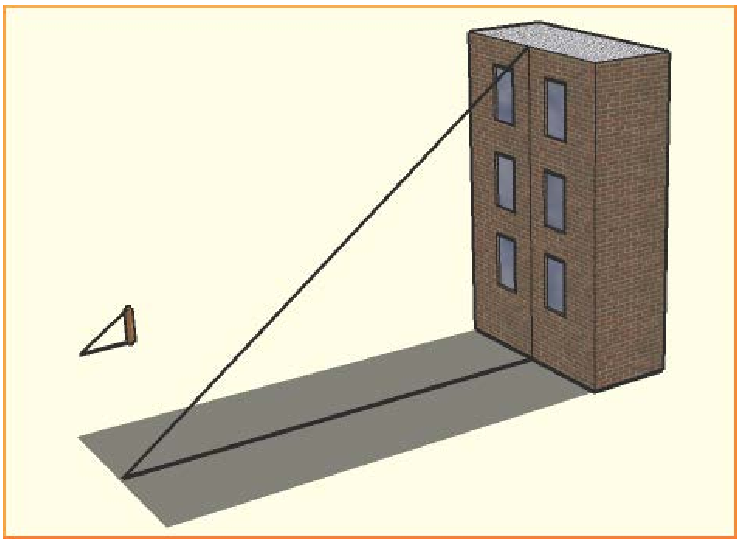



De forma anàloga, mesurant les ombres de l'objecte i d'un bastó, i l'altura del bastó, es pot determinar l'altura d'un objecte a partir de la seva ombra.

## Aplicacions

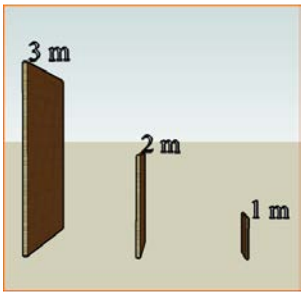
La semblança de figures, i en particular la semblança de triangles, té moltes aplicacions pràctiques. Entre altres:

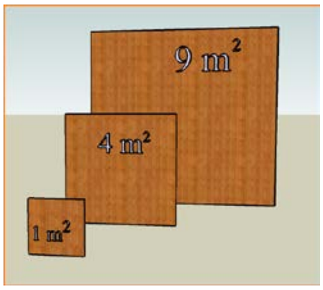
- 1.- Càlcul de l'altura d'un objecte vertical a partir de la seva ombra.
- 2.- Càlcul de l'altura d'un objecte vertical amb un mirall.



## Relació entre las àrees.

Observa las dues imatges. Els segments en las figures mitjana i gran són el doble i el triple de grans que les de la figura petita.



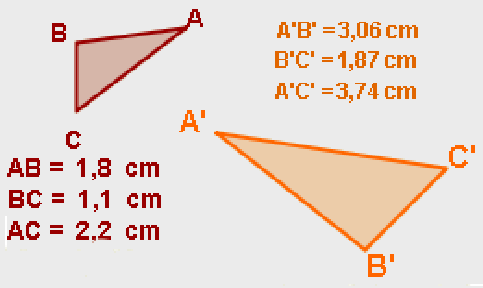




En canvi, las àrees só quatre i nou vegades més grans. En general, per a figures semblants:

**Raó entre àrees = (Raó de semblança)$^2$**

## EXERCICIS resolts

**4.** Són semblants els triangles? En cas afirmatiu calcula la raó de semblança.



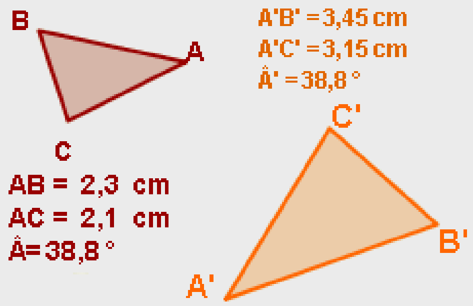

$$\frac{3{,}06}{1{,}08}=1{,}7;\ \frac{1{,}87}{1{,}1}=1{,}7;\ \frac{3{,}74}{2{,}2}=1{,}7$$

*Els triangles són semblants*, ja que tenen els seus costats proporcionals (segon criteri). La raó de semblança és r=1,7

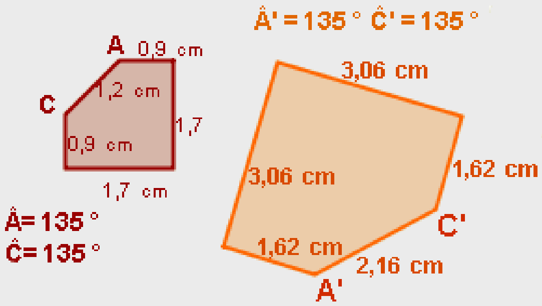
$$\frac{3{,}45}{2{,}3}=1{,}5;\ \frac{3{,}15}{2{,}1}=1{,}5$$

*Els triangles són semblants*, ja que tenen un angle igual y els costats que el formen són proporcionals (tercer criteri).

La raó de semblança és r=1,5




**5.** Raona si les figures següents són semblants. En caso afirmatiu, calcula la raó de semblança.

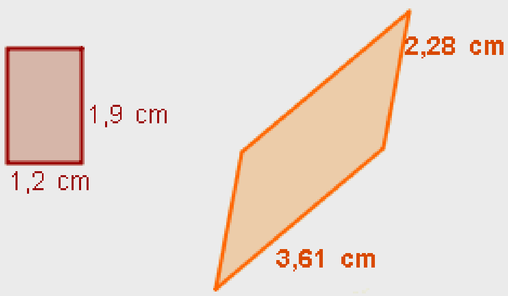



$$\frac{3{,}06}{1{,}7}=1{,}8;\ \frac{1{,}62}{0{,}9}=1{,}8;\ \frac{2{,}16}{1{,}2}=1{,}8$$

Els costats són proporcionals i els angles són iguals, por tant són semblants. La raó de semblança és r= 1,8

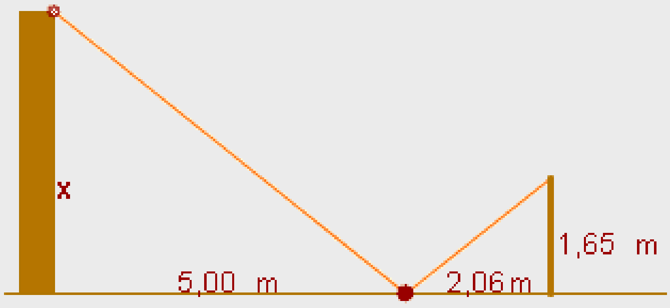
$$\frac{2{,}28}{1{,}2}=1{,}9;\ \frac{3{,}61}{1{,}9}=1{,}9$$

Els costats són proporcionals, però els angles no són iguales. *No són semblants*.



## EXERCICIS resolts

**6.** Un observador, l'altura del qual des dels ulls al terra és 1,65 m, veu reflectida en un mirall la part més alta d'un edifici. El miralls es troba a 2,06 m dels seus peus i a 5m de l'edifici. Calcula l'altura de l'edifici.



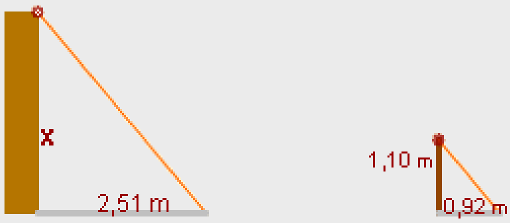

Els dos triangles són semblants,

els seus costats són proporcionals:

$$\frac{\mathbf{x}}{1{,}65}=\frac{5}{2{,}06};\quad \mathbf{x}\cdot 2{,}06=5\cdot 1{,}65;$$

$$\mathbf{x}=\frac{5\cdot 1{,}65}{2{,}06}=4\,\mathbf{m}$$

**7.** Un mur projecta una ombra de 2,51 m al mateix temps que un bastó 1,10 m projecta una ombra de 0,92 m. Calcula l'altura del mur.




Els dos triangles són semblants,

els seus costats són proporcionals:

$$\frac{\mathbf{x}}{1{,}10}=\frac{2{,}51}{0{,}92};\quad \mathbf{x}\cdot 0{,}92=1{,}10\cdot 2{,}51;$$

$$\mathbf{x}=\frac{1{,}10\cdot 2{,}51}{0{,}92}=3\,\mathbf{m}$$

**8.** Un rectangle d' 1 cm x 1,5 cm té una superfície de 1x1,5=1,5 cm$^2$. Quina superfície tindrà un rectangle el triple d'ample y el triple de llarg?

Els dos rectangles són semblants

y la raó de semblança es r=3.

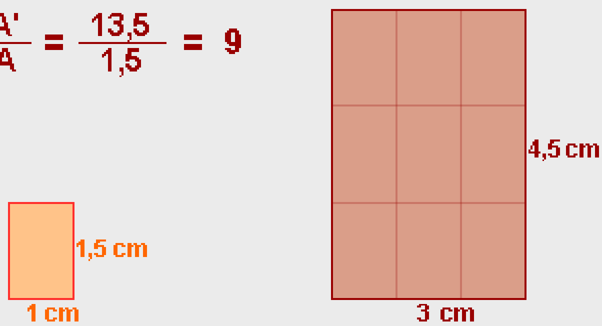
La raó entre las àrees es r$^2$=9,

per tant el rectangle gran té

9 vegades més superfície que el petit:

A'= 9· A= 9·1,5=**13,5 cm$^2$**

$$\frac{A'}{A}=\frac{13{,}5}{1{,}5}=9$$




A = 1·1,5 = 1,5 cm$^2$

A' = 3·4,5 = 13,5 cm$^2$

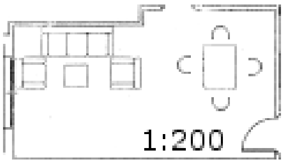
# 3. Ampliación y reducción de figuras

## Ampliació, reducció i escala

La semblança de figures ens permet fer representacions d'objectes reals a una mida més gran (**ampliacions**) o més petita (**reduccions**).

En les representacions d'objectes, la raó de semblança rep el nom de **factor d'escala**.

El factor d'escala és 200, les dimensions del saló en la realitat són 200 vegades més grans que en el plànol.



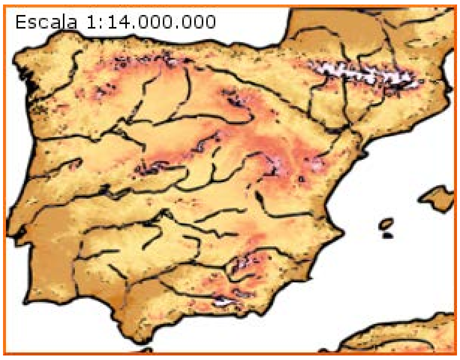


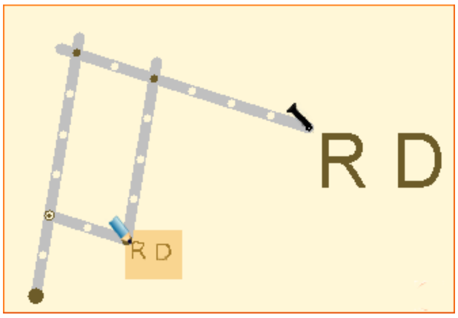
L'**escala** s'expressa en forma de quocient:

**1:200**

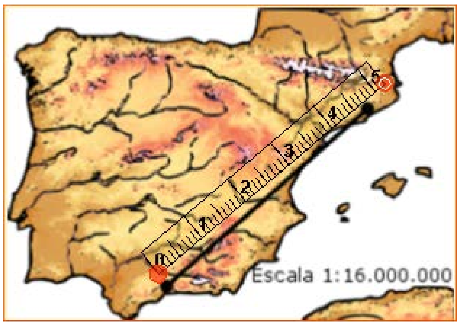
En aquest cas, 200 es la raó de semblança o **factor d'escala**. La figura representada serà 200 vegades més gran que la real. En un plànol a escala 1:200 **cada centímetre equival a 200 centímetres en la realitat.**

En aquest mapa l'escala utilitzada és 1:14.000.000, la qual cosa significa que **cada cm equival a 14.000.000 cm. en la realitat, o sigui, 140 Km.**

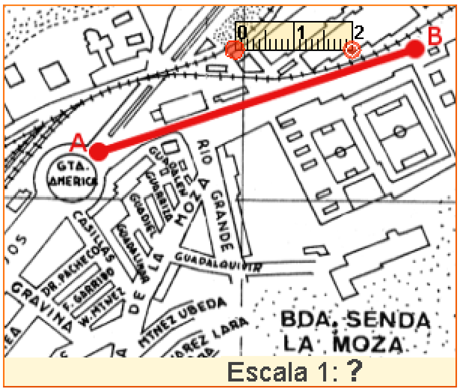



El pantògraf permet reproduir dibuixos, o fer gravats, en mides majors o menors que l'original.



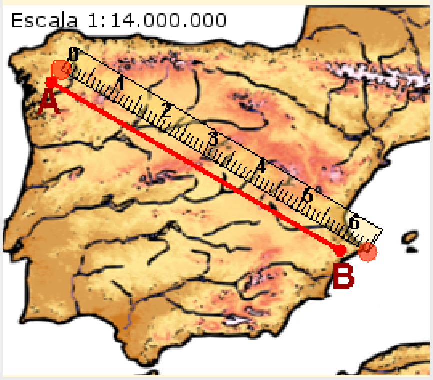

Coneixent l'escala és molt fàcil calcular les distàncies reals. En aquest cas hi ha 4,7 cm en el mapa entre els dos punts marcats, que equivalen a 4,7 cm · 16.000.000 = = 75.200.000 cm = 752 Km. reals.




Encara que no coneguem l'escala, podríem calcular la distància real aproximada que hi ha entre A y B. Només cal mesurar en el plànol algun objecte de dimensions reals conegudes. El campo de futbol gran podria tenir uns 100 m de llarg en la realitat...

## EXERCICIS resolts

**9.** Calcula la distància real entre A y B.




La distància real entre A y B serà:

6,1 cm · 14.000.000 = 85.400.000 cm =

= **854 Km.**

**10.** Calcula l'escala del mapa sabent que el camp de futbol mesura 101 m de llarg en la realitat. Quina distància aproximada hi ha entre A y B en la realitat, si en el plànol és de 5,2 cm?

La longitud en el plànol del camp és 1,1 cm, que equivalen a 101 m = 10100 cm reales.

$$\frac{1{,}1\,cm\,en\,el\,\;pla}{10100\,cm\,reals}=\frac{1\,cm\,en\,el\,\;pla}{x\,cm\,reals}$$

$$1{,}1\cdot x=10100\cdot 1;\;x=\frac{10100\cdot 1}{1{,}1}=10.000$$

L'escala és **1:10.000.** La distància d'A a B és:
5,2·10.000 = 52.000 cm = **520 m** aprox.


**11.** En un plànol d'escala 1:40, quines mides tindrà una taula rectangular de 0,96 m x 0,72 m?

Las longituds en el plànol seran 40 vegades més petites que en la realitat. Las mides de la taula són 96 cm x 72 cm, que en el plànol seran:

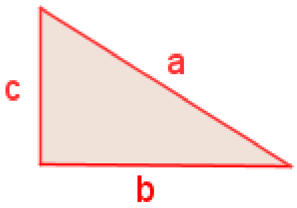
$\frac{96}{40}=$ **2,4 cm** $\quad \frac{72}{40}=$ **1,8 cm**

**12.** Una maqueta d'un cotxe, a escala 1:50, té 8 cm de longitud, 3,5 cm d'amplada i 2,8 cm d'altura. Calcula las dimensiones reals del cotxe.

Longitud: 8 cm · 50 = 400 cm = **4 m**
Amplada: 3,5 cm · 50 = 175 cm = **1,75 m**
Altura: 2,8 cm · 50 = 140 cm = **1,40 m**

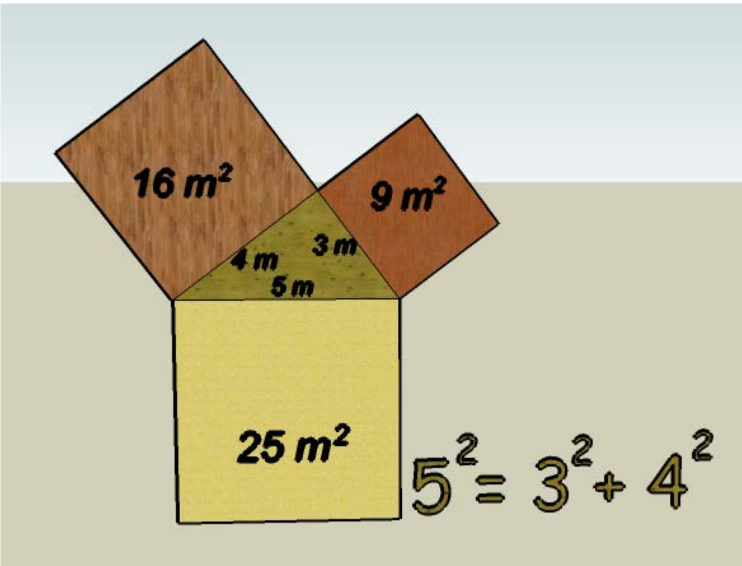
# 4. Teorema de Pitàgores

El teorema de Pitàgores estableix la relació entre la hipotenusa i els catets d'un triangle rectangle:




$$a^2 = b^2 + c^2$$

En tot triangle rectangle es verifica que **el quadrat de la hipotenusa és igual a la suma dels quadrats dels catets.**

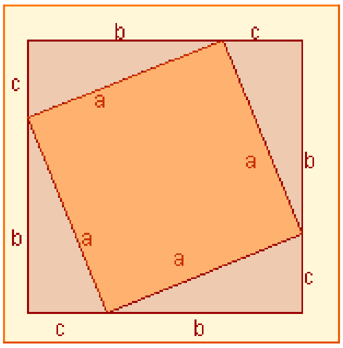


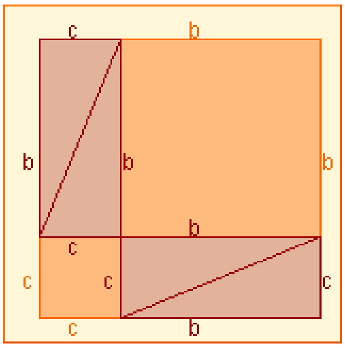

## Aplicacions

El Teorema de Pitàgores té moltes aplicacions; entre altres, es veuran els exercicis resolts:

- Representació gràfica de nombres irracionals.
- Càlcul de la diagonal d'un rectangle.
- Càlcul de l'altura d'un triangle isòsceles.
- Càlcul de l'apotema d'un hexàgon regular.

Demostració.




Els dos quadrats són iguales: els dos tenen de costat *b+c.*

La superfície de color vermell és la mateixa en els dos quadrats: quatre triangles iguals. Por tant la superfície restant, la de color taronja, ha de ser la mateixa en els dos quadrats. La superfície de colors taronja en el primer és:

$$a^2$$

La superfície de color taronja en el segon és:

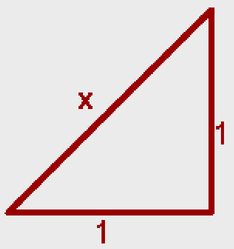
$$b^2 + c^2$$

Conclusió:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

## EXERCICIS resolts

**13.** $\sqrt{2}$ =1,4142135623730950488O1... Es pot dibuixar un segment que mesuri exactament $\sqrt{2}$ ?




Sí, es pot. Només cal representar dos segments perpendiculars, de longitud 1, y formar amb ells un triangle o rectangle. La hipotenusa mesura exactament $\sqrt{2}$ :

$$x^2 = 1^2 + 1^2; \qquad x^2 = 1 + 1 = 2$$

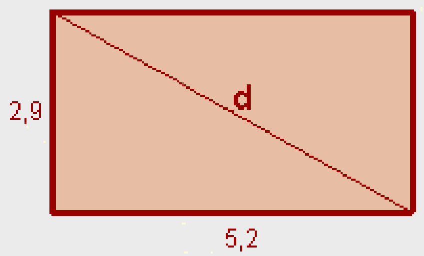
$$\mathbf{x} = \sqrt{2}$$

**14.** Calcula la diagonal del rectangle.

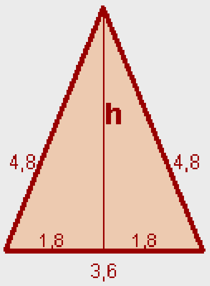
$d^2 = 2{,}9^2 + 5{,}2^2$ ; $d^2 = 8{,}41 + 27{,}04$

$d^2 = 35{,}45$; $d = \sqrt{35{,}45}$

**d = 5,95**




**15.** Calcula l'altura d'un triangle isòsceles els costats del qual mesuren l'un 4,8 y l'altre 3,6.




$h^2 + 1{,}8^2 = 4{,}8^2$ ; $h^2 = 4{,}8^2 - 1{,}8^2$

$h^2 = 23{,}04 - 3{,}24 = 19{,}80$

$h = \sqrt{19{,}80}$

**h = 4,44**

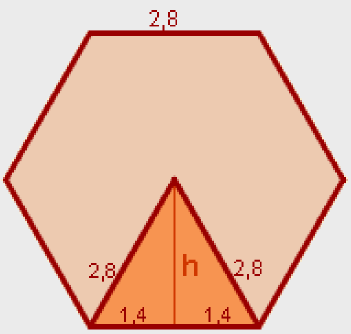
**16.** Calcula la diagonal d'un hexàgon regular el costat del qual mesura 2,8.

$h^2 + 1{,}4^2 = 2{,}8^2$ ; $h^2 = 2{,}8^2 - 1{,}4^2$

$h^2 = 7{,}84 - 1{,}96 = 5{,}88$

$h = \sqrt{5{,}88}$

**h = 2,42**



## EXERCICIS resolts

**17.** L'interior del senyal de tràfic és un triangle isòsceles de 74 cm de costat. La línia que separa la zona blanca de la negra es una altura. Quant mesura aquesta altura?


$$h^2 + 37^2 = 74^2 \ ; \ h^2 = 74^2 - 37^2$$
$$h^2 = 5476 - 1369 = 4107$$
$$h = \sqrt{4107}$$

**h = 64,09 cm**

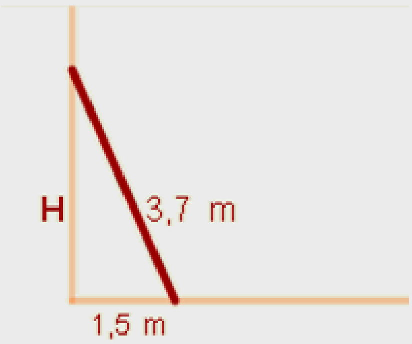
**18.** En una urbanització s'han protegit 310 finestres quadrades de 126 cm de costat amb una cinta adhesiva especial, com es veu en la figura. Quants metres de cinta s'han empleat?

La diagonal de la finestra mesura:

$$d^2 = 126^2 + 126^2; \ d^2 = 31752$$
$$d = \sqrt{31752} = 178{,}19 \text{ cm}$$

**Cinta total: 178,19 · 310 = 55238,9 cm =552,39 m**

**19.** Una escala de 3,7 m de longitud es troba recolzada en una paret, quedant el peu a 1,5 m d'ella. A quina altura arriba l'escala sobre la paret?




$$H^2 + 1{,}5^2 = 3{,}7^2 \ ; \ H^2 = 3{,}7^2 - 1{,}5^2$$
$$H^2 = 13{,}69 - 2{,}25 = 11{,}44$$
$$H = \sqrt{11{,}44}$$

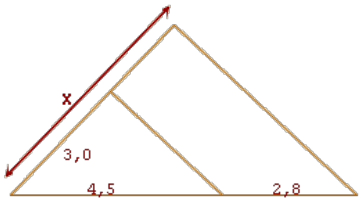
**H = 3,38 m**

## Per practicar

1. Dibuixa un segment de 8 cm de longitud y divideix-lo en 7 parts iguals.

2. Quant mesurarà un segment que sigui quart proporcional a tres segments de longituds 3, 4 y 5 cm?

3. Calcula el valor de x:




4. Els costats d'un rectangle mesuren 4 cm y 6 cm. Quant mesuraran els costats d'un rectangle semblant a l'anterior si la raó de semblança, del segon al primer, és r=1,3?

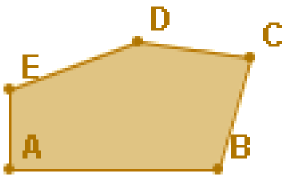
5. El costat d'un triangle equilàter mesura 4 cm y el de l'altre triangle equilàter 6 cm. Són semblants aquests triangles? Per qué? En caso afirmatiu, calcula la raó de semblança.

6. Los costats d'un triangle mesuren 3 cm, 7 cm y 8 cm. Quant mesuraran els costats d'un triangle semblant a l'anterior si la raó, del primer al segon, es r=2?

7. En una fotocopiadora fem una ampliació d'un full fins al 135%. En aquest full apareixia un cercle de 4,8 cm de diàmetre. Calcula el diàmetre del cercle en l'ampliació. Calcula la raó de semblança del cercle gran respecte del petit.

8. Un quadrilàter té costats de 3, 4, 7 i 8 cm. El costat menor d'un altre quadrilàter semblant a l'inicial mesura 32 cm. Calcula la raó de semblança del quadrilàter gran respecte del petit i la mesura dels altres dos costats.

9. Construeix un polígon semblant al de la figura, prenent com a raó de semblança r=1,5.




10. Els costats de un triangle mesuren 2, 5 y 7 cm y els d'un altre 4, 10 y 13 cm. Són semblants? En caso afirmatiu, calcula la raó de semblança.

11. Un triangle rectangle té un angle de 30° y un costat de 56 cm. Una altre triangle rectangle té un angle 60° y un costat de 34 cm. Són semblants ambdós triangles?

12. Digues si són semblants dos triangles ABC y A'B'C' amb les següents dades:

    a) Â = 30°, AB=4 cm, AC=5cm, Â' =30°, A'B'=12 cm, A'C' = 15 cm.

    b) AB=7cm, BC=4cm, AC=9cm, A'B'=14 cm, B'C'=8 cm, A'C'=18 cm.

13. Un mur projecta una ombra de 32 m al mateix temps que un bastó de 1,2 m projecta una ombra de 97 cm. Calcula l'altura del mur.

14. Un observador, l'altura del qual fins els ulls és de 1,67 m, observa, dret, en un mirall la part més alta d'un objecte vertical. Calcula l'altura d'aquest, sabent que el mirall es troba situat a 10 m de la base de l'edifici i a 3 m de l'observador.

15. Un cercle té una superfície de 34 $m^2$, quina superfície tindrà un cercle el triple d'ample que l'anterior?

**16.** Si amb una pizza de 23 cm de diàmetre pot menjar una persona, quantes podrien menjar amb una pizza de 32,5 cm?

**17.** Dos triangles equilàters són sempre semblants? Y dos triangles isòsceles? Raona la resposta.

**18.** Dos hexàgons regulares, són semblants? I dos polígons regulars amb el mateix número de costats?

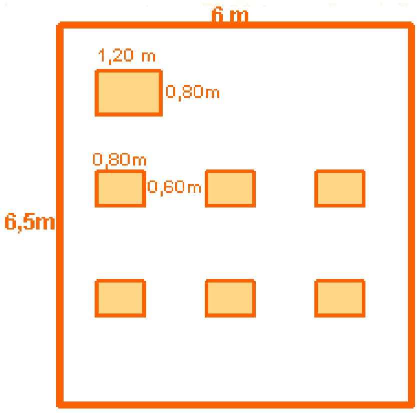
**19.** En un mapa a escala 1:150.000, la distància entre dos punts és de 3,5 cm. Quina és la distància real entre ells?

**20.** Dos pobles, que en la realitat estan a 36 km de distància, se situen en un mapa a 7,2 cm. Quina és l'escala del mapa?

**21.** En un plànol a escala 1:75, quines dimensions tindrà una taula de 2,25 m x 1,5 m?

**22.** En un plànol s'ha representat amb 3,5 cm una distància real de 1,75 m. Quina és l'escala del plànol?

**23.** En la figura s'indiquen les dimensions reals d'una classe. Fes-ne un plànol a escala 1:120.




**24.** Una maqueta d'una casa, a escala 1:200, té una longitud de 3,5 cm, una amplada de 2,7 cm y una altura de 2 cm. Quines són les mesures reals d'aquesta casa?

**25.** En un plànol, a escala 1:500, una parcel·la té una superfície de 12 $cm^2$. Quina superfície tindrà en la realitat aquesta parcel·la?

**26.** Calcula la distància real que hi ha entre dues ciutats que estan a 4,5 cm de distància en un mapa en el que dues altres ciutats, que disten 39 km en la realitat, apareixen a 7,8 cm.

**27.** Calcula l'altura on arribaran 8 senyals de tràfic apilades igual que en la figura, si cada una d'elles és un octàgon regular de 31 cm de costat i 40,5 cm de radi.


**28.** Calcula el perímetre d'un triangle rectangle la hipotenusa del qual mesura 50 cm, i un dels seus catets 40 cm.

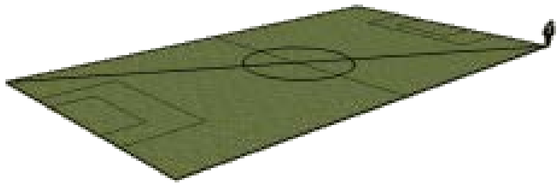
**29.** Determina, sense dibuixar-ho, si un triangle de costats 7, 8 y 9 cm és rectangle.

**30.** Calcula l'apotema d'un hexàgon de 5 cm de costat.

**31.** Calcula l'altura d'un triangle isòsceles els costats iguals del qual mesuren 16 cm y el costat desigual 10 cm.

**32.** Calcula la mesura de la diagonal d'un rectangle de costats 6 y 8 cm.

**33.** Un futbolista entrena corrent la diagonal del terreny de joc d'un camp de futbol, anada i tornada, 30 cops tots els dies. Quina distància total recorre? El terreny de joc té unes mides de 105 x 67 m.



Per a saber-ne més

La **torre Eiffel** fou construïda amb 18000 peces de ferro forjat i, originàriament, mesurava 300 metres i pesava 7300 tones. És una estructura **molt lleugera**, una maqueta exacta de la torre, també de ferro, de **2 m d'altura** pesaria només:

$(2/300)^3 \cdot 7300 =$

0,00216 TN=

**2,16 Kg.**

La síndria superior costa 2,50 €. La síndria inferior és just el **doble d'ampla** que la superior. Quant costa? Costarà 5 €, o serà més cara?

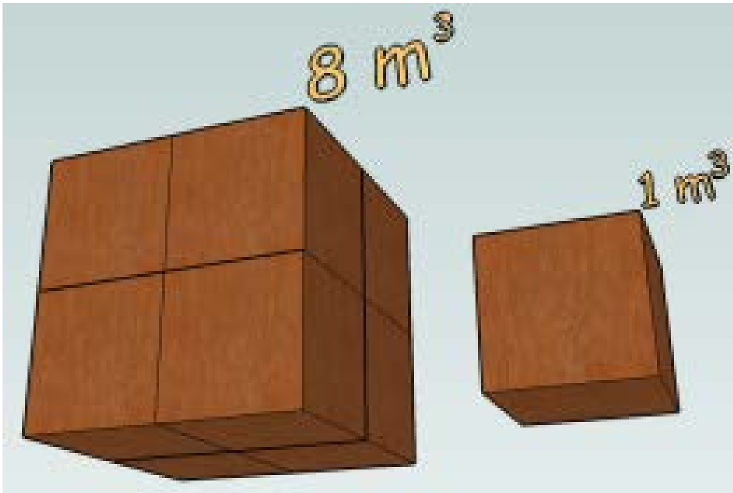
Una síndria el **doble d'ampla** té $2^3 = 8$ **vegades més volum**. No costaria 5 €, sinó 8·2,50= **20 €**

## Relació entre els volums de cossos semblants

Els dos cossos de la imatge són semblants. **La raó de semblança és r=2.** Qualsevol segment en el cub gran serà el doble de gran que el seu corresponent en el petit. Quina relació hi ha entre els seus volums? Com pots observar, el **volum del cub gran** no és el doble que el del petit, és **8 vegades més gran** que el del petit.

**r=2**

**R vol =$r^3$ =$2^3$ =8**




**Raó entre volums**

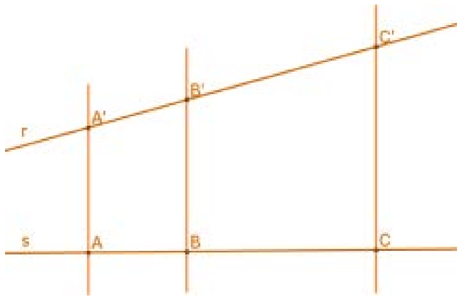
**=**

**(Raó de semblança)$^3$**

Recorda el més important

## Teorema de Tales

Si diverses rectes paral·leles es tallen amb dues secants r i s, **els segments que determinen aquestes paral·leles a r són proporcionals als que determinen a s.**




$$\frac{A'B'}{AB}=\frac{B'C'}{BC}=\frac{A'C'}{AC}$$

## Figures semblants

Dues figures són **semblants** si els seus segments corresponents, o associats, són proporcionals i els seus angles iguals. És a dir, o són iguals, **o tenen "la mateixa forma" i només es diferencien en la seva grandària**.

Cada longitud en una de les figures s'obté multiplicant la longitud corresponent en l'altra per un nombre fix, que s'anomena **raó de semblança.**

En las representacions d'objectes aqesta raó s'anomena **factor d'escala**

## Criteris de semblança de triangles

1. Tienen dos ángulos iguales.

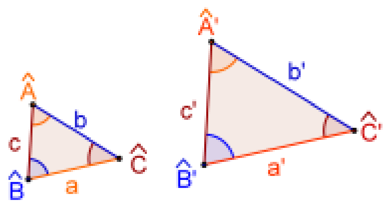
$\hat{A}=\hat{A}'$ y $\hat{B}=\hat{B}'$

2.- Sus lados son proporcionales.

$$\frac{a'}{a}=\frac{b'}{b}=\frac{c'}{c}$$

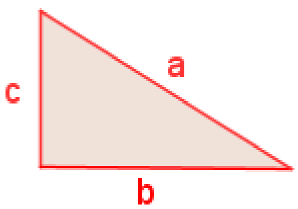
3.- Tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido igual.

$\frac{b'}{b}=\frac{c'}{c}$ y $\hat{A}=\hat{A}'$



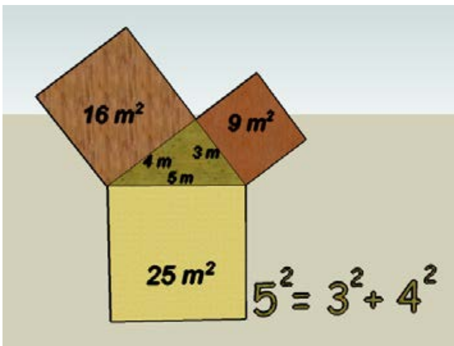

## Teorema de Pitágores

El teorema de Pitágores expressa una relació entre la hipotenusa y els catets d'un triangle rectangle:

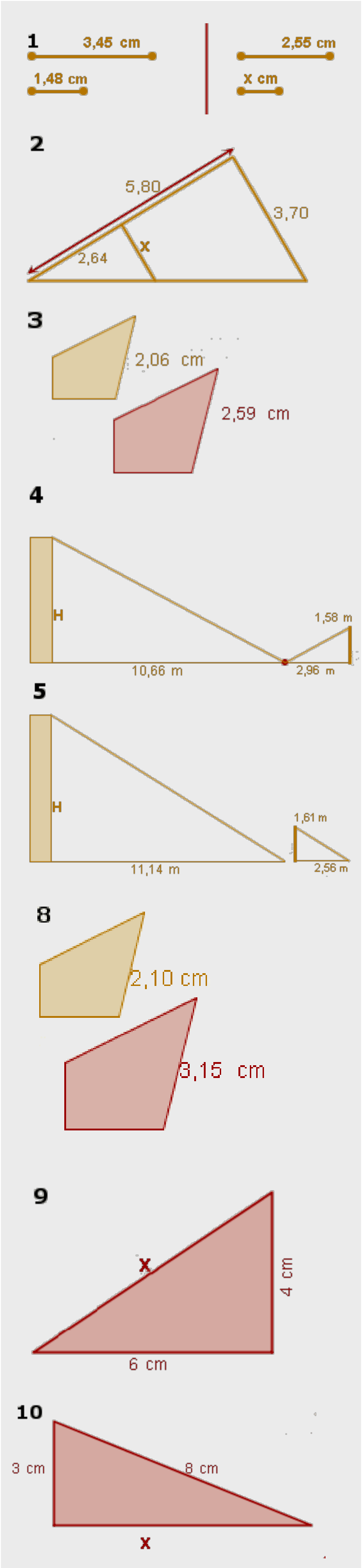



$$a^2 = b^2 + c^2$$

En tot triangle rectangle es verifica que **el quadrat de la hipotenusa és igual a la suma dels quadrats dels catets.**



## Comprova el que saps




1. Calcula el valor de x per tal que els dos parells de segments siguin proporcionals.

2. Calcula, de forma raonada, el valor de x.

3. Els dos polígons de l'escena són semblants. Calcula la raó de semblança.

4. Un observador, dret, veu reflectida en un mirall, que està situat en el terra, la part més alta d'un edifici. Calcula l'altura del l'edifici sabent que l'altura de l'observador, des dels seus al terra, és 1,58 m, el mirall està situat a 2,96 m de l'observador i a 10,66 m de l'edifici.

5. Determina l'altura de l'edifici sabent que projecta una ombra de 11,14 m al mateix temps que un bastó de 1,61 m projecta una ombra de 2,56 m.

6. En un mapa, a escala 1:10000, la distància entre dos pobles és 10,6 cm. Quina és ña distància real, en Km, que els separa?

7. La distància en un mapa entre dos pobles, que estan a 22,4 Km de distància real, és de 11,2 cm. Quina és l'escala del mapa?

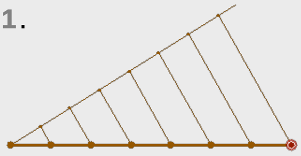
8. Las dos figuras de la imagen són semblants. ¿Cuál es la raó entre sus áreas?

9. Usando el teorema de Pitágoras, calcula la longitud de la hipotenusa del triangle que aparece en la imagen.

10. El triangle de la imagen es rectangle. Calcula x.

## Solucions dels exercicis per a practicar

**1.**



**2.** 6,67cm

**3.** 4,87

**4.** 5,2 x 7,8 cm

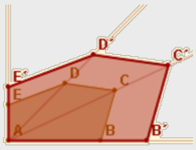
**5.** Sí. Tenen els angles iguales. r=1,5

**6.** 1'5, 3'5 y 4 cm

**7.** 6,48 cm,r=1,35

**8.** r=10,67. 42'67, 74'69 y 85'36 cm

**9.**




**10.** No. Els costats no són proporcionals.

**11.** Sí. Tenen els angles iguales.

**12.** a) Sí, crit. 3

b) Sí, crit. 2.

**13.** 39,59 m.

**14.** 5,57 m

**15.** 306 $m^2$

**16.** 2 persones

**17.** Sí, tenen els angles iguals. No, no tenen per què complir els criteris.

**18.** Sí, perquè tenen els costats proporcionals i els angles iguals.

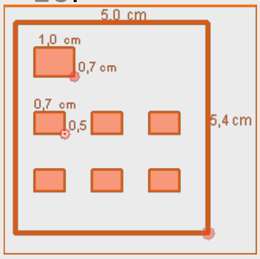
**19.** 5,25 Km

**20.** 1:500.000

**21.** 3x2 cm

**22.** 1:50

**23.**




**24.** 7 x 5,4 x 4 m

**25.** 300 $m^2$

**26.** 22,5 Km

**27.** 5,98 m

**28.** 120 cm

**29.** No, perquè els costats no compleixen el teorema de Pitàgores.

**30.** 4,33 cm

**31.** 15,2 cm

**32.** 10 cm

**33.** 7.47 Km

## Solucions AUTOEVALUACIÓ

**1.** 1'09 cm

**2.** 1'69

**3.** 1'26

**4.** 5'69 m

**5.** 7'01 m

**6.** 1'06 Km

**7.** 1:20.000

**8.** 2'25

**9.** 7'21 cm

**10.** 7'42 cm