

Objectius

En aquesta quinzena aprendràs a:

- Reconèixer situacions que es poden resoldre amb equacions
- Traduir al llenguatge matemàtic enunciats del llenguatge ordinari.
- Conèixer els elements d'una equació.
- Resoldre equacions de primer grau.
- Resoldre equacions de segon grau.
- Resoldre problemes utilitzant les equacions.

Abans de començar

1. Equacions, idees bàsiques pàg. 4
 Igualtats i equacions
 Elements d'una equació
 Equacions equivalents

2. Regles per la resolució pàg. 8
 Sense denominadors
 Amb denominadors
 Resolució general d'equacions

3. Equacions de segon grau pàg. 12
 Definició. Tipus
 Resolució de $ax^2+bx=0$
 Resolució de $ax^2+c=0$
 Resolució de $ax^2+bx+c=0$

4. Aplicacions pàg. 14
 Problemes amb equacions

Exercicis per practicar

Per saber-ne més

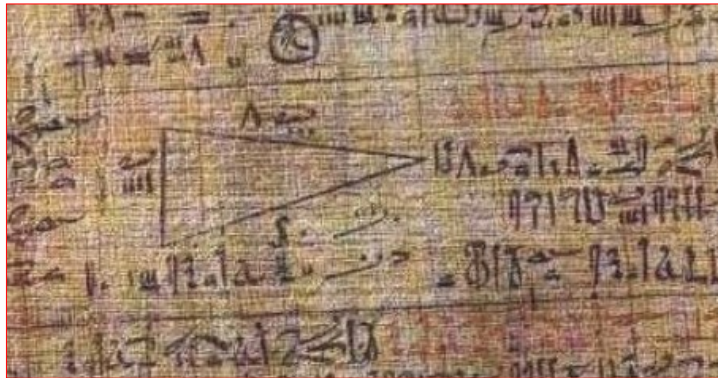
Resum

Autoavaluació

Abans de començar

El document més antic en el qual es presenten problemes que es resolten amb equacions és el papir Rhind de 1650 a.C. (en la imatge se'n pot veure un fragment).

Un d'aquests problemes diu: *"Un munt més la setena part del munt és igual a 19. Quant hi ha en el munt?"*



Observa que en aquella època encara no s'utilitzava la "x" para resoldre les equacions. El llenguatge algebraic que ara coneixem no existia. Imagina l'esforç i la tècnica que havien de tenir per plantejar i buscar solucions als problemes amb equacions.

Investiga:

La solució del problema del papir és un nombre fraccionari (la pots veure al final del Tema), però si en lloc de **19** posem **32** la solució és un nombre enter. Pots esbrinar quantes unitats tindria el munt en aquest cas?

1. Equacions: idees bàsiques

Igualtats i equacions

Utilitzem equacions quan volem trobar una certa quantitat, desconeguda, però de la qual sabem que verifica certa condició.

La quantitat desconeguda s'anomena **incògnita** i es representa per "**x**" (o qualsevol altra lletra) i la condició que compleix s'escriu com una igualtat algebraica a la que anomenem equació.

Resoldre una equació és trobar el o els valors de la o les incògnites amb que es compleix la igualtat.

Exemple

Situacions que s'expressen amb equacions

Una mare reparteix 57 € entre tres fills, de manera que el més gran rep 10 € més que el segon, i aquest 10 € més que el tercer. Quants diners rep cadascun d'ells?

Anomenem "**x**" als diners que rep el fill petit, el que en rep menys:

Així, el mitjà en rep "**x + 10**" i el més gran en rep "**x + 10 + 10**".

Com en total es reparteixen 57 €, aquesta quantitat serà la suma de "**x**" i "**x + 10**" i "**x + 10 + 10**".

Escrivim l'equació:

$$x + (x + 10) + (x + 10 + 10) = 57$$

i, agrupant:

$$3x + 30 = 57$$

Encara no hem resolt el problema, el primer pas és plantejar-lo i escriure'l en forma d'equació.

Exemple

Es reparteixen 40 € entre dues persones, de manera que una rep 10 € més que l'altra. Quant rep cada persona?

Anomenem "**x**" als diners que rep la 1a persona, la que rep menys.

Quants diners rep aleshores la 2a persona?

La segona persona rep "**x+10**".

Entre les dues es reparteixen en total 40 €, aleshores la suma de "**x**" i "**x+10**" ha de ser 40.

Escrivim l'equació:

$$x + (x + 10) = 40$$

o agrupant:

$$2x + 10 = 40$$

Elements d'una equació

Membres: Són les expressions que apareixen a cada costat de la igualtat. El de l'esquerra s'anomena 1r membre. El de la dreta s'anomena 2n membre.

Termes Són els sumands que formen els membres.

Incògnites: Són les lletres que apareixen en l'equació.

Solucions: Són els valors que han de tenir les lletres per que la igualtat sigui certa.

Grau d'una equació: És el més gran dels graus dels monomis que formen els membres.

Exemples

$$3x - 5 = 7 - 2x$$

1r membre 2n membre

Incògnita: x

Solució: $x = \frac{12}{5}$

Grau: 1

Els termes són:
 $3x, -5, 7, -2x$

$$3x^2 = 48$$

1r membre 2n membre

Incògnita: x

Solucions: $x = 3, x = -3$

Grau: 2

Els termes són:
 $3x^2, 48$

En el segon exemple, observa que si x pren un altre valor (per ex: 6, -12, 5/2,...) la igualtat no es compleix i per tant no són solucions.

Equacions equivalents

S'anomenen **equacions equivalents** a les que tenen les mateixes solucions.

- Si se suma o resta una quantitat, o expressió, als dos membres d'una equació se n'obté una altra d'equivalent.
Regla pràctica: "el que està sumant passa restant, o a l'inrevés".
- Si es multipliquen o divideixen els dos membres d'una equació per un nombre, o una expressió, se n'obté una altra d'equivalent.
Regla pràctica: "el que està multiplicant passa dividint, o a l'inrevés".

Exemples

Una mare reparteix 57 € entre tres fills, de manera que el més gran rep 10 € més que el segon, i aquest 10 € més que el tercer. Quants diners rep cadascun d'ells?

Petit: x Mitjà: $x + 10$ Gran: $x + 10 + 10$

Equació: $x + (x+10) + (x+10+10) = 57$

$$3x + 30 = 57$$

(Fent: $3x + 30 - 30 = 57 - 30$)

$$3x = 57 - 30$$

$$3x = 27$$

(Fent: $\frac{3x}{3} = \frac{27}{3}$)

$$x = \frac{27}{3}$$

$$x = 9$$

Petit: 9 €, mitjà: 19 € i gran: 29 €

Es reparteixen 40 € entre dues persones, de manera que una rebi 10 € més que l'altra. Quant en rep cadascuna?

1a persona rep: x 2a persona rep: $x + 10$

Equació: $x + (x + 10) = 40$

$$2x + 10 = 40$$

(Fent: $2x + 10 - 10 = 40 - 10$)

$$2x = 40 - 10$$

$$2x = 30$$

(Fent: $\frac{2x}{2} = \frac{30}{2}$)

$$x = \frac{30}{2}$$

$$x = 15$$

1a persona rep 15 €, 2a persona rep 25 €

Exercicis resolts

1. Si al triple d'un nombre li restem 16 s'obté 20. Quin és aquest nombre?

SOLUCIÓ

Al nombre que busquem l'anomenem: x

Podem plantejar la següent equació: $3x - 16 = 20$

Agrupem $3x = 20 + 16$, $3x = 36$

Solucionem $x = 36/3$, $x = 12$

El nombre buscat és 12.

2. En Pere, que actualment té 42 anys, té 8 anys més que el doble de l'edat de l'Antoni. Quina edat té l'Antoni?

SOLUCIÓ

A l'edat de l'Antoni l'anomenem: x

Podem plantejar la següent equació: $2x + 8 = 42$

Agrupem $2x = 42 - 8$, $2x = 34$

Solucionem $x = 34/2$, $x = 17$

L'edat de l'Antoni és 17.

3. En sumar-li a un nombre 34 unitats s'obté el mateix resultat que en multiplicar-lo per 3. Quin és aquest nombre?

SOLUCIÓ

Al nombre que busquem l'anomenem: x

Podem plantejar la següent equació: $x + 34 = 3x$

Agrupem $x - 3x = -34$, $-2x = -34$

Solucionem $x = -34/-2$, $x = 17$

El nombre buscat és 17.

Exercicis resolts

4. La suma de tres nombres naturals consecutius és igual al més petit més 19. Quins són aquests tres nombres?

SOLUCIÓ

Els nombres que busquem els anomenem: $x, x+1, x+2$

Podem plantejar la següent equació: $(x) + (x+1) + (x+2) = x + 19$

Agrupem $x + x + 1 + x + 2 = x + 19$
 $x + x + x - x = 19 - 1 - 2$
 $2x = 16$

Solucionem $x = 16/2, x = 8$

Els nombres buscats són 8, 9 i 10.

5. En una feina, en Miquel ha guanyat el doble de diners que l'Anna, i l'Abel el triple que en Miquel. Si en total han obtingut 144 €, quant ha guanyat cadascú?

SOLUCIÓ

Escrivim els noms amb les seves incògnites: Anna: x , Miquel: $2x$,
 Abel: $3 \cdot 2x = 6x$

Podem plantejar la següent equació: $x + 2x + 6x = 144$

Agrupem $9x = 144$

Solucionem $x = 144/9, x = 16$

L'Anna va guanyar 16€ , en Miquel 32€ i l'Abel 96€ .

6. Tres germans es reparteixen 89€ . El més gran ha de rebre el doble que el mitjà i aquest 7€ més que el petit. Quant rep cada germà?

SOLUCIÓ

Escrivim els germans amb les seves incògnites: Petit: x , Mitjà: $x+7$,
 Gran: $2(x+7)$

Podem plantejar la següent equació: $(x) + (x+7) + (2(x+7)) = 89$

Agrupem $x + x + 7 + 2x + 14 = 89$
 $4x = 89 - 7 - 14$, $4x = 68$

Solucionem $x = 68/4$, $x = 17$

El petit rep 17€ , el mitjà 24€ i el gran 48€ .

Equacions

2. Regles per resoldre una equació

Equació sense denominadors

Per aquest tipus d'equacions seguim els següents passos:

1r Agrupar els monomis que portin la incògnita ("les x") en un membre de l'equació i els termes independents en l'altre membre.

2n Aïllar la incògnita: Deixar la incògnita sola en un membre de l'equació.

Exemples

Sense parèntesis

$$3x - 2 = -7x + 9$$

$$3x + 7x = 9 + 2$$

$$10x = 11$$

$$x = \frac{11}{10}$$

$$0 = 8x - 6 + 4x - 3$$

$$6 + 3 = 8x + 4x$$

$$9 = 12x$$

$$x = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

Amb parèntesis

$$(-3)(7 - 6x) = 9x - 8(3x - 7)$$

$$-21 + 18x = 9x - 24x + 56$$

$$18x - 9x + 24x = 56 + 21$$

$$33x = 77$$

$$x = \frac{77}{33} = \frac{7}{3}$$

$$x + 5(6 - 8x) - 4 = 4 + 5x - 2$$

$$x + 30 - 40x - 4 = 4 + 5x - 2$$

$$x - 40x - 5x = 4 - 2 - 30 + 4$$

$$(-44)x = -24$$

$$x = \frac{-24}{-44} = \frac{6}{11}$$

Equació amb denominadors

En el cas que hi hagi denominadors cal tractar-los abans, cal fer:

1r Es calcula el mínim comú múltiple de **tots** els denominadors de l'equació.

2n Es redueix a comú denominador: cada terme es transforma en una fracció equivalent de manera que el denominador sigui el mínim comú múltiple de tots els denominadors.

3r S'eliminen els denominadors (Explicació: en multiplicar els dos membres pel denominador comú s'obté una equació equivalent).

4t Es resol l'equació, ja sense denominadors.

Exemple

Amb denominadors i sense parèntesis

$$-7 + \frac{x}{6} = \frac{7x}{2} - \frac{5}{3}$$

$$-\frac{42}{6} + \frac{1x}{6} = \frac{21x}{6} - \frac{10}{6}$$

$$-42 + 1x = 21x - 10$$

$$-21x + 1x = 42 - 10$$

$$-20x = 32$$

$$x = \frac{32}{-20} = -\frac{8}{5}$$

Resolució general d'equacions de primer grau

En el cas general podem trobar parèntesis i denominadors. Primer hem de treballar amb ells.

Tenint presents els apartats anteriors seguirem els següents passos:

1r Treure els parèntesis.

2n Treure els denominadors.

3r Agrupar els monomis que porten la incògnita en un membre i els termes independents en l'altre.

4t Aïllar la incògnita.

Exemple

$$\frac{5}{2}(7+x) = \frac{7x}{8} + \frac{5}{4}$$

$$\frac{35}{2} + \frac{5}{2}x = \frac{7x}{8} + \frac{5}{4}$$

$$\frac{140}{8} + \frac{20x}{8} = \frac{7x}{8} + \frac{10}{8}$$

$$140 + 20x = 7x + 10$$

$$-7x + 20x = -140 + 10$$

$$13x = -130$$

$$x = \frac{-130}{13} = -\frac{10}{1}$$

$$x = -10$$

Exemple

Segui l'equació següent, resol-la explicitant pas a pas.

$$\frac{5}{4} - \frac{x-3}{2} = 2\left(\frac{7x}{4} + \frac{1}{2}\right)$$

El nostre primer pas és treure els parèntesis, recordem que el nombre de davant del parèntesi, el 2, multiplica a tot l'interior d'aquest.

$$\frac{5}{4} - \frac{x-3}{2} = \frac{14x}{4} + \frac{2}{2}$$

Ara hem de treure els denominadors. Busquem el mcm dels denominadors, d'aquesta manera els fem iguals a través de fraccions equivalents.

$$\frac{5}{4} - \frac{2x-6}{4} = \frac{14x}{4} + \frac{4}{4}$$

Una vegada tenim els denominadors iguals, els podem treure per quedar-nos només amb els numeradors, ja que si els denominadors són iguals, llavors els numeradores han de ser iguals.

Vés en compte amb els signes de davant de la fracció, mira què els ha passat en el terme següent:

$$-\frac{2x-6}{4} \quad \text{Es converteix en} \quad -2x+6$$

queda:

$$5 - 2x + 6 = 14x + 4$$

Agrupem els monomis a una banda i els nombres a l'altra:

$$-14x - 2x = -5 + 4 - 6$$

$$-16x = -7$$

Aïllem la x o incògnita.

$$x = \frac{-7}{-16} = \frac{7}{16}$$

Exercicis resolts

(Resol les següents equacions)

7. $4 - 7(2x - 3) = 3x - 4(3x - 5)$

SOLUCIÓ

$$\begin{aligned}4 - 14x + 21 &= 3x - 12x + 20 \\-14x - 3x + 12x &= 20 - 4 - 21 \\-5x &= -5 \\x &= \frac{-5}{-5} \\x &= 1\end{aligned}$$

8. $4 - \frac{3-2x}{5} = 7$

SOLUCIÓ

$$\begin{aligned}\frac{20}{5} - \frac{3-2x}{5} &= \frac{35}{5} \\20 - 3 + 2x &= 35 \\2x &= 35 - 20 + 3 \\2x &= 18 \\x &= \frac{18}{2} \\x &= 9\end{aligned}$$

9. $\frac{2x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \left(x - \frac{7}{3} \right)$

SOLUCIÓ

$$\begin{aligned}\frac{2x}{3} - \frac{1}{2} &= \frac{x}{3} - \frac{7}{9} \\ \frac{12x}{18} - \frac{9}{18} &= \frac{6x}{18} - \frac{14}{18} \\12x - 9 &= 6x - 14 \\12x - 6x &= -14 + 9 \\6x &= -5 \\x &= -\frac{5}{6}\end{aligned}$$

Exercicis resolts

(Resol les següents equacions)

$$10. \quad 2\left(\frac{x}{5} + \frac{x}{3}\right) - \frac{3x}{10} = 3\left(\frac{1}{3} + \frac{2x}{5}\right) - 1$$

SOLUCIÓ

$$\begin{aligned} \frac{2x}{5} + \frac{2x}{3} - \frac{3x}{10} &= 1 + \frac{6x}{5} - 1 \\ \frac{2x}{5} + \frac{2x}{3} - \frac{3x}{10} &= \frac{6x}{5} \\ \frac{12x}{30} + \frac{20x}{30} - \frac{9x}{30} &= \frac{36x}{30} \\ 12x + 20x - 9x - 36x &= 0 \\ -13x &= 0 \\ x &= \frac{0}{-13} \\ \mathbf{x = 0} \end{aligned}$$

$$11. \quad \frac{1-x}{3} - \frac{x-1}{12} = \frac{3x-1}{4}$$

SOLUCIÓ

$$\begin{aligned} \frac{4-4x}{12} - \frac{x-1}{12} &= \frac{9x-3}{12} \\ 4 - 4x - x + 1 &= 9x - 3 \\ 4 + 1 + 3 &= 9x + 4x + x \\ 8 &= 14x \\ x &= \frac{8}{14} \\ \mathbf{x = \frac{4}{7}} \end{aligned}$$

$$12. \quad 5 - 2\left(\frac{x}{5} + 1\right) = \frac{x}{10} + 3\left(\frac{x}{2} - 1\right)$$

SOLUCIÓ

$$\begin{aligned} 5 - \frac{2x}{5} - 2 &= \frac{x}{10} + \frac{3x}{2} - 3 \\ \frac{50}{10} - \frac{4x}{10} - \frac{20}{10} &= \frac{x}{10} + \frac{15x}{10} - \frac{30}{10} \\ 50 - 4x - 20 &= x + 15x - 30 \\ 50 - 20 + 30 &= x + 15x + 4x \\ 60 &= 20x \\ x &= \frac{60}{20} \\ \mathbf{x = 3} \end{aligned}$$

3. Equacions de segon grau

Definició. Tipus

Una **equació de segon grau amb una incògnita** és una igualtat algebraica que es pot expressar en la forma: $ax^2 + bx + c = 0$, essent **a**, **b** i **c** nombres reals, amb **a** ≠ 0.

Si **b** ≠ 0 i **c** ≠ 0, diem que l'equació és **completa**. Si **b** = 0 o **c** = 0, l'equació és **incompleta**.

Equació de segon grau **completa**: $3x^2 + 4x + 2 = 0$

a=3 ; b=4 ; c=2

Equació de segon grau **incompleta**: $3x^2 + 2 = 0$

a=3 ; b=0 ; c=2

Resolució de $ax^2+bx=0$

Per resoldre aquest tipus d'equacions incompletes, n'hi ha prou amb treure factor comú a la "x" i igualar els dos factors a zero.

L'equació de segon grau **incompleta** del tipus $ax^2+bx=0$ té dues solucions: $x_1=0$ i $x_2=-b/a$

$$3x^2 + 9x = 0$$

$$x(3x + 9) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x + 9 = 0 \rightarrow x = -3 \end{cases}$$

Resolució de $ax^2+c=0$

Per resoldre aquest tipus d'equació incompleta, s'aïlla "x²" i s'extreu l'arrel quadrada.

L'equació de segon grau **incompleta** del tipus $ax^2+c=0$, pot no tenir solució o tenir dues solucions

diferents de la forma: $x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$

$$3x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 9 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$$

Resolució de $ax^2+bx+c=0$

L'equació de segon grau **completa** és una igualtat algebraica que es pot expressar de la forma $ax^2+bx+c=0$, essent a, b i c nombres reals, amb **a** ≠ 0

Per obtenir les solucions utilitzem la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

EXERCICIS resultats

13. Resol les equacions següents de segon grau incompletes:

$$\text{a) } x^2 - 6x = 0 \quad \text{Sol: } x(x - 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 6 = 0 \rightarrow x = 6 \end{cases}$$

$$\text{b) } x^2 + 27x = 0 \quad \text{Sol: } x(x + 27) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 27 = 0 \rightarrow x = -27 \end{cases}$$

$$\text{c) } 3x^2 + 5x = 0 \quad \text{Sol: } x(3x + 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x + 5 = 0 \rightarrow x = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

14. Resol les equacions següents de segon grau incompletes:

$$\text{a) } x^2 - 36 = 0 \quad \text{Sol: } x^2 = 36 \rightarrow x = \pm\sqrt{36} \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -6 \end{cases}$$

$$\text{b) } 4x^2 - 9 = 0 \quad \text{Sol: } x^2 = \frac{9}{4} \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{9}{4}} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{c) } x^2 + 9 = 0 \quad \text{Sol: } x^2 = -9 \rightarrow \text{No hay solución}$$

15. Resol les equacions següents de segon grau completes:

$$\text{a) } x^2 - 7x + 10 = 0 \quad \text{Sol: } x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} = \begin{cases} 5 \\ 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } 3x^2 + 17x + 20 = 0 \quad \text{Sol: } x = \frac{-17 \pm \sqrt{289 - 240}}{6} = \frac{-17 \pm \sqrt{49}}{6} = \frac{-17 \pm 7}{6} = \begin{cases} -\frac{5}{3} \\ -4 \end{cases}$$

$$\text{c) } 3x^2 + 5x + 4 = 0 \quad \text{Sol: } x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 48}}{6} = \frac{-5 \pm \sqrt{-23}}{6} = \text{No té solució}$$

4. Aplicacions

Problemes que donen lloc a equacions

Para traduir un problema al llenguatge algebraic i trobar la seva solució, el primer i més important és llegir amb molta atenció l'enunciat entenent-lo completament, després cal seguir els següents passos:

- 1) Determinar amb precisió quina serà la incògnita.
- 2) Expressar amb una equació la relació continguda en l'enunciat.
- 3) Resoldre l'equació.
- 4) Interpretar la solució de l'equació en el context de l'enunciat.
- 5) Comprovar que la solució obtinguda compleix les condicions de l'enunciat.

Exemple

Una parcel·la rectangular té una superfície de 2700 m^2 . Si mesura el triple de llargada que de amplada quines són les dimensions de la parcel·la?

Anomenem: **x** a l'amplada de la parcel·la

La llargada és el triple de l'amplada: **$3x$**

Escrivim l'equació: **$3x \cdot x = 2700$**

Que resollem,

$$3x^2 = 2700 \rightarrow x^2 = \frac{2700}{3} = 900 \rightarrow$$

$$x = \pm\sqrt{900} = \begin{cases} x = 30 \\ x = -30 \text{ No val} \end{cases}$$

La solució és 30 m de amplada i 90 m de llargada, ($30 \cdot 90 = 2700 \text{ m}^2$)

L'últim pas, la comprovació, és molt important per verificar que hem resolt bé l'exercici.

Exemple

Una ploma és 3 € més cara que un bolígraf. Per dues plomes i 4 bolígrafs paguem 11,4 €. Quant costa la ploma i quant el bolígraf?

Per determinar la incògnita m'he de fixar en la pregunta, moltes vegades m'ajuda a saber qui és la x .

El bolígraf és l'article de menor preu, el triem com la incògnita.

$x =$ preu del bolígraf

Aleshores la ploma costarà $x+3$

Escrivim l'equació observant atentament les relacions que apareixen en l'enunciat.

$$2(3+x) + 4x = 11,4$$

Per resoldre l'equació, traiem els parèntesis i els denominadors si n'hi ha. Agrupem:

$$\begin{aligned} 6 + 2x + 4x &= 11,4 \\ 6x &= 11,4 - 6 \\ 6x &= 5,4 \end{aligned}$$

Aillem x ,

$$x = \frac{5,4}{6} = 0,9$$

Interpretem la solució de l'equació.

El bolígraf costa 0,9 € i la ploma val 3,9 €.

Comprovem, dues plomes costen 7,80 €, 4 bolígrafs 3,60 €. En total paguem 11,40 €.

Per practicar



NOTA IMPORTANT

No oblidis comprovar les solucions i interpretar-les dins dels enuncis dels problemes.

1. Resol l'equació:

$$-6 - 7(8x - 4) = -(7 - 9x) - (x - 9)$$

2. En Pau és 4 anys més jove que la seva germana Maria i 2 anys més gran que el seu germà Frederic. Entre els tres igualen l'edat de la seva mare, que té 59 anys. Quina edat té cadascun d'ells?

3. Resol l'equació:

$$\frac{7}{2} - \frac{x}{8} = \frac{7x}{4} - \frac{1}{4}$$

4. En Llorenç gasta la meitat dels seus diners en un videojoc, i la setena part en anar al cine. Quants diners tenia si encara li queden 15 €?

5. Trobar els costats d'un rectangle de 27 cm de perímetre si la base és $\frac{2}{7}$ de l'altura.

6. Resol l'equació:

$$\frac{1}{2} = \frac{5x+1}{5} - \frac{9-2x}{4}$$

7. La Maria, en Pau i l'Andreu reben 1638 € per una feina que han fet. Si en Pau ha treballat el triple de dies que l'Andreu i la Maria el triple que en Pau, com s'han de repartir els diners?

8. Resol l'equació:

$$(-2)(2 - 4x) = 3x - 7(7x - 2)$$

9. L'edat del Frederic és el triple de la de la Maria i la del Pau és la tercera part de la de la Maria. Si sumem les edats del Frederic i en Pau dona 80 anys. Calcular les edats dels tres.

10. Resol l'equació:

$$7 + x = \frac{7x}{2} - \frac{1}{2}$$

11. La suma de les edats de dos amics és 44. Sabem que un d'ells és 2 anys més gran que l'altre. Calcular l'edat de cada un dels amics.

12. Resol l'equació:

$$\frac{7}{4} + \frac{x-2}{4} = 2 \left(\frac{7x}{6} - \frac{5}{2} \right)$$

13. D'aquí 10 anys en Joan tindrà el doble d'anys que fa 4 anys. Quina és la seva edat actual?

14. Resol l'equació:

$$\frac{7}{2}(-5x + \frac{1}{4}) = \frac{5}{2} + \frac{x}{8}$$

15. Si a la tercera part d'un nombre li sumem la seva cinquena part i, a més, li afegim 14, obtenim el nombre inicial. De quin nombre es tracta?

16. El preu de 2 iogurts grecs i 4 iogurts de coco és 3 €. El iogurt grec val 30 cèntims més que el de coco. Calcular el preu de cada iogurt.

17. Tres germans es reparteixen 96 € de la següent manera: el mitjà rep 12 € menys que el gran. I el petit rep la tercera part que el mitjà. Quants diners rep cada germà?

Equacions

18. La Maria, en Pau i l'Andreu comparteixen la propietat d'un terreny de 1638 Ha. En Pau té el doble de terreny que l'Andreu i la Maria el triple que en Pau. Quina superfície de terreny té cadascun?

19. Hem recorregut la tercera part d'un camí i encara ens queden 2 Km per arribar a la meitat. Quina longitud té el camí?

20. La suma de tres nombres consecutius excedeix en 10 unitats el doble del més gran dels tres. Quins són aquests nombres?

21. Resol l'equació:

$$\frac{1}{2}(7+x) = \frac{7x}{6} - \frac{5}{2}$$

22. Resol l'equació:

$$\frac{5}{2}(-5 - \frac{x}{2}) = \frac{5x}{2} + \frac{5}{4}$$

23. Resol l'equació:

$$\frac{5}{2} + \frac{x-2}{2} = 2\left(\frac{5x}{4} + \frac{1}{2}\right)$$

24. Resol l'equació:

$$\frac{9}{4} - \frac{x-1}{2} = \frac{5x}{6}$$

25. Resol l'equació:

$$5+x = \frac{7x}{4} + \frac{1}{2}$$

26. Resol l'equació:

$$\frac{7}{3} - \frac{x}{6} = \frac{5x}{6} - \frac{1}{3}$$

27. Resol l'equació:

$$-5 + \frac{x}{6} = \frac{7x}{6} + \frac{1}{3}$$

28. Resol l'equació:

$$x+7(8-9x)-8 = 5+6x-8$$

29. Resol l'equació:

$$(-5)(4-5x) = 7x-3(3x-9)$$

30. Resol l'equació:

$$-2-2(3x-8) = -(1-9x)-(x-3)$$

31. Resol:

- a) $x^2 - 5x = 0$
- b) $x^2 + 3x = 0$
- c) $x^2 - 9 = 0$
- d) $x^2 + 5 = 0$

32. Resol:

- a) $x^2 - 5x + 6 = 0$
- b) $x^2 - 3x - 4 = 0$
- c) $x^2 + 3x - 10 = 0$
- d) $x^2 - 6x + 9 = 0$

33. La suma d'un nombre natural i el seu quadrat és 42. De quin nombre es tracta?

34. La diagonal d'un rectangle mesura 10 cm. Troba les seves dimensions si un costat mesura 2 cm menys que l'altre.

35. Troba dos nombres positius que es diferenciïn en 7 unitats, sabent que el seu producte és 44.

36. Troba dos nombres la suma dels quals sigui 10 i el seu producte, 24.

37. Un camp de futbol mesura 30 m més de llargada que d'amplada i la seva àrea és de 7000 m², troba les seves dimensions.

38. Tenim un filferro de 17 cm. Com l'hem de doblegar per tal que formi un angle recte, de manera que els seus extrems quedin a 13 cm?

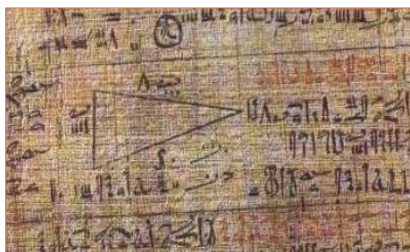
Per saber-ne més



El problema del papir Rhind plantejat al començament del tema correspon a l'equació:

$$x + \frac{x}{7} = 19$$

que té per solució $x = \frac{133}{8}$
(o com consta en el papir $16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$).



Papir Rhind

Des del papir Rhind, i durant més de 3000 anys, hi ha testimonis escrits de molts problemes que es poden resoldre amb equacions de primer grau.

En l'Antologia Palatina o Antologia Grega, del segle V, es recullen més de 40 problemes d'aquest tipus.



Antologia Palatina, British Museum de Londres
Et proposem tres d'aquests problemes anomenats "clàssics".

1) Diofant va ser un geòmetra grec que va viure al segle III aC. La seva joventut va ocupar una sisena part de la seva vida; després, durant la dotzena part li va sortir barba; encara va passar un setè de la seva vida abans no es va casar i el seu fill va néixer cinc anys després. Quan va arribar a la meitat de l'edat del seu pare, dissortadament va morir. El seu pare encara el va sobreviure 4 anys més. A quina edat va morir Diofant?

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x$$

$$\frac{14x}{84} + \frac{7x}{84} + \frac{12x}{84} + \frac{420}{84} + \frac{42x}{84} + \frac{336}{84} = \frac{84x}{84}$$

$$x = 84$$

2) La cinquena part d'un eixam d'abelles es posà sobre la flor de l'estepa, la tercera part a la flor del romani, el triple de la diferència entre aquests dos nombres va volar sobre una flor d'espígol, i una abella es va quedar sola, atreta pel perfum del gessamí. Quantes abelles tenia l'eixam?

$$\frac{x}{5} + \frac{x}{3} + 3\left(\frac{x}{3} - \frac{x}{5}\right) + 1 = x$$

$$\frac{x}{5} + \frac{x}{3} + x - \frac{3x}{5} + 1 = x$$

$$\frac{3x}{15} + \frac{5x}{15} - \frac{9x}{15} + \frac{15}{15} = 0$$

$$x = 15$$

3) Els reis d'una dinastia van tenir nou noms diferents. La tercera part d'aquests reis va dur el primer d'aquests noms; la quarta part, el segon; l'octava part, el tercer; la dotzena part, el quart; i cada un dels noms restants el va dur només un rei. Quants reis va tenir la dinastia?

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} + \frac{x}{12} + 5 = x$$

$$\frac{8x}{24} + \frac{6x}{24} + \frac{3x}{24} + \frac{2x}{24} + \frac{120}{24} = \frac{24x}{24}$$

$$x = 24$$



Recorda el més important

Equacions: idees bàsiques

- Quan volem trobar una certa quantitat, **la incògnita**, que sabem que compleix una condició, representem la quantitat desconeguda per "x" (o qualsevol altra lletra) i la condició que compleix s'escriu com una igualtat algebraica a la qual anomenem **equació**.
- **Resoldre** una equació és trobar el o els valors de la o les incògnites amb els que es compleix la igualtat.
- **Membres:** Són les expressions que apareixen a cada costat de la igualtat. El de l'esquerra s'anomena 1r membre. El de la dreta s'anomena 2n membre.
- **Termes:** són els sumands que formen els membres.
- **Solucions:** Són els valors que hem de donar a les lletres de manera que la igualtat sigui certa.
- **Grau** d'una equació: És el més gran dels graus dels monomis que formen els membres.

Equacions equivalents. Resolució d'equacions	Per resoldre equacions
<ul style="list-style-type: none"> • S'anomenen equacions equivalents a les que tenen les mateixes solucions. • Si se suma o resta una quantitat o expressió als dos membres d'una equació se n'obté una altra d'equivalent. • Si es multipliquen o divideixen els dos membres d'una equació per un nombre (o una expressió algebraica) se n'obté una altra d'equivalent. <p style="text-align: center;"><i>Regles pràctiques:</i></p> <p style="text-align: center;">"el que està sumant passa restant i el que està restant passa sumant"</p> <p style="text-align: center;">"el que està multiplicant passa dividint i el que està dividint passa multiplicant"</p> <p>Per resoldre problemes, després d'entendre l'enunciat:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Determinar amb precisió quina serà la incògnita. • Expressar amb una equació la relació continguda en l'enunciat. • Resoldre l'equació. • Interpretar la solució de l'equació en el context de l'enunciat. • Comprovar que la solució obtinguda compleix les condicions de l'enunciat. 	<p>Per resoldre equacions de primer grau, els passos a seguir són:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Treure parèntesis. • Treure denominadors. • Agrupar els monomis que porten la incògnita en un membre i els termes independents en l'altre. • Aïllar la incògnita. <p>Equació de segon grau</p> <p><u>Completes:</u> $ax^2 + bx + c = 0$</p> $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ <ul style="list-style-type: none"> • Si $b^2 - 4ac > 0$ té 2 solucions • Si $b^2 - 4ac = 0$ té 1 solució doble • Si $b^2 - 4ac < 0$ no té solució <p><u>Incompletes:</u> Si $b=0$ o $c=0$</p> <ul style="list-style-type: none"> • $ax^2 + c = 0 \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$ <ul style="list-style-type: none"> • $-c/a > 0$, dues solucions • $-c/a < 0$, no té solució • $c=0$, una solució doble, $x=0$ • $ax^2 + bx = 0$ Solucions: $x=0$, $x=-b/a$

Autoavaluació



1. Resol l'equació $(x-8) \cdot 14 = -28$
2. En un rectangle de perímetre 38 cm la base és 3 cm més llarga que l'altura. Calcular la longitud de la base.
3. Hem recorregut la setena part d'un camí i encara ens falten 8 Km per arribar a la sisena part. Quina longitud té el camí?
4. Resol l'equació: $2x^2 - 72 = 0$
5. Resol l'equació: $\frac{1}{2} = \frac{1}{\left(x + \frac{2}{2}\right) \cdot \frac{1}{3}}$
6. Resol l'equació: $x^2 + 6x - 160 = 0$
7. Resol l'equació: $\frac{x-2}{7} - \frac{7-x}{2} = 2$
8. Per 4 pantalons i 3 samarretes paguem 87 €. Si uns pantalons costa 6 € més que una samarreta, quant costa una samarreta?
9. El quadrat d'un nombre positiu més el doble del seu oposat és 15. Quin és aquest nombre?
10. La superfície d'una finca és de 156 Ha. Un olivar ocupa la meitat que un alzinar, i el blat ocupa la tercera part que l'alzinar. També hi ha una superfície de 2 Ha. dedicada a l'horta. Quant ocupa l'alzinar?

Solucions dels exercicis per practicar

1. $5/16$
2. Frederic: 17 anys; Pau: 19 anys; Maria: 23 anys
3. 2
4. 442 €
5. Altura=10,5 cm; base=3 cm
6. $17/10$
7. l'Andreu rep 126 €; en Pau, 378 €; la Maria, 1134 €
8. $1/3$
9. Maria: 24 anys; Frederic: 72 anys; Pau: 8 anys
10. 3
11. Un amic té 21 anys i l'altre 23 anys
12. 3
13. 18 anys
14. $-13/141$
15. 30
16. Iogurt de coco: 0,40 €; iogurt grec: 0,70 €
17. Més gran: 48€; mitjà: 36€; petit: 12€
18. Andreu: 182 Ha; Pau: 364 Ha; Maria: 1092 Ha.
19. 12 Km
20. 11, 12 y 13
21. 9
22. $-11/3$
23. $1/4$
24. $33/16$
25. 6
26. $8/3$
27. $-16/3$
28. $3/4$
29. $47/27$
30. $6/7$
31. a) $x=0$ $x=5$ b) $x=3$ $x=-3$
c) $x=0$ $x=-3$ d) No hi ha solució
32. a) $x=2$ $x=3$ b) $x=-1$ $x=4$
c) $x=2$ $x=-5$ d) $x=3$ $x=3$
33. 12
34. 6
35. 8 i 6
36. 11 i 4
37. 6 i 4
38. 100 i 70

Solucions AUTOEVALUACIÓ

1. 6
2. 8 cm
3. 336 Km
4. 6 i -6
5. 3
6. 10 i -16
7. 9
8. 9 €
9. 5
10. 84 Ha