

Objectius

En aquesta quinzena aprendràs a:

- Identificar els diferents elements d'un nombre decimal.
- Aproximar nombres decimals fent arrodoniments i truncaments.
- Sumar i restar nombres decimals.
- Fer multiplicacions i divisions en què intervenen nombres decimals.
- Calcular potències de nombres decimals.
- Obtenir arrels de decimals senzills sense fer servir la calculadora.
- Distingir si una fracció dona com a resultat un nombre enter, decimal exacte o periòdic.
- Obtenir la fracció generatriu d'un nombre decimal.

Abans de començar

1. Nombres decimals..... pàg. 4
Elements d'un nombre decimal
Arrodoniment i truncament d'un decimal
2. Operacions amb decimals.....pàg. 5
Suma de nombre decimals
Resta de nombre decimals
Multiplicació de nombre decimals
Divisió de nombres decimals
Potència d'un nombre decimal
Arrel quadrada d'un nombre decimal
3. Fraccions amb nombre decimals pàg. 8
Pas de fracció a decimal
Fracció generatriu de decimals exactes
Fracció generatriu de decimals periòdics purs
Fracció generatriu de decimals periòdics mixtos

Exercicis per practicar

Para saber-ne més

Resum

Autoavaluació

Solucions

Abans de començar



La mesura del temps ha estat un repte. la solució del qual s'ha abordat de formes molt diverses i que ha estat fonamental pel progrés de la humanitat.

Conèixer, per exemple, l'època de l'any ha estat molt important pel desenvolupament de l'agricultura

Amb el pas del temps ha augmentat la necessitat de conèixer l'hora amb una precisió cada cop més gran.

Mesurar l'hora amb exactitud permet, per exemple predir l'evolució de les mareas, facilitant el tràfic marítim.

Avui en dia, es pot mesurar el temps amb una gran precisió. Així, podem fer servir més decimals per expressar l'hora.

Amb un cronòmetre podem mesurar segons, dècimes i centèsimes de segon.

Una mesura de **45,56 segons** és impensable amb un rellotge de sol o de sorra.



Els rellotges més precisos que existeixen són els **rellotges atòmics**, que obtenen l'hora mesurant el ritme al que vibra un electró d'un àtom determinat. Un rellotge atòmic de **Cesi** pot mesurar 0,000000001 s.

I per què cal tanta precisió?



Les telecomunicacions modernes (telèfon, radi, TV...) depenen d'una xarxa de satèl·lits artificials que orbiten al voltant de la Terra.

Per controlar el moviment d'aquests satèl·lits és imprescindible mesurar el temps amb gran exactitud

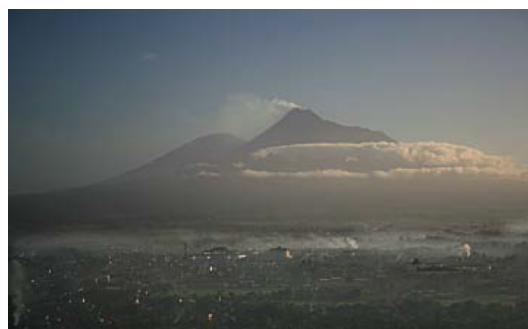
Un error de 0,001 s en el temps pot provocar errors en la interpretació de les dades que proporciona el satèl·lit.

La importància d'aquest error dependrà de l'ús que es faci d'aquesta informació.

Si estem intentant predir una erupció volcànica o un terratrèmol, és necessari mesurar el temps amb una precisió de almenys tres mil·lèsimes de segon: **un microsegon**.

Por exemple, **23:42:45.125**, que equivaldria a **23 hores, 42 minuts i 45,125 segons**.

Investiga: Cerca informació a la <http://ca.wikipedia.org/> sobre el Sistema de Posicionament Global, GPS, i els Rellotges Atòmics.: <http://ca.wikipedia.org>



Nombres decimals

1. Nombre decimals

Elements d'un nombre decimal

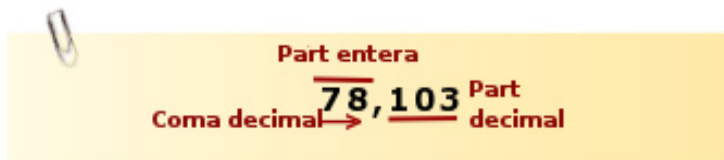
Un nombre decimal té una **part entera** i una **part decimal**, separades per la **coma decimal**. Per exemple, observa el nombre **31,245**.

3 i 1 són les seves xifres enteres. 2, 4 i 5 són les seves xifres decimals.

3,45 és un **decimal exacte**, perquè té un nombre finit de xifres decimals.

39 és un **nombre enter**. No té decimals.

2,3333... és un **decimal periòdic**. Té infinites xifres decimals.



Arrodoniment i truncament d'un decimal

Podem aproximar un nombre decimal amb un altre que tingui menys xifres decimals. Podem fer-ho de dues maneres:

Per **truncament**. Deixem el nombre de decimals que volem, i traiem els altres.

Per **arrodoniment**. Sumem 1 a la xifra que arrodonim si la primera xifra suprimida és més gran o igual que 5. Si no, la deixem igual.

Per exemple, **3,4578** amb dos decimals s'aproxima com **3,45** per truncament, i **3,46** per arrodoniment.

Recorda, només has d'**augmentar** la xifra arrodonida si la primera xifra que treus és 5, 6, 7, 8 ó 9.

Exercici: Aproxima els següents nombres a 2 xifres decimals per arrodoniment i per truncament:

- a) 60,616685821 b) 36,472742211

Exercici resultat:

Anem a comprovar quina és la part entera i la part decimal del següent nombre decimal: **8,95**

La part entera és: **8**.

La seva part decimal és **0,95**.

El nombre és decimal **exacte**.

Exercicis: Comprova si els següents nombres són enters, decimals exactes o decimals periòdics:

- a) 738,555...
- b) 5,59
- c) 124,18383...
- d) 10,75
- e) 2305

Exercicis resultats:

a) Anem a aproximar el nombre

39,188311524

a **3 xifres** decimals

La primera xifra que traiem és: **3**

La primera xifra a arrodonir és: **8**

Com **3 < 5**, deixem 8 com està.

L'aproximació:

per arrodoniment és **39,188**

por truncament és **39,188**

b) Anem a aproximar el nombre

66,444882477

a **4 xifres** decimals

La primera xifra que traiem és: **8**

La primera xifra a arrodonir és: **8**

Com **8 > 4**, deixem 8 com està.

L'aproximació:

per arrodoniment és **66,4449**

per truncament és **66,4448**

2. Operacions amb decimals

Exercicis: Calcula el valor de les següents **sumes** de nombres decimals:

- a) $815,243 + 837,232$
- b) $606,215 + 541,157$
- c) $65,31 + 76,4$
- d) $727,148 + 76,078$

Suma de nombres decimals

Per **sumar decimals** has de col·locar-los un sota l'altre Han de coincidir la coma decimal i també les unitats del mateix ordre.

Després suma com si fossin nombres naturals, i col·loca la coma al mateix lloc on era. Vegem un exemple:

$$\begin{array}{r} 457,96 \\ 231,7 \\ + 145,051 \\ \hline 834,711 \end{array}$$



Si en alguna posició no hi ha xifres, fes la suma com si las xifras que falten **fossin zero**.

Exercicis: Calcula el valor de les següents **restes** de nombres decimals:

- a) $528,405 - 430,410$
- b) $455,401 - 106,684$
- c) $605,002 - 55,464$
- d) $560,338 - 358,606$

Resta de nombres decimals

La **resta de decimals** també pots fer-la col·locant un nombre sota l'altre. Si en el minuend hi ha menys xifres que en el subtrahend, pots afegir zeros a la dreta del minuend. També pots operar directament sense posar els zeros. Aquí tens un exemple:

$$\begin{array}{r} 752,90 \\ - 136,74 \\ \hline 616,16 \end{array}$$



Recorda que si al minuend **hi ha un zero**, hauràs de restar de 10.

Exercici resolt. Realitza la multiplicació:
 $9,308 \cdot 2,31$

Traiem la coma decimal i multipliquem normalment

$$9308 \cdot 231 = 2150148$$

El primer nombre té 3 decimals i el segon 2 decimals. El resultat tindrà $3 + 2 = 5$ decimals. Per tant:

$$9,308 \cdot 2,31 = \mathbf{21,501408}$$

Exercicis: Multiplica:

- a) $46,66 \cdot 77,3$
- b) $6,261 \cdot 5,36$
- c) $161,7 \cdot 4,68$

Multiplicació de nombres decimals

Per **multiplicar decimals** opera com si la coma decimal no hi fos. Quan acabis, posa la coma perquè des de la dreta el resultat tingui tants decimals com els dos factors junts.

$$\begin{array}{r} 32,05 \\ \times 7,3 \\ \hline 9615 \\ 22435 \\ \hline 233,965 \end{array}$$



Si no tens prou xifres per posar la coma decimal, afegeix els zeros que calgui a l'esquerra del resultat.

2. Operacions amb decimals

Divisió de nombres decimals

En **dividir decimals** has de distingir dos casos:

Si només té decimals el **dividend**, divideix normalment. Quan arribis a la coma del dividend, posa una coma al quocient.

$$\begin{array}{r} 62,3 \overline{)7} \\ 63 \\ \hline 0 \end{array}$$

Si el **divisor** i el **dividend** tenen decimals, treu els decimals del divisor. Multiplica dividend i divisor per la unitat seguida de tants zeros com decimals tenia el divisor. Després opera com en el cas anterior.

$$8,21 \overline{)2,3} \rightarrow \begin{array}{r} 82,1 \overline{)23} \\ 13 \\ \hline 16 \\ \hline \end{array}$$

Exercici: Calcula el valor de les següents divisions de nombres decimals:

a) $45,48 : 7,2$

b) $99,46 : 2,2$

Potència d'un nombre decimal

Per obtenir la **potència d'un decimal**, un primer camí és fer directament les multiplicacions necessàries.

$$2,5^3 = 2,5 \cdot 2,5 \cdot 2,5 = 15,625$$

Però si ho prefereixes, també pots operar sense decimals i afegir-los al final.

$$25^3 = 25 \cdot 25 \cdot 25 = 15625$$

El nombre inicial tenia 1 decimal. El seu cub tindrà $3 \cdot 1 = 3$ decimals, és a dir, 15,625.



Si eleves un nombre de **k** decimals a **n** el resultat tindrà **k · n** decimals.

Exercicis: Calcula les següents potències:

a) $2,82^3$

b) $0,685^3$

Quants decimals tindran les següents potències? (Respon sense obtenir el resultat)

c) $92,5^4$

d) $7,31^3$

Exercici resultat:

Anem a realitzar la següent divisió

$$8,678 \overline{)7,2}$$

Abans de dividir correm la coma un lloc cap a la dreta (hem multiplicat dividend i divisor per 10, que és la unitat seguida de tants zeros com decimals té el divisor)

$$\begin{array}{r} 8,678 \overline{)7,2} \\ 147 \\ \hline 38 \\ \hline 38 \\ \hline \end{array}$$

Al principi el dividend tenia 3 decimals, per tant el residu és 0,38

Exercicis: Comprova si els següents nombres són enters, decimals exactes o decimals periòdics:

- a) 738,555...
- b) 5,59
- c) 124,183183...
- d) 10,75
- e) 2305

Exercicis resultats:

a) Anem a calcular $0,989^2$

Passos:

Traiem els decimals: 989^2

Calculem la potència: $989^2 = 978121$

El resultat ha de tenir $3 \cdot 2 = 6$ decimals

Per tant: $0,989^2 = 0,978121$

b) Quants decimals tindrà la potència següent? (Respon sense obtenir el resultat) $0,453^3$

Com el nombre té 3 decimals, el seu cub tindrà $3 \times 3 = 9$ decimals

c) Anem a calcular $9,28^3$

Passos:

Traiem els decimals: 928^3

Calculem la potència: $928^3 = 799178752$

El resultat ha de tenir $2 \cdot 3 = 6$ decimals

Per tant: $9,28^3 = 799,178752$

2. Operacions amb decimals

Exercicis resolts:

a) Anem a calcular $\sqrt{0,64}$

Passos:

0,64 té dos decimals, per tant la seva arrel quadrada tindrà 1 decimal

Com $8^2 = 64$, aleshores

$$\sqrt{0,64} = 0,8 \text{ (i també } -0,8)$$

b) Anem a calcular $\sqrt{0,0081}$

Passos:

0,0081 té quatre decimals, per tant la seva arrel quadrada tindrà 2 decimals

Com $9^2 = 81$, llavors

$$\sqrt{0,0081} = 0,09 \text{ (i també } -0,09)$$

Exemple del pas de fracció a un nombre decimal.

$\frac{91}{33}$. Si simplifiquem els factors primers mai són 2 i 5

$$\frac{91}{33} = \frac{13 \cdot 7}{11 \cdot 3}$$

tindrem un decimal periòdic pur

$$\frac{91}{33} = 2,75757575\dots$$

La fracció següent, és un enter, un decimal exacte, un periòdic pur o mixt?

$\frac{33}{18200}$. En el denominador de la fracció

al descompondre en factors, apareixen els factors 2 i 5 conjuntament a altres primers

$$\frac{33}{18200} = \frac{11 \cdot 3}{2^3 \cdot 5^2 \cdot 13 \cdot 7}$$

Per tant el resultat és un periòdic mixt:

$$\frac{33}{18200} = 0,0018131868131868131868\dots$$

Arrel quadrada d'un nombre decimal

Per trobar l'arrel quadrada d'un nombre decimal, pots fer servir la calculadora. Què et sembla, però, si exercitem el càlcul mental en alguns casos senzills?

Per exemple, anem a trobar l'arrel quadrada de 0,25. Si diem **b** al resultat, busquem **b** que verifiqui **b²=0,25**.

Raonant com a l'apartat anterior, b ha de tenir 1 decimal. I sense decimals, el seu quadrat ha de ser 25.

És clar doncs que **b=0,5** (i -0,5).

L'arrel quadrada d'un nombre de **2k** decimals tindrà **k** decimals.

Exercici: Calcula las següents arrels:

a) $\sqrt{0,09}$

b) $\sqrt{0,0121}$

3. Fraccions i nombres decimals

Pas de fracció a decimal

Per obtenir el decimal corresponent a una fracció, n'hi ha prou amb fer la divisió. Quan la facis, pot passar que el resultat:

- No tingui decimals (**nombre enter**).
- Tingui una quantitat finita de decimals (**decimal exacte**).
- Tingui una quantitat infinita de decimals (**periòdic pur** o **periòdic mixt**).

Una fracció que dona un decimal exacte es diu **fracció decimal**. Si dona un decimal periòdic s'anomena **fracció ordinària**.

Una **fracció decimal** irreducible només pot tenir al denominador els factors primers 2 i 5.

Exercici: Indica si les fraccions següents és un enter, un decimal exacte, un periòdic puro o mixt:

a) $\frac{91}{200}$

b) $\frac{882}{14}$

c) $\frac{91}{660}$

3. Fraccions i nombres decimals

Fracció generatriu de decimals exactes

La **fracció generatriu** d'un nombre decimal és una fracció que dona com a resultat aquest nombre.

La fracció generatriu d'un **decimal exacte** és molt senzilla: el seu numerador és el nombre sense decimals. El seu denominador la unitat seguida de tants zeros com xifres decimals tenia el decimal.

Un cop obtinguda la fracció generatriu, si es pot la simplifiquem:

$$2,15 = \frac{215}{100} = \frac{43}{20}$$

La fracció generatriu d'un decimal exacte és una **fracció decimal**.

Fracció generatriu de decimals periòdics purs

Un nombre és **periòdic pur** si té un o més decimals que es repeteixen indefinidament.

$$\begin{array}{l} \text{Part entera} \\ \text{Part periòdica} \end{array} \quad 5, \underline{121212...} = 5, \widehat{12} \quad \text{Període}$$

Quina és la seva fracció generatriu? El numerador són les xifres fins a completar un període menys la part entera. El denominador tants 9 com xifres periòdiques hi hagi.

$$5, \widehat{12} = \frac{512 - 5}{99} = \frac{507}{99} = \frac{169}{33}$$

La fracció generatriu d'un periòdic pur és una **fracció ordinària**.

Fracció generatriu de decimals periòdics mixtos

Un nombre és **periòdic mixt** si té un o més decimals seguits d'una part periòdica.

$$\begin{array}{l} \text{Part entera} \\ \text{Anteperíode} \\ \text{Part periòdica} \end{array} \quad 3, \underline{2484848...} = 3, \widehat{248} \quad \text{Període}$$

La seva fracció generatriu és: **numerador**, les xifres fins a completar un període menys les xifres fins l'anteperíode; **denominador**, tants 9 com xifres periòdiques i tants 0 com xifres no periòdiques hi ha.

$$3, \widehat{248} = \frac{3248 - 32}{990} = \frac{3216}{990} = \frac{536}{165}$$

La fracció generatriu de un periòdic mixto es una **fracció ordinària**.

Exercici resultat:

Calculem la fracció generatriu de **67,2**

El numerador: el nombre **sense** decimals.

El denominador: la unitat seguida de tants zeros com decimals té el nombre.

$$67,2 = \frac{672}{10}$$

Exercici: Calcula la fracció generatriu dels següents decimals exactes (simplifica sempre que sigui possible):

- a) 5,76
- b) 0,252
- c) 32,4

Exercici resultat:

Calculem la fracció generatriu de

$$27,74287428...$$

El numerador: resta del nombre fins completar un període menys la part entera.

El denominador: tants 9 com xifres hi ha en un període

$$\frac{277428 - 27}{9999} = \frac{277401}{9999}$$

Exercici: Calcula la fracció generatriu dels següents decimals periòdics purs:

- a) 98,691691...
- b) 89,69176917...
- c) 19,111...

Exercici resultat:

Calculem la fracció generatriu de

$$91,3444...$$

El numerador: resta del nombre fins completar un període menys les xifres fins l'anteperíode.

El denominador: tants 9 com xifres periòdiques i tants 0 com no periòdiques:

$$\frac{9134 - 913}{90} = \frac{8221}{90}$$

Exercici: Calcula la fracció generatriu dels següents decimals periòdics purs:

- a) 26,8171717...
- b) 0,8171717...
- c) 8,91858585...

EXERCICIS resolts

Arrodoniment i truncament. Operacions amb decimals

1. Aproxima el nombre 83,259219645 amb 4 xifres decimals mitjançant arrodoniment i truncament.

Per aproximar mitjançant **truncament** has de prendre els decimals que et demanin:

83,259219645 amb quatre decimals per truncament és **83,2592**.

Per aproximar mitjançant **arrodoniment**, has de fixar-te en la primera xifra que trauràs. Si és major o igual a 5, afegeix 1 a l'anterior, en cas contrari trunca el nombre:

83,259219645 amb quatre decimals per arrodoniment és **83,2592**.

2. Calcula la suma dels nombres 259,21 i 96,45.

Per sumar decimals col·loca'ls de forma que les comes coincideixin. Si vols, pots posar en les posicions decimals buides, encara que no és obligatori.

$$\begin{array}{r} 259,21 \\ + 96,45 \\ \hline 355,66 \end{array}$$

3. Calcula la resta dels números 561,95 y 45,22.

Per sumar decimals col·loca'ls de forma que les comes coincideixin. Si vols, pots posar zeros en les posicions decimals buides, però intenta evitar-ho.

$$\begin{array}{r} 561,95 \\ - 45,22 \\ \hline 512,73 \end{array}$$

4. Calcula el producte dels nombre 51,46 i 5,99.

Per multiplicar decimals, primer fes la multiplicació sense els decimals:

$5146 \times 599 = 3082454$. El resultat ha de tenir tants decimals com la suma dels que tenien els factors (en aquest cas $2 + 2 = 4$). Així, la solució és:

$$51,46 \times 5,99 = \mathbf{308,2454}$$

5. Indica el residu i el quocient de dividir 62,92 entre 9,4.

Per dividir decimals, si és necessari, treu els decimals del divisor, per això, multiplica el dividend i el divisor per la unitat seguida de tants zeros com tenia el divisor:

$$\mathbf{629,2 : 94}$$

Es divideix i resulta de quocient: 6,6 i de residu 8,8. Hem d'ajustar els decimals del residu, corrent en aquest cas, la coma una posició cap a l'esquerra.

Solució: El quocient és: **6,6** El residu és: **0,88**

EXERCICIS resoltos

Arrodoniment i truncament. Operacions amb decimals

6. Quants decimals tindrà la potència $55,61^6$?

Recorda que si tens un nombre de **k** decimals, i l'eleves a una potència de grau **n**, el resultat serà un nombre decimal que tindrà **k·n** decimals.

En aquest cas, el nombre de decimals de la base és 2, i l'exponent és 6, per tant la potència és un nombre que té $2 \cdot 6 = 12$ decimals.

7. Intenta obtenir mentalment $\sqrt{0,0000000144}$.

En alguns casos es possible trobar mentalment el valor d'una arrel.

L'arrel quadrada d'un nombre tindrà la meitat dels seus decimals. El nombre que busquem té **5** decimals.

Trobem l'arrel de 144 que és 12. Per tant les arrels són **0,00012** i **-0,00012**.

Fracció generatriu d'un nombre decimal

8. Estudia si la fracció $\frac{39}{20}$ dóna com a resultat un decimal exacte, un periòdic pur o un periòdic mixt.

Primer hem de simplificar la fracció fins que sigui irreductible. Després factoritza el **denominador**

- Si els únics factors que té són 2 i 5 és un decimal exacte.
- Si només té factors diferents a 2 i 5 el nombre es periòdic pur.
- Si els seus factors inclouen a 2 o a 5 i a altres factors, el nombre és periòdic mixt.

En el nostre cas $\frac{39}{20} = \frac{3 \cdot 13}{2^2 \cdot 5}$. Es tracta d'un **decimal exacte**. El resultat és **1,95**.

9. Troba la fracció generatriu del nombre **0,077**.

Aquest nombre és un **decimal exacte**. Així, en el numerador de la fracció posem el nombre **sense** decimals. En el denominador posem la unitat seguida de tants zeros com decimals té el nombre. Per tant

$$0,077 = \frac{77}{1000}$$

10. Troba la fracció generatriu del nombre **69,777...**

Aquest nombre és un decimal **periòdic pur**. Per calcular la fracció generatriu, tenim en compte que: al numerador posem la resta del nombre fins completar un període menys la part entera. I en el denominador: tants 9 com xifres hi ha en un període

$$\frac{697 - 69}{9} = \frac{628}{9}$$

EXERCICIS resolts

Fracció generatriu d'un nombre decimal

11. Troba la fracció generatriu del nombre 37,37555...

Aquest nombre és un decimal **periòdic mixt**. Per calcular la fracció generatriu, tenim en compte que: al numerador posem la resta del nombre fins completar un període menys les xifres fins l'antepèriode. I en el denominador: tants 9 com xifres periòdiques i tants 0 com no periòdiques:

$$\frac{37375 - 3737}{900} = \frac{33638}{900} = \frac{16819}{450}$$

Problemes en els que intervenen nombres decimals

12. Si comprem un article que costa 645,37 € i per pagar-lo entreguem 653 €, Quant ens tornaran?

Recorda que la moneda més petita en euros és el cèntim.

¡¡No t'equivoquis: 2,5 € = 2 € i 50 cèntims 2,05€ = 2 € i 5 cèntims!!

Solució: Per calcular el canvi restem les dues quantitats

$$653 - 645,37 = \mathbf{7,63 \text{ €}}$$

13. Troba l'àrea d'un rectangle de base 4,4 cm i altura 1,3 cm. Expressa la solució amb un únic decimal arrodonint.

Recorda que l'àrea d'un rectangle és el producte de la seva base per la seva altura.

Per expressar l'aproximació d'un decimal pots emprar el signe \cong que es llegeix aproximadament igual. Per exemple, $4,53 \cong 4,5$.

Solució: Àrea = $4,4 \cdot 1,3 = 5,72 \cong \mathbf{5,8 \text{ cm}^2}$

14. Un cable mesura 10,1 m i el seu preu és de 14,14 €. Quant val 1 m de cable?

Imagina que saps el **preu unitari** d'un article i vols calcular el **preu total** d'una certa **quantitat** de producte. Per trobar-lo multiplicaries ambdues quantitats:

$$\text{Preu Total} = \text{Preu unitari} \cdot \text{Quantitat}$$

Per obtenir llavors el **preu unitari** només cal aïllar

$$\text{Preu unitari} = \frac{\text{Preu total}}{\text{Quantitat}}$$

Solució: Per obtenir el preu d'un metre de cable, dividim el preu total per la longitud del cable

$$\text{Preu per metre} = \frac{14,14}{10,1} = \mathbf{1,4 \text{ € el metre}}$$

Per practicar



Arrodoniment i truncament

1. Aproxima amb 4 xifres decimals per arrodoniment i truncament:

- a) 58,271314153 b) 1,7634256
c) 2,237653897 c) 5,8761233

Suma de decimals

2. Calcula les sumes següents:

- a) $27,131 + 4,153$ b) $9315,7 + 3,231$
c) $91,736 + 77,42$ d) $144,96 + 9,951$

Resta de decimals

3. Calcula les següents restes:

- a) $196,44 - 5,991$ b) $69,421 - 3,566$
c) $6831,6 - 8,884$ d) $49,698 - 3,171$

Multiplicació de decimals

4. Calcula els següents productes:

- a) $638,8 \cdot 0,618$ b) $29,43 \cdot 0,264$
c) $27,28 \cdot 4,23$ d) $713,2 \cdot 0,862$

Divisió de decimals

5. Indica el residu i el quocient al dividir:

- a) $2,221 : 6,3$ b) $8,719 : 6,6$
c) $52,48 : 82$ d) $66,62 : 59$

Potència de decimals

6. Calcula las següents potències:

- a) $44,65^3$ b) $1,857^5$
c) $34,61^4$ d) $6,348^3$

Arrel d'un decimal

7. Troba el resultat de les següents arrels. Dóna les dues solucions possibles:

- a) $\sqrt{0,000121}$ b) $\sqrt{0,000064}$
c) $\sqrt{0,00000016}$ d) $\sqrt{0,00000036}$

Pas de fracció a decimal

8. Estudia si les següents fraccions donen com a resultat un decimal exacte, un periòdic pur o un periòdic mixt:

- a) $\frac{39}{77}$ b) $\frac{77}{250}$
c) $\frac{91}{33}$ d) $\frac{91}{1650}$

Fracció generatriu

8. Troba la fracció generatriu dels següents nombres decimals exactes:

- a) 9,1 b) 0,077
c) 3,3 d) 0,61

9. Troba la fracció generatriu dels següents nombres periòdics purs:

- a) 22,333... b) 22,5353...
c) 21,275275... d) 44,527527...

10. Troba la fracció generatriu dels següents nombres periòdics mixtos:

- a) 38,72777... b) 62,2777...
c) 54,275757... d) 27,33535...

Problemes

11. Si comprem un article que val 1548,16 € i per pagar-lo donem 1566 €, Quant ens tornaran?

12. Troba l'àrea d'un rectangle de base 4,9 cm. i altura 9,2 cm. Expressa la solució amb un únic decimal arrodonit.

13. Un cable mesura 8,1 m i el seu preu és de 10,53 €. Quant val 1 m de cable?

Per saber-ne més



La Llei de Benford

Cada dia veus molts nombres, decimals o no. Pensa en els preus, números de vivendes, mesures de longitud, capacitat, pes...



Quan trobem un nombre, és tan probable que comenci per 1 com per 3 o per 5?. Doncs curiosament, i en contra del que podríem pensar, no.

Abans de l'aparició de les calculadores i ordinadors per fer càlculs era habitual la utilització de les anomenades taules de **logaritmes**.

El matemàtic i astrònom **Simon Newcomb** ja havia observat en 1881 que les primeres pàgines dels llibres amb taules de logaritmes estaven molt més desgastades que la resta.

De l' estudi d'aquestes taules es deduïa que els nombres que començaven per 1 es consultaven més sovint.

N.	Log.	5	dif.	6	dif.	7	dif.	8	dif.	9	dif.
200	20	2114	217	2331	210	2547	217	2764	217	2980	216
01	4275	210	4491	215	4706	215	4921	215	5136	213	
02	6425	214	6639	215	6854	214	7068	214	7282	214	
03	8564	214	8778	215	8994	213	9209	213	9423	213	
04	10695	213	10906	212	11118	212	11329	212	11540	212	
05	13610	211	13823	211	14034	211	14245	211	14456	211	
06	16520	210	16730	210	16940	211	17151	209	17360	210	
07	19428	209	19637	209	19846	210	20055	208	20264	209	
08	22334	208	22542	208	22750	208	22958	208	23166	208	
09	25238	207	25445	207	25652	207	25859	207	26066	207	

En 1938, el físic Frank Benford va observar el mateix fenomen, també a les taules de logaritmes, i va enunciar una llei que ens permet calcular la probabilitat que un nombre comenci per una xifra determinada.

La **Llei de Benford** ens permet trobar la probabilitat que un nombre comenci per una determinada xifra. Va ser demostrada per un matemàtic, Theodore P. Hill, en 1996.

Primera xifra	Probabilitat (%)
1	30,1 %
2	17,6 %
3	12,5 %
4	9,7 %
5	7,9 %
6	6,7 %
7	5,8 %
8	5,1 %
9	4,6 %

Pots veure que, com més gran és la primera xifra, més difícil serà que trobem aquest nombre en la vida diària.

Puedes consultar en la [wikipedia](#) los siguientes enlaces:

logaritmes

<http://ca.wikipedia.org/wiki/Logaritme>

Simon Newcomb

http://ca.wikipedia.org/wiki/Simon_Newcomb

Llei de Benford

http://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_Benford

Nombres decimals

Quines parts té un nombre decimal?

Té una part **entera** i una altra de **decimal**, separades per la **coma decimal**. Un nombre decimal pot ser:

- **Decimal exacte.** Té una quantitat limitada de decimals: **45,128**.
- **Periòdic pur.** Hi ha un grup de decimals que es repeteix indefinidament, el **període**: **4,8585...**
- **Periòdic mixt.** Té un o més decimals seguits d'un període: **4,21777...**

Recorda el més important



Com es trunca o arrodoneix un decimal?

Per **truncar** queda't amb els decimals que necessites i elimina la resta:

Per **arrodonir** fixa't en la primera xifra decimal eliminada. Si és 5 o més, augmenta una unitat la xifra anterior. Si és menor que 5 deixa-la igual.

8,4768 es trunca com **8,47** a dos decimals.

8,4768 s'arrodoniria a **8,48**. En canvi **8,4738** ho faria a **8,47**.

Com se sumen i resten decimals?

Sitúa los decimales para que coincida la coma decimal. Después suma o resta tal y como lo harías normalmente. Al llegar al lugar de la coma escribe una coma en el resultado.

$$\begin{array}{r} 264,79 \\ + 341,04 \\ \hline 605,83 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 635,81 \\ - 218,24 \\ \hline 417,57 \end{array}$$

¿Cómo se multiplican decimales?

Multiplica sense incloure els decimals. El resultat del producte tindrà tants decimals com la **suma** dels decimals que tenien els nombres que inicialment vas multiplicar.

$$\begin{array}{r} 126,34 \\ \times 2,9 \\ \hline 113706 \\ 25268 \\ \hline 366,386 \end{array}$$

Com es divideixen decimals?

Prepara la divisió per a que només el dividend tingui decimals. Al arribar a la coma del dividend, posa una coma al quocient.

$$\begin{array}{r} 132,5 \overline{)32} \\ 45 \underline{)4,1} \\ 13 \quad R=1,3 \end{array}$$

Com s'obté la fracció generatriu d'un decimal?

Decimal exacte $1,3 = \frac{13}{10}$

Periòdic pur $6,\widehat{23} = \frac{623-6}{99} = \frac{617}{99}$

Periòdic mixt $1,1\hat{4} = \frac{114-11}{90} = \frac{103}{90}$

Autoavaluació



1. Troba l'aproximació de $0,63718122$ a 2 decimals mitjançant arrodoniment i truncament
2. Troba la suma de $63,718$ i $91,22$.
3. Calcula. La diferència entre $21,873$ i $29,16$.
4. Calcula el producte de $3,821$ i $2,79$
5. Indica el quocient i el residu de dividir $16,91$ entre $7,2$
6. Quants decimals tindrà la potència $23,18^5$?
7. Troba la fracció generatriu simplificada de $0,077$.
8. Troba la fracció generatriu simplificada de $64,6868\dots$
9. Troba la fracció generatriu simplificada de $64,84242\dots$
10. Troba l'àrea d'un rectangle de base $5,7$ cm. I d'altura $6,8$ cm. Expressa la solució amb un únic decimal arrodonit.

Solucions dels exercicis proposats als Continguts

Elements d'un número decimal

- a) Periòdic pur.
- b) Decimal exacte.
- c) Periòdic mixt
- d) Decimal exacte
- e) Nombre enter

Arrodoniment i truncament d'un nombre decimal

- a) Arrodoniment: 60,62 i truncament: 60,61.
- b) Arrodoniment: 36,47 i truncament: 36,47.

Suma de nombres decimals

- a) 1652,475
- b) 1147,372
- c) 141,71
- d) 803,226

Resta de nombres decimals

- a) 97,995
- b) 348,717
- c) 549,538
- d) 201,732

Multiplicació de nombres decimals

- a) 3606,818
- b) 33,55896
- c) 756,756

Divisió de nombres decimals

- a) Quocient: 6,3 Residu: 0,12
- b) Quocient: 45,2 Residu: 0,02

Potència d'un nombre decimal

- a) 22,425768 b) 0,321419125
- c) 4 decimals d) 6 decimals

Arrel quadrada d'un nombre decimal

- a) 0,3 i -0,3
- b) 0,11 i -0,11

Pas de fracció a decimal

- a) 0,455, és un decimal exacte
- b) 63, és un nombre enter
- c) 0,1378378378... és un periòdic mixt

Fracció generatriu de decimals exactes

- a) $\frac{144}{25}$
- b) $\frac{63}{250}$
- c) $\frac{162}{5}$

Fracció generatriu de decimals periòdics purs

- a) $\frac{98593}{999}$
- b) $\frac{896828}{9999}$
- c) $\frac{172}{9}$

Fracció generatriu de decimals periòdics mixtos

- a) $\frac{26549}{990}$
- b) $\frac{889}{990}$
- c) $\frac{44147}{4950}$

Solucions dels exercicis per practicar

1. Arrodoniment i truncament d'un nombre decimal

- a) Arrodoniment i truncament: 58,2713.
- b) Arrodoniment i truncament: 1,7634.
- c) Arrodoniment: 2,2377 i truncament: 2,2376
- d) Arrodoniment i truncament: 5,8761

2. Suma de nombres decimals

- a) 31,284 b) 9318,931
- c) 169,156 d) 154,911

3. Resta de nombres decimals

- a) 190,449 b) 65,855
- c) 6822,716 d) 46,527

4. Multiplicació de nombres decimals

- a) 394,7784 b) 7,76952
- c) 115,3944 d) 614,7784

5. Divisió de nombres decimals

- a) Quocient: 0,35 Residu: 0,016
- b) Quocient: 1,32 Residu: 0,007
- c) Quocient: 0,64 Residu: 0
- d) Quocient: 1,12 Residu: 0,54

6. Potència d'un nombre decimal

- a) 89015,244625
- b) 22,0830735389
- c) 1434849,653474
- d) 255,806016192

7. Arrel quadrada d'un nombre decimal

- a) 0,011 y -0,011
- b) 0,008 y -0,008
- c) 0,0004 y -0,0004
- d) 0,0006 y -0,0006

8. Pas de fracció a decimal

- a) Periòdic pur: 0,506493506493...
- b) Decimal exacte: 0,308
- c) Periòdic pur: 2,757575...
- d) Periòdic mixt: 0,05515151...

9. Fracció generatriu de decimals exactes

- a) $\frac{91}{10}$ b) $\frac{77}{1000}$
- c) $\frac{33}{10}$ d) $\frac{61}{100}$

10. Fracció generatriu de decimals periòdics purs

- a) $\frac{67}{3}$ b) $\frac{2231}{99}$
- c) $\frac{21254}{999}$ d) $\frac{44483}{999}$

11. Fracció generatriu de decimals periòdics mixtos

- a) $\frac{6971}{180}$ b) $\frac{1121}{18}$
- c) $\frac{17911}{330}$ d) $\frac{13531}{495}$

12. 17,84 €

13. L'àrea té 45,1 cm².

14. 1,3 € el metre.

Soluciones AUTOAVALUACIÓ

1. Arrodoniment: 0,64 Truncament: 0,63.

2. 154,938.

3. -7,287.

4. 10,66059.

5. Quocient: 2,3 Residu: 0,35

6. 10 decimals.

7. $\frac{77}{100}$.

8. $\frac{6404}{99}$.

9. $\frac{10699}{165}$.

10. 38,8 cm².