

Objectius

En aquesta quinzena aprendràs a:

- Calcular l'àrea de prismes rectes de qualsevol nombre de cares.
- Calcular l'àrea de piràmides de qualsevol nombre de cares.
- Calcular l'àrea d'un tronc de piràmide.
- Calcular l'àrea d'un cilindre.
- Calcular l'àrea d'un con.
- Calcular l'àrea d'un tronc de con.
- Calcular l'àrea d'una esfera.
- Calcular l'àrea de cossos geomètrics obtinguts per la composició de tot o part dels cossos anteriors.

Abans de començar

1. Àrea dels prismes pàg. 4
Àrea dels prismes

2. Àrea de la piràmide i del tronc de piràmide pàg. 6
Àrea de la piràmide
Àrea del tronc de piràmide

3. Àrea dels cossos de revolució pàg. 9
Àrea del cilindre
Àrea del con
Àrea del tronc de con
Àrea de l'esfera

4. Resolució de problemes pàg. 12
Resolució de problemes

Exercicis per a practicar

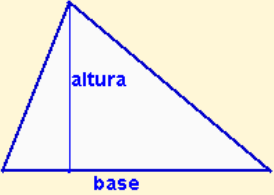

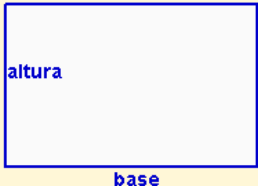
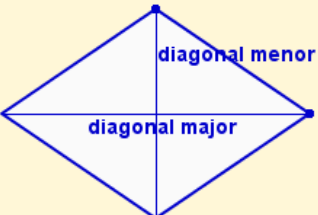

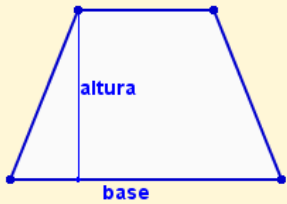
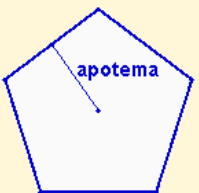
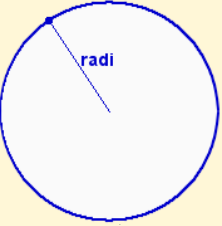
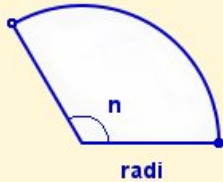
Per saber-ne més

Resum

Autoavaluació

Abans de començar

Recorda l'àrea de les figures planes

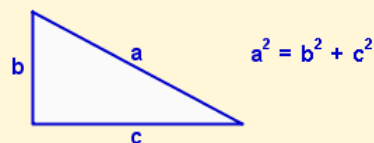
<p>Triangle</p>  <p>$A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$</p>	<p>Quadrat</p>  <p>$A = \text{costat} \cdot \text{costat} = \text{costat}^2$</p>	<p>Rectangle</p>  <p>$A = \text{base} \cdot \text{altura}$</p>
<p>Rombe</p>  <p>$A = \frac{\text{diagonal major} \cdot \text{diagonal menor}}{2}$</p>	<p>Romboide</p>  <p>$A = \text{base} \cdot \text{altura}$</p>	<p>Trapezi</p>  <p>$A = \frac{(\text{base major} + \text{base menor}) \cdot \text{altura}}{2}$</p>
<p>Polígon regular</p>  <p>$A = \frac{\text{perímetre} \cdot \text{apotema}}{2}$</p>	<p>Cercle</p>  <p>$A = \pi \cdot \text{radi}^2$</p>	<p>Sector circular</p>  <p>$A = \frac{\pi \cdot \text{radi}^2 \cdot \text{nombre graus}}{360}$</p>

Investiga: Teorema de Pitàgores en cossos geomètrics

En la Unitat 7 has estudiat el Teorema de Pitàgores i has vist aplicacions d'aquest teorema en figures planes.

En aquesta unitat necessites recordar-lo i veuràs aplicacions en cossos geomètrics. En la piràmide, en el tronc de piràmide, en el con i en el tronc de con necessitaràs construir triangles rectangles per a calcular les arestes, l'alçada o la generatriu.

En un triangle rectangle, el quadrat de la hipotenusa és igual a la suma dels quadrats dels catets.



Àrees de cossos geomètrics

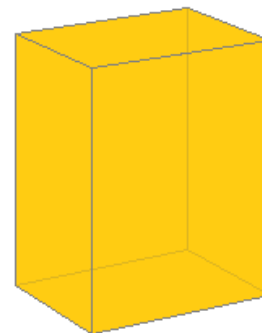
1. Àrea dels prismes

Àrea dels prismes

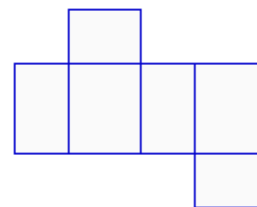
L'àrea d'un prisma o de qualsevol poliedre, és la suma de les àrees de cadascuna de les seves cares. Podem distingir:

Àrea lateral: Suma de les àrees de les cares laterals. En el prisma les cares laterals són rectangles.

Àrea total: És la suma de l'àrea lateral i l'àrea de les dues bases. Les bases són dos polígons iguals.



Paral·lelepípede:
prisma rectangular recte.



Desenvolupament d'un paral·lelepípede:
s'obtenen sis rectangles iguals dos a dos. Les cares oposades són iguals.

Calcula l'àrea lateral i l'àrea total d'un paral·lelepípede de 25 cm d'alçada, 15 cm d'amplada i 10 cm de llargada.

Àrea lateral:

Hi ha dos rectangles de 25 per 15: $A=25 \cdot 15=375 \text{ cm}^2$

Hi ha dos rectangles de 25 per 10: $A=25 \cdot 10=250 \text{ cm}^2$

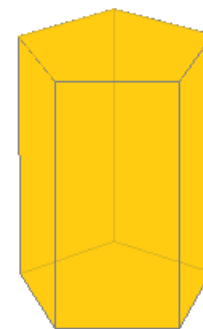
L'àrea lateral és: **$Al = 2 \cdot 375 + 2 \cdot 250 = 1250 \text{ cm}^2$**

Àrea total:

Les bases són dos rectangles de 15 per 10:

$$A = 25 \cdot 15 = 375 \text{ cm}^2$$

L'àrea total és: **$At = 1250 + 2 \cdot 150 = 1550 \text{ cm}^2$**



Prisma pentagonal.

Calcula l'àrea lateral i l'àrea total d'un prisma pentagonal de 30 cm d'alçada i 12 cm d'aresta de la base. L'apotema de la base fa 8,26 cm.

Àrea lateral:

Hi ha cinc rectangles de 30 per 12: $30 \cdot 12 = 360 \text{ cm}^2$

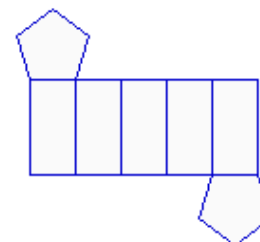
L'àrea lateral és: **$Al = 5 \cdot 360 = 1800 \text{ cm}^2$**

Àrea total:

Les bases són dos pentàgons de 12 cm de costat i 8,26 cm d'apotema:

$$Ab = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{5 \cdot 12 \cdot 8,26}{2} = 247,8 \text{ cm}^2$$

L'àrea total és: **$At = 1800 + 2 \cdot 247,8 = 2295,6 \text{ cm}^2$**



Desenvolupament d'un prisma pentagonal:
s'obtenen dos pentàgons de les bases i cinc rectangles iguals de les cares laterals.

EXERCICIS resolts

1. Calcular l'àrea lateral i l'àrea total d'un prisma triangular de 40 centímetres d'altura i 25 centímetres d'aresta de la base.

Àrea lateral: hi ha tres rectangles iguals:

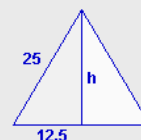
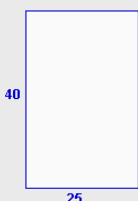
$$Al = 3 \cdot 40 \cdot 25 = 3000 \text{ cm}^2$$

Àrea de la base: un triangle equilàter.
S'aplica el Teorema de Pitàgores

$$h = \sqrt{25^2 - 10,5^2} = \sqrt{468,75} = 21,65 \text{ cm}$$

$$Ab = \frac{25 \cdot 21,65}{2} = 270,63 \text{ cm}^2$$

$$\text{Àrea total: } At = 3000 + 2 \cdot 270,63 = 3541,27 \text{ cm}^2$$



2. Calcular l'àrea lateral i l'àrea total d'un prisma de base quadrada de 36 centímetres d'altura i 21 centímetres d'aresta de la base.

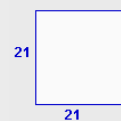
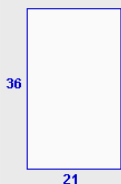
Àrea lateral: hi ha quatre rectangles iguals:

$$Al = 4 \cdot 36 \cdot 21 = 3024 \text{ cm}^2$$

Àrea de la base: un quadrat

$$Ab = 21^2 = 441 \text{ cm}^2$$

$$\text{Àrea total: } At = 3024 + 2 \cdot 441 = 3906 \text{ cm}^2$$



3. Calcular l'àrea lateral i l'àrea total d'un prisma hexagonal de 10 centímetres d'altura i 10 centímetres d'aresta de la base.

Àrea lateral: hi ha sis rectangles iguals (en aquest cas particular són quadrats):

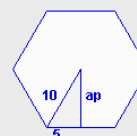
$$Al = 6 \cdot 10 \cdot 10 = 600 \text{ cm}^2$$

Àrea de la base: un hexàgon regular
S'aplica el Teorema de Pitàgores

$$ap = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8,66 \text{ cm}$$

$$Ab = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{6 \cdot 10 \cdot 8,66}{2} = 259,81 \text{ cm}^2$$

$$\text{Àrea total: } At = 600 + 2 \cdot 259,81 = 1119,62 \text{ cm}^2$$



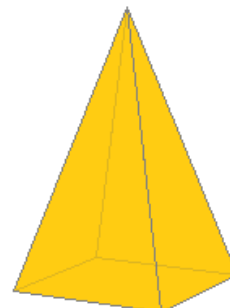
2. Àrea de la piràmide i del tronc de piràmide

Àrea de la piràmide

En desenvolupar una piràmide s'obtenen la base que és un polígon i les cares laterals que són triangles.

Àrea lateral: Suma de les àrees de les cares laterals.

Àrea total: És la suma de l'àrea lateral i l'àrea de la base. La base és un polígon qualsevol, regular o no. (Aquí treballarem amb bases que són polígons regulars).



Piràmide de base quadrada



Desenvolupament d'una piràmide de base quadrada: s'obtenen quatre triangles isòsceles iguals i un quadrat.

Calcula l'àrea lateral i l'àrea total d'una piràmide de base quadrada de 25 cm d'aresta lateral i 15 cm d'aresta de la base.

Àrea lateral:

Hi ha quatre triangles de 15 cm de base. Es necessita calcular l'altura:



$$h = \sqrt{25^2 - 7,5^2} = \sqrt{568,75} = 23,85 \text{ cm}$$

$$A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{15 \cdot 23,85}{2} = 178,86 \text{ cm}^2$$

L'àrea lateral és:

$$Al = 4 \cdot 178,86 = 715,45 \text{ cm}^2$$

Àrea total:

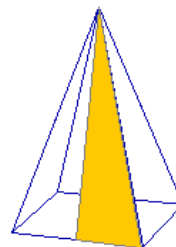
La base és un quadrat de 15 cm de costat:

$$Ab = 15 \cdot 15 = 225 \text{ cm}^2$$

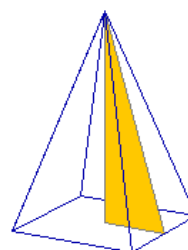
L'àrea total és:

$$At = 715,45 + 225 = 940,45 \text{ cm}^2$$

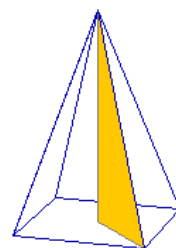
En una piràmide de base quadrada:



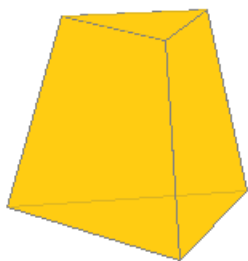
L'aresta lateral, l'altura d'una cara i la meitat de l'aresta de la base formen un triangle rectangle, essent la hipotenusa l'aresta lateral.



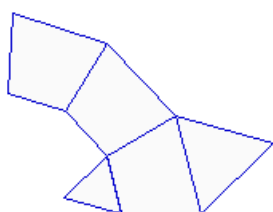
L'altura de la piràmide, l'altura d'una cara i la meitat de l'aresta de la base formen un triangle rectangle, essent la hipotenusa l'altura d'una cara.



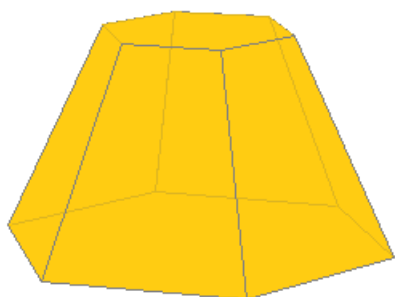
L'altura de la piràmide, l'aresta lateral i la diagonal de la base formen un triangle rectangle, essent la hipotenusa l'aresta lateral.



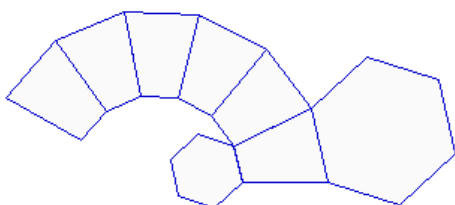
Tronc de piràmide triangular



Desenvolupament d'un tronc de piràmide triangular: s'obtenen tres trapezis isòscels i dos triangles equilàters.



Tronc de piràmide hexagonal



Desenvolupament d'un tronc de piràmide hexagonal: s'obtenen sis trapezis isòscels i dos hexàgons.

Àrea del tronc de piràmide

En desenvolupar un tronc de piràmide s'obtenen dues bases que són polígons semblants i les cares laterals que són trapezis. Si el tronc procedeix d'una piràmide regular, les bases són polígons regulars i les cares laterals trapezis isòscels iguals.

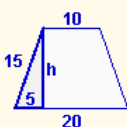
Àrea lateral: Suma de les àrees de les cares laterals.

Àrea total: És la suma de l'àrea lateral i l'àrea de les dues bases.

Calcula l'àrea lateral i l'àrea total d'un tronc de piràmide triangular de 15 cm d'aresta lateral, 10 cm d'aresta de la base menor i 20 cm d'aresta de la base major.

Àrea lateral:

Hi ha tres trapezis isòscels de 10 cm de base menor i 20 cm de base major. Es necessita calcular l'altura:



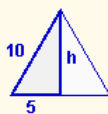
$$h = \sqrt{15^2 - 5^2} = \sqrt{200} = 14,14 \text{ cm}$$

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(20 + 10) \cdot 14,14}{2} = 212,13 \text{ cm}^2$$

L'àrea lateral és: **Al = 3 · 212,13 = 636,40 cm²**

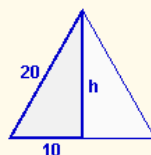
Àrea total:

Les bases són dos triangles equilàters:



$$h = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8,66 \text{ cm}$$

$$Ab = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{10 \cdot 8,66}{2} = 43,30 \text{ cm}^2$$



$$h = \sqrt{20^2 - 10^2} = \sqrt{300} = 17,32 \text{ cm}$$

$$AB = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{20 \cdot 17,32}{2} = 173,21 \text{ cm}^2$$

L'àrea total és:

$$\mathbf{At = 636,40 + 43,30 + 173,21 = 852,90 \text{ cm}^2}$$

EXERCICIS resoltos

4. Calcula l'àrea lateral i l'àrea total d'una piràmide hexagonal de 30 cm d'aresta lateral i 12 cm d'aresta de la base.

Àrea lateral: hi ha sis triangles iguals:

$$h = \sqrt{30^2 - 6^2} = \sqrt{864} = 29,39 \text{ cm}$$

$$A = \frac{25 \cdot 29,39}{2} = 176,36 \text{ cm}^2$$

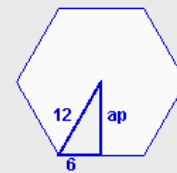
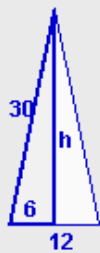
$$Al = 6 \cdot 176,36 = 1058,18 \text{ cm}^2$$

Àrea de la base: un hexàgon regular.
Es calcula l'apotema:

$$ap = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} = 10,39 \text{ cm}$$

$$Ab = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{6 \cdot 12 \cdot 10,39}{2} = 374,12 \text{ cm}^2$$

$$\text{Àrea total: } At = 1058,18 + 374,12 = 1432,30 \text{ cm}^2$$



5. Calcula l'àrea lateral i l'àrea total d'un tronc de piràmide pentagonal de 15 cm d'aresta lateral i 18 i 24 cm d'arestes de les bases respectivament. Les apotemes de les bases mesuren 12,39 y 16,52 cm respectivament.

Àrea lateral: hi ha cinc trapezoides isòscels:

$$h = \sqrt{15^2 - 3^2} = \sqrt{216} = 14,70 \text{ cm}$$

$$A = \frac{(24 + 18) \cdot 14,70}{2} = 308,64 \text{ cm}^2$$

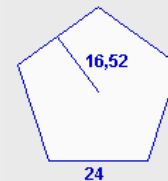
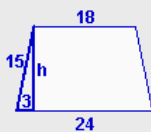
$$Al = 5 \cdot 308,64 = 1543,18 \text{ cm}^2$$

Àrea de les bases: són dos pentàgons regulars.

$$Ab = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{5 \cdot 18 \cdot 12,39}{2} = 557,55 \text{ cm}^2$$

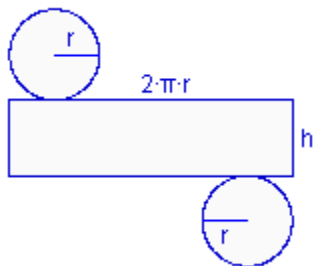
$$AB = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{5 \cdot 24 \cdot 16,52}{2} = 991,20 \text{ cm}^2$$

$$\text{Àrea total: } At = 1543,18 + 557,55 + 991,20 = 3091,93 \text{ cm}^2$$





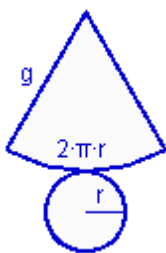
Cilindre



Desenvolupament d'un cilindre: s'obté un rectangle i dos cercles.

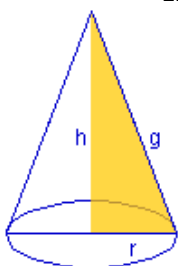


Con



Desenvolupament d'un con: s'obté un sector circular i un cercle.

En un con:



La generatriu, l'altura i el radi de la base formen un triangle rectangle, essent la hipotenusa la generatriu.

3. Àrea dels cossos de revolució

Àrea d'un cilindre

El desenvolupament d'un cilindre es compon de dos cercles, que són les bases, i un rectangle de base la longitud de la circumferència i d'altura la del cilindre.

$$\text{Àrea lateral: } Al = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$\text{Àrea total: } At = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2$$

Calcula l'àrea lateral i l'àrea total d'un cilindre de 25 cm d'altura, i de 15 cm de radi de la base.

$$\text{Àrea lateral: } Al = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 15 \cdot 25 = 2356,19 \text{ cm}^2$$

$$\text{Àrea de la base: } Ab = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 225 = 706,86 \text{ cm}^2$$

$$\text{L'àrea total és: } At = 2356,19 + 2 \cdot 706,86 = 3769,91 \text{ cm}^2$$

Àrea d'un con

El desenvolupament d'un con es compon del cercle de la base i d'un sector circular que té per longitud d'arc la longitud de la circumferència, i per radi la generatriu del con.

$$\text{Àrea lateral: } Al = \pi \cdot r \cdot g$$

$$\text{Àrea total: } At = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2$$

Calcula l'àrea lateral i l'àrea total d'un con de 30 cm de generatriu i de 16 cm de radi de la base.

$$\text{Àrea lateral: } Al = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 16 \cdot 30 = 1507,96 \text{ cm}^2$$

$$\text{Àrea de la base: } Ab = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 256 = 804,25 \text{ cm}^2$$

$$\text{L'àrea total és: } At = 1507,96 + 804,25 = 2312,21 \text{ cm}^2$$

Àrees de cossos geomètrics

Àrea d'un tronc de con

El desenvolupament d'un tronc de con es compon de dos cercles que són les bases i una figura anomenada trapezi circular que té costats curvilinis, de longituds les de les circumferències, i altura la generatriu del tronc de con.

$$\text{Àrea lateral: } Al = \pi \cdot g \cdot (R+r)$$

$$\text{Àrea total: } At = \pi \cdot g \cdot (R+r) + \pi \cdot R^2 + \pi \cdot r^2$$

Calcula l'àrea lateral i l'àrea total d'un tronc de con de 15 cm de generatriu, 10 cm de radi de la base menor i 20 cm de radi de la base major.

Àrea lateral:

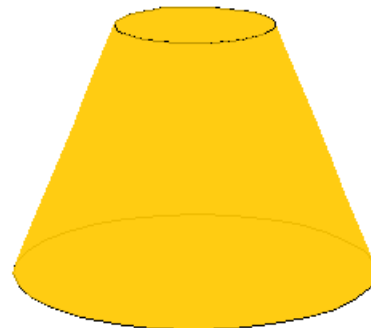
$$Al = \pi \cdot g \cdot (R+r) = \pi \cdot 15 \cdot (10+20) = 1413,72 \text{ cm}^2$$

Àrea de la base menor: $Ab = \pi \cdot 10^2 = 314,16 \text{ cm}^2$

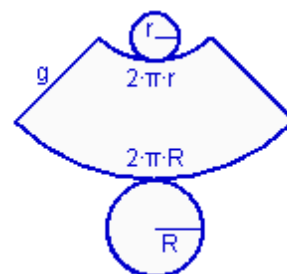
Àrea de la base major: $AB = \pi \cdot 20^2 = 1256,64 \text{ cm}^2$

L'àrea total és:

$$At = 1413,72 + 314,16 + 1256,64 = 2984,51 \text{ cm}^2$$

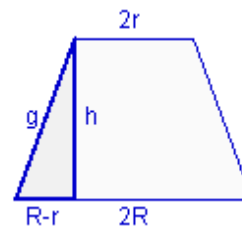


Tronc de con



Desenvolupament d'un tronc de con:

En tallar un tronc de con per un pla que passi pels centres de les dues bases s'obté aquest trapezi isòsceles del qual es pot deduir la relació que existeix entre els radis, l'altura i la generatriu.



Àrea d'una esfera

L'esfera no es pot desenvolupar i representar en un pla.

L'àrea de l'esfera és igual a quatre vegades la superfície del cercle de major radi que conté.

$$\text{Àrea: } A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

Calcula l'àrea d'una esfera 30 cm de radi.

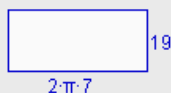
$$\text{Àrea: } A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 30^2 = 11309,73 \text{ cm}^2$$



Esfera

EXERCICIS resoltos

6. Calcula l'àrea lateral i l'àrea total d'un cilindre de 19 cm d'altura i 7 cm de radi de la base.



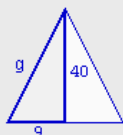
Àrea lateral: rectangle
 $Al = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 7 \cdot 19 = 835,66 \text{ cm}^2$



Àrea de la base: cercle
 $Ab = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 7^2 = 153,94 \text{ cm}^2$

Àrea total: $At = 835,666 + 2 \cdot 153,94 = 1143,54 \text{ cm}^2$

7. Calcula l'àrea lateral i l'àrea total d'un con de 40 cm d'altura i 9 cm de radi de la base.



Àrea lateral: es necessita calcular la generatriu:

$$g = \sqrt{9^2 + 40^2} = \sqrt{1681} = 41 \text{ cm}$$

$$Al = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 9 \cdot 41 = 1159,25 \text{ cm}^2$$

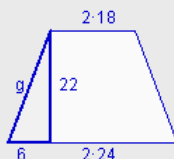


Àrea de la base: cercle

$$Ab = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 9^2 = 254,47 \text{ cm}^2$$

Àrea total: $At = 1159,25 + 254,47 = 1413,72 \text{ cm}^2$

8. Calcula l'àrea lateral i l'àrea total d'un tronc de con de 22 cm d'altura, 18 cm de radi de la base menor i 24 cm de radi de la base major.



Àrea lateral: es necessita calcular la generatriu:

$$g = \sqrt{6^2 + 22^2} = \sqrt{520} = 22,80 \text{ cm}$$

$$A = \pi \cdot g \cdot (R+r) = \pi \cdot 22,8 \cdot (24+18) = 3008,85 \text{ cm}^2$$



Àrea de les bases: cercles

$$Ab = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 18^2 = 1017,88 \text{ cm}^2$$

$$AB = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 24^2 = 1809,56 \text{ cm}^2$$



Àrea total: $At = 3008,85 + 1017,88 + 1809,56 = 5836,29 \text{ cm}^2$

9. Calcula l'àrea de una esfera d'1 metre de radi.

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 1^2 = 12,57 \text{ m}^2$$

4. Resolució de problemes

Resolució de problemes

De vegades, haurem de resoldre problemes de càlcul d'àrees de cossos geomètrics en què els cossos que apareixen s'obtenen agrupant alguns dels cossos ja estudiats.

En aquestes situacions es descomponen els cossos geomètrics en cossos més simples i es resol el problema per parts.

S'ha d'anar amb compte amb les cares comunes de la descomposició, per tal de no comptar-les dues vegades.

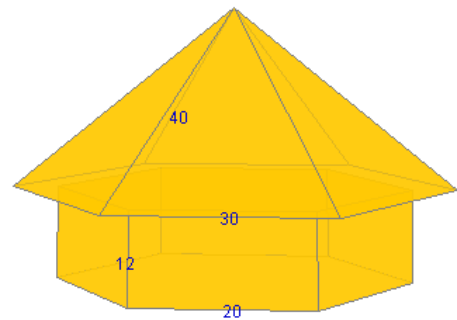


Figura 1

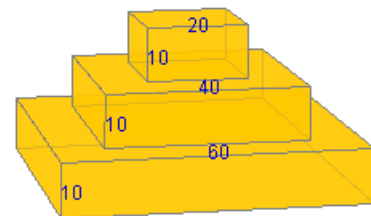
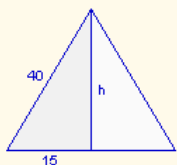


Figura 2

Calcula l'àrea de la figura 1, sabent que les mesures estan expressades en centímetres.

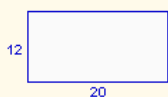
Àrea dels triangles: Hi ha sis triangles iguals a aquest:



$$h = \sqrt{40^2 - 15^2} = \sqrt{1375} = 37,08 \text{ cm}$$

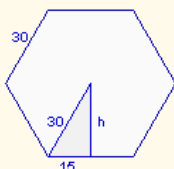
$$A = \frac{30 \cdot 37,08}{2} = 556,22 \text{ cm}^2$$

Àrea dels rectangles: Hi ha sis rectangles iguals a aquest:



$$A = 20 \cdot 12 = 240 \text{ cm}^2$$

Àrea de les bases (hexàgon): Les cares horitzontals formen un hexàgon de 30 cm de costat:



$$h = \sqrt{30^2 - 15^2} = \sqrt{675} = 25,98 \text{ cm}$$

$$A = \frac{6 \cdot 30 \cdot 25,98}{2} = 2338,27 \text{ cm}^2$$

L'àrea total és:

$$A_t = 6 \cdot 556,22 + 6 \cdot 240 + 2338,27 = 7115,56 \text{ cm}^2$$

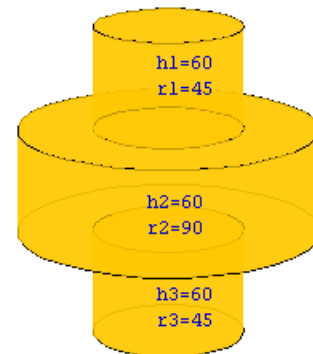


Figura 3

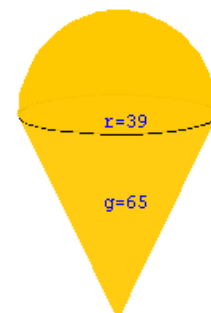


Figura 4

EXERCICIS resoltos

10. Calcula l'àrea de la figura 2 de la pàgina anterior, sabent que les mesures estan expressades en centímetres.

Àrea lateral: hi ha quatre rectangles de cadascun :

$$A1 = 20 \cdot 10 = 200 \text{ cm}^2$$

$$A2 = 40 \cdot 10 = 400 \text{ cm}^2$$

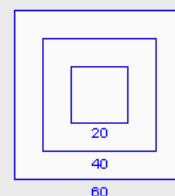
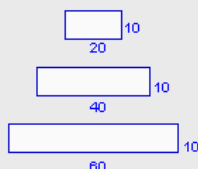
$$A3 = 60 \cdot 10 = 600 \text{ cm}^2$$

$$Al = 4 \cdot 200 + 4 \cdot 400 + 4 \cdot 600 = 4800 \text{ cm}^2$$

Àrea de la base: en unir les bases superiors s'obté un quadrat de 60 cm de costat, que coincideix amb el quadrat de la base inferior

$$Ab = 60^2 = 3600 \text{ cm}^2$$

$$\text{Àrea total: } At = 4800 + 2 \cdot 3600 = 12000 \text{ cm}^2$$



11. Calcula l'àrea de la figura 3 de la pàgina anterior, sabent que les mesures estan expressades en centímetres.

Àrea lateral: correspon amb l'àrea lateral de tres cilindres:

$$A1 = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 45 \cdot 60 = 16964,60 \text{ cm}^2$$

$$A2 = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 90 \cdot 60 = 33929,20 \text{ cm}^2$$

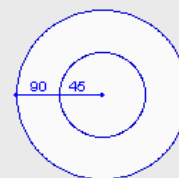
$$A3 = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 45 \cdot 60 = 16964,60 \text{ cm}^2$$

$$Al = 16964,60 + 33929,20 + 16964,60 = 67858,40 \text{ cm}^2$$

Àrea de la base: en unir les bases superiors per una part i les bases inferiors per l'altra s'obtenen cercles de 90 cm de radi.

$$Ab = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 90^2 = 25446,90 \text{ cm}^2$$

$$\text{Àrea total: } At = 67858,40 + 2 \cdot 25446,90 = 118752,20 \text{ cm}^2$$



12. Calcula l'àrea de la figura 4 de la pàgina anterior, sabent que les mesures estan expressades en centímetres.

Es pot descompondre aquest cos geomètric en una semiesfera i un con:

Àrea de la semiesfera: $A_s = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^2}{2} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 39^2}{2} = 9556,72 \text{ cm}^2$

Àrea lateral del con: $A_c = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 39 \cdot 65 = 7963,94 \text{ cm}^2$

Àrea total: $At = A_s + A_c = 9556,72 + 7963,94 = 17520,66 \text{ cm}^2$



Per a practicar

1. Estic construint una piscina de 5,7 metres de llargada, 4 metres d'amplada i 1,9 metres d'alçada. Vull recobrir les parets i el fons amb rajoles de forma quadrada de 20 cm de costat. Quantes rajoles necessitaré si aproximadament se'n malmeten un 10%?



2. Una mare compra a la seva filla una caixa dels seus bombons favorits. La caixa té forma de prisma triangular de 21 cm de llargada i 12 cm de costat de la base. Quina és la quantitat de paper mínima que es necessita per embolicar-la?



3. Es vol restaurar el lateral i la part superior d'una torre amb forma de prisma octogonal de 12 m d'altura. La base és un octàgon regular de 3 m de costat i 3,62 metres d'apotema. Si l'empresa de restauració cobra 226 euros per cada metre quadrat, quin serà el preu de la restauració?



4. Una pizzeria fa pizzas de diverses mides i les ven en caixes hexagonals de 39 cm de costat i 4,7 cm d'alçada. Quina quantitat de cartó es necessita per cada caixa tenint en compte que la caixa està formada per dues parts compostes d'una base i el lateral?

5. Una piràmide egípcia de base quadrada té 150 metres d'altura i 139 metres d'aresta de la base. Quina és la seva superfície lateral?



6. Calcula els metres quadrats de tela que es necessiten per a fabricar un para-sol amb forma de piràmide dodecagonal de 84 cm d'aresta de la base i 194 cm d'aresta lateral.



7. La part exterior del teulat d'un edifici té forma de tronc de piràmide de bases quadrades de 47 m i 51 m de costat respectivament. L'aresta lateral de la teulada mesura 7,3 m. Calcula la superfície.



8. Un test de plàstic té forma de tronc de piràmide hexagonal. Els costats de les bases mesuren respectivament 36 i 42 cm i l'aresta lateral mesura 7,5 cm. Calcula la quantitat de plàstic que es necessita per a la seva fabricació.



Àrees de cossos geomètrics

9. Una llauna de conserves té 16,6 cm d'altura i 8,4 cm de radi de la base. Quant de metall es necessita per a la seva fabricació? Quant de paper es necessita per a l'etiqueta?



10. Es volen tractar dos dipòsits amb pintura antioxidant. Els dipòsits tenen 7,3 metres d'altura i 9,7 metres de radi de la base. El preu per pintura de cada metre quadrat és de 39 euros. Quin és el preu final de la pintura, sabent que només es pinta la base superior de cadascun?



11. Una copa té forma de con de 10,2 cm de generatriu i 9,5 cm de diàmetre de la circumferència superior. La base és una circumferència de 4,9 cm de radi. Cada vegada que es neteja, quina superfície de cristall s'ha de netejar?



12. Es vol condicionar una sitja antiga amb forma de con. Per això s'aplicarà una capa aïllant a la paret interior i al terra. Les dimensions de la sitja són 16,5 metres d'altura i 7,5 metres de radi de la base. Quina quantitat de superfície s'ha de tractar?



13. Un got de plàstic té 7,1 cm de diàmetre superior i 5,6 cm de diàmetre inferior. La generatriu mesura 12,6 cm. Quants metres quadrats de plàstic s'han necessitat per fabricar 150 gots?



14. He comprat un paper resistent a la calor per fabricar-me una làmpada amb forma de tronc de con, de 17,3 cm de diàmetre superior i 15,7 cm de diàmetre inferior. L'altura fa 32,2 cm. Quant de paper necessito?



15. Sabent que el radi de la Terra és de 6370 quilòmetres, calcula la superfície del nostre planeta utilitzant diferents aproximacions del número π .

a) 3 b) 3,14 c) 3,1416 d) π



16. a) Calcula la superfície d'una pilota de 5 cm de radi.
b) Calcula la superfície d'una pilota de radi doble de l'anterior.
c) Calcula la superfície d'una pilota de radi 10 vegades major que la primera.
d) Quina relació hi ha entre les superfícies de les esferes?

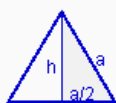




ÀREA DELS POLIEDRES REGULARS

Els poliedres regulars tenen totes les seves cares iguals. Per calcular la seva àrea, es calcula l'àrea d'una de les seves cares i es multiplica pel nombre de cares que té. Vegem com es pot calcular l'àrea d'un triangle equilàter i d'un pentàgon regular.

Àrea d'un triangle equilàter en funció d'un costat "a"

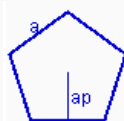


$$h^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$$

$$\text{altura: } h = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = a \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Àrea: } A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \frac{\sqrt{3}}{2} = a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Àrea d'un pentàgon regular en funció del costat "a"



Per calcular l'àrea d'un pentàgon regular es necessita la unitat de Trigonometria de 4t E.S.O.

$$\text{apotema: } ap = \frac{a}{10} \sqrt{25+10\sqrt{5}}$$

$$\text{Àrea: } A = \frac{1}{4} a^2 \sqrt{25+10\sqrt{5}}$$

Ara ja es pot calcular l'àrea dels poliedres regulars.



TETRAÈDRE: format per quatre triangles equilàters

$$A = 4 \cdot a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = a^2 \sqrt{3}$$



CUB: format per sis quadrats

$$A = 6 \cdot a^2$$



OCTÀEDRE: format per vuit triangles equilàters

$$A = 8 \cdot a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = 2 \cdot a^2 \sqrt{3}$$



DODECAÈDRE: format per dotze pentàgons regulars

$$A = 20 \cdot \frac{1}{4} a^2 \sqrt{25+10\sqrt{5}} \Rightarrow A = 5 \cdot a^2 \sqrt{25+10\sqrt{5}}$$



ICOSÀEDRE: format per vint triangles equilàters

$$A = 20 \cdot a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = 5 \cdot a^2 \sqrt{3}$$



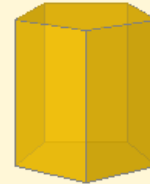
**Recorda
el més important**

ÀREES DE COSSOS GEOMÈTRICS

Àrea lateral: suma de las àrees de totes les cares laterals d'un cos geomètric.

Àrea total: suma de l'àrea lateral i de l'àrea de les bases d'un cos geomètric.

PRISMA



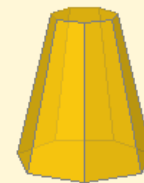
$$Al = n^{\circ} \text{ cares} \cdot \text{àrea del rectangle}$$
$$At = Al + 2 \cdot \text{àrea del polígon regular}$$

PIRÀMIDE



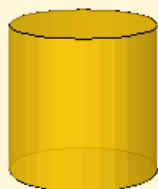
$$Al = n^{\circ} \text{ cares} \cdot \text{àrea del triangle}$$
$$At = Al + \text{àrea del polígon regular}$$

TRONC DE PIRÀMIDE



$$Al = n^{\circ} \text{ cares} \cdot \text{àrea del trapezi}$$
$$At = Al + \text{àrea de polígons regulars}$$

CILINDRE



$$Al = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$
$$At = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2$$

CON



$$Al = \pi \cdot r \cdot g$$
$$At = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2$$

TRONC DE CON

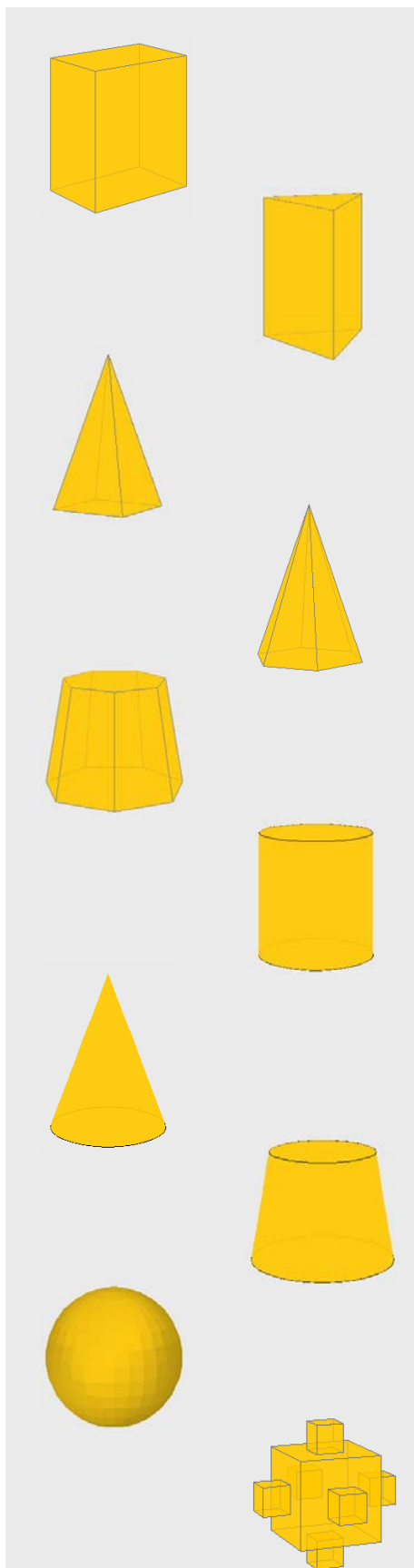


$$Al = \pi \cdot g \cdot (R+r)$$
$$At = \pi \cdot g \cdot (R+r) + \pi \cdot R^2 + \pi \cdot r^2$$

ESFERA



$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$



1. Calcula l'àrea total d'un ortoedre de 72 metres de llargada, 42 metres d'amplada i 26 metres d'alçada.
2. Calcula l'àrea total d'un prisma triangular de 55 metres d'altura i 30 metres d'aresta de la base.
3. Calcula l'àrea total d'una piràmide de base quadrada de 69 metres d'altura i 77 metres d'aresta de la base.
4. Calcula l'àrea total d'una piràmide hexagonal de 114 metres d'aresta lateral i 100 metres d'aresta de la base.
5. Calcula l'àrea total d'un tronc de piràmide de 7 cares laterals sabent que les arestes de les bases mesuren respectivament 47 i 71 metres, l'aresta lateral mesura 62 metres i les apotemes de les bases mesuren respectivament 48, 80 i 73,78 metres.
6. Calcula l'àrea total d'un cilindre de 81 metres d'altura i 15 metres de radi de la base.
7. Calcula l'àrea total d'un con de 29 metres d'altura i 42 metres de radi de la base.
8. Calcula l'àrea total d'un tronc de con la generatriu del qual mesura 24 metres i els radis de les bases mesuren respectivament 41 i 57 metres.
9. Calcula l'àrea d'una esfera de 67 metres de radi.
10. Calcula l'àrea total d'aquest cos geomètric sabent que l'aresta del cub petit mesura 13 metres i l'aresta del cub gran és el triple.

Solucions dels exercicis per practicar

1. 1641 rajoles
2. $880,71 \text{ cm}^2$
3. 74905,44 euros
4. $10102,95 \text{ cm}^2$
5. $45958,58 \text{ m}^2$
6. $9,55 \text{ m}^2$
7. $1376,05 \text{ m}^2$
8. $4975,59 \text{ cm}^2$
9. $1319,57 \text{ cm}^2$ de metall
 $876,13 \text{ cm}^2$ de paper
10. 57759,37 euros
11. $455,28 \text{ cm}^2$
12. $603,76 \text{ m}^2$
13. $4,14 \text{ m}^2$
14. $1669,64 \text{ cm}^2$
15. a) 486922800 km^2
b) 509645864 km^2
c) $509905556,16 \text{ km}^2$
d) $509904363,78 \text{ km}^2$
16. a) $314,16 \text{ cm}^2$
b) $1256,64 \text{ cm}^2$
c) $31415,93 \text{ cm}^2$
d) la relació és igual al quadrat de la relació entre els radis.

Solucions AUTOAVALUACIÓ

1. 11976 m^2
2. $5729,42 \text{ m}^2$
3. $18097,19 \text{ m}^2$
4. $56715,76 \text{ m}^2$
5. $51468,83 \text{ m}^2$
6. $9047,79 \text{ m}^2$
7. $12276,23 \text{ m}^2$
8. $22877,08 \text{ m}^2$
9. $56410,44 \text{ m}^2$
10. 13182 m^2

