

## Objetivos

En esta quincena aprenderás a:

- Reconocer, representar e identificar los elementos geométricos que caracterizan a diferentes polígonos.
- Construir triángulos.
- Reconocer las rectas y puntos notables de los triángulos.
- Reconocer y dibujar diferentes tipos de cuadriláteros.
- Reconocer otros polígonos.
- Calcular perímetros de polígonos.
- Calcular áreas de diferentes polígonos.
- Aplicar el cálculo de superficies de polígonos a situaciones de la vida real.

Antes de empezar

1. Líneas poligonales .....	pág. 4
Definición y tipos. Polígonos	
2. Triángulos .....	pág. 4
Elementos y clasificación	
Construcción de triángulos	
Rectas y puntos notables	
3. Cuadriláteros .....	pág. 9
Elementos y clasificación	
Paralelogramos	
4. Polígonos regulares .....	pág. 11
Definición	
Construcción	
5. Perímetros y áreas .....	pág. 13
Definición. Medir áreas	
Unidades de superficie	
5. Áreas de polígonos .....	pág. 15
Áreas de cuadriláteros	
Áreas de triángulos	
Áreas de polígonos regulares	
Áreas de polígonos irregulares	

Ejercicios para practicar

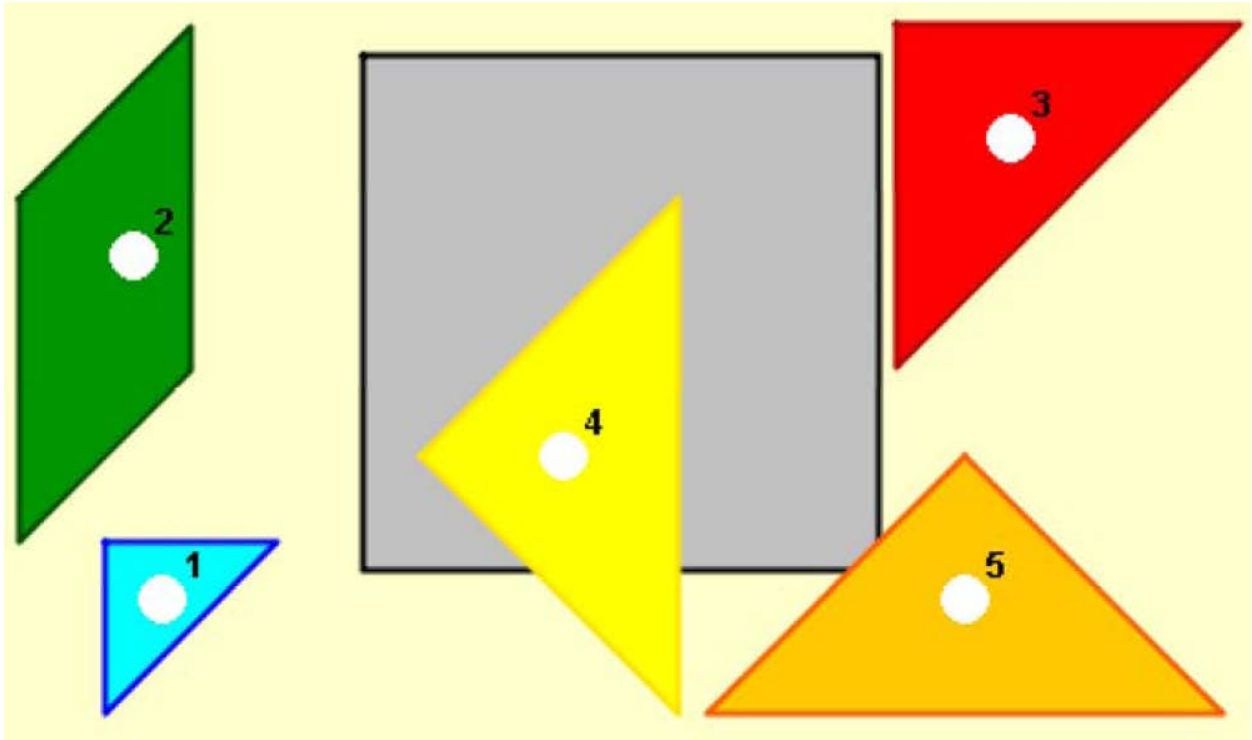
Para saber más

Resumen

Autoevaluación



## Antes de empezar

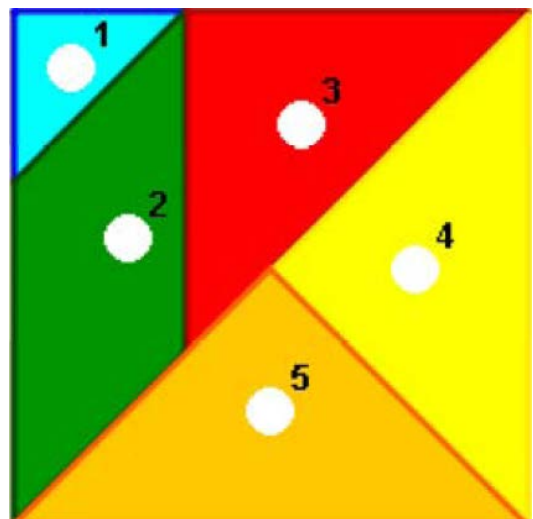


### Tangram de cinco piezas

Recorta las piezas superiores y sin mirar la solución, intenta construir un cuadrado con todas ellas. Después intenta construir otras figuras.

### Investiga

¿Qué otro tangram se basa en la división de un cuadrado? ¿Cuántas piezas tiene?



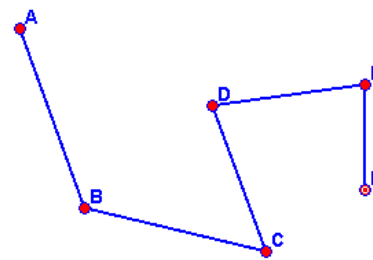
# Polígonos, perímetros y áreas

## 1. Líneas poligonales

### Definición y tipos. Polígonos

Una **línea poligonal** es un conjunto de **segmentos concatenados**, (cada uno empieza donde acaba el anterior), y pueden ser: **abiertas** o **cerradas**.

La **superficie** contenida por una **línea poligonal cerrada** se llama **polígono**.

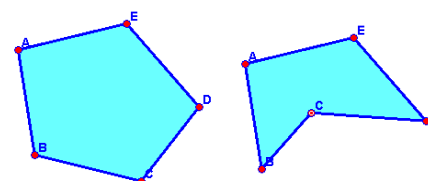


Línea poligonal abierta

Los polígonos pueden ser:

- **Convexos**: todos sus ángulos interiores son menores de  $180^\circ$ .
- **Cóncavos**: algunos de sus ángulos interiores son mayores de  $180^\circ$ .

Como podrás ver más adelante en este tema, también se clasifican en: **regulares** e **irregulares** y según su número de lados.



Polígono convexo

Polígono cóncavo

## 2. Triángulos

### Elementos y clasificación

Un **triángulo** es un polígono de tres lados. Sus elementos característicos son: lados, base, altura, vértices y ángulos.

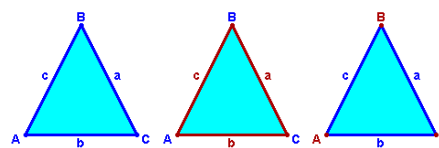
Los triángulos se pueden clasificar según sus ángulos en:

- **Acutángulos**: los tres ángulos agudos.
- **Rectángulos**: un ángulo recto y dos agudos.
- **Obtusángulos**: un ángulo obtuso y dos agudos.

Según sus lados se clasifican en:

- **Equiláteros**: los tres lados iguales.
- **Isósceles**: dos lados iguales y uno distinto.
- **Escalenos**: los tres lados distintos.

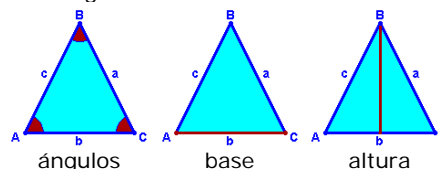
Un **triángulo** es un polígono de tres lados.



Triángulo

lados

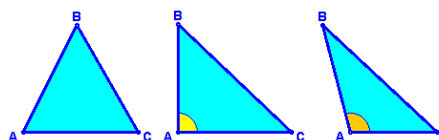
vértices



ángulos

base

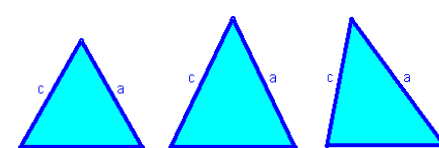
altura



Triángulo acutángulo

Triángulo rectángulo

Triángulo obtusángulo



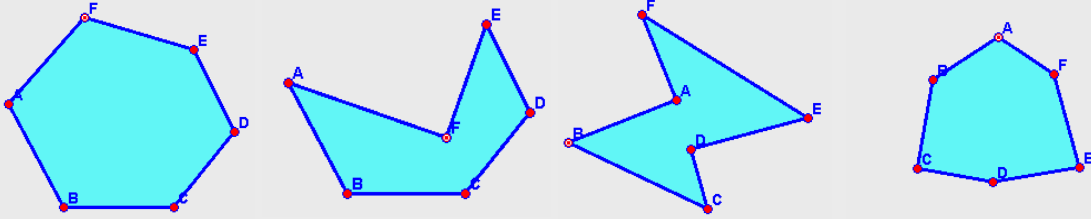
Triángulo equilátero

Triángulo isósceles

Triángulo escaleno

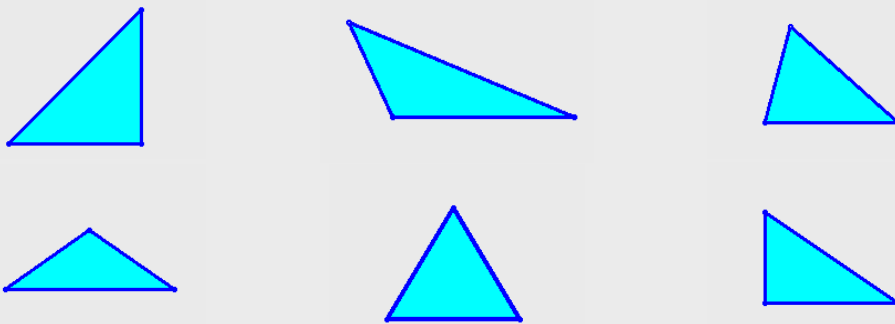
## EJERCICIOS resueltos

1. Indica si los siguientes polígonos son convexos o cóncavos:



- a) Convexo: todos sus ángulos interiores son menores de  $180^\circ$ .
- b) Cóncavo: el ángulo F es mayor de  $180^\circ$ .
- c) Cóncavo: los ángulos A y D son mayores de  $180^\circ$ .
- d) Convexo: todos sus ángulos interiores son menores de  $180^\circ$ .

2. Clasifica los siguientes triángulos según sus lados y según sus ángulos:



- a) Isósceles y rectángulo.
- b) Escaleno y obtusángulo.
- c) Escaleno y acutángulo.
- d) Isósceles y obtusángulo.
- e) Equilátero y acutángulo.
- f) Escaleno y rectángulo.

3. Completa la siguiente tabla indicando en las casillas en blanco SI o NO, según sea o no posible que un triángulo pueda, a la vez, de los tipos que indica la fila y la columna:

	Equilátero	Isósceles	Escaleno
Acutángulo			
Rectángulo			
Obtusángulo			

	Equilátero	Isósceles	Escaleno
Acutángulo	SI	SI	SI
Rectángulo	NO	SI	SI
Obtusángulo	NO	SI	SI

## Construcción de triángulos

Para construir un **triángulo** se deben dar uno de los tres casos siguientes:

- **Que conozcamos sus tres lados.**

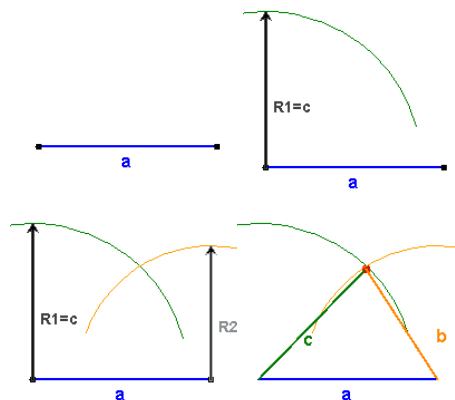
Se toma uno de los segmentos como base.

Con centro en uno de los extremos de este segmento, se traza un arco de radio la longitud de uno de los lados restantes.

Con centro en el otro extremo de la base se traza un arco de radio la longitud del tercer lado.

La intersección de los dos arcos es el tercer vértice del triángulo.

- ✓ Observa que para que se pueda construir el triángulo la suma de las longitudes de  $b$  y de  $c$  debe ser mayor que la longitud de  $a$ .



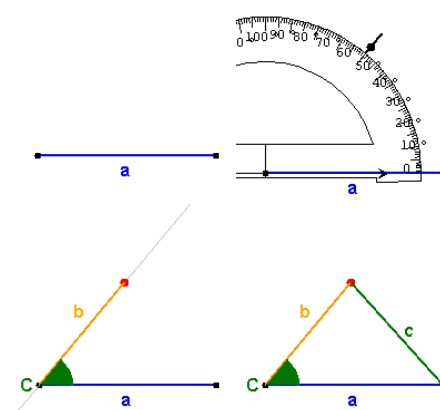
- **Que conozcamos dos lados y el ángulo comprendido.**

Se toma uno de los segmentos como base.

A partir de este lado y con vértice en uno de sus extremos, se mide un ángulo igual al conocido.

Se traza una recta que sea el otro lado del ángulo medido. Sobre esta recta, a partir del vértice del ángulo, se traza el segundo lado conocido.

Finalmente se unen con un segmento los dos vértices que faltan para determinar el triángulo.



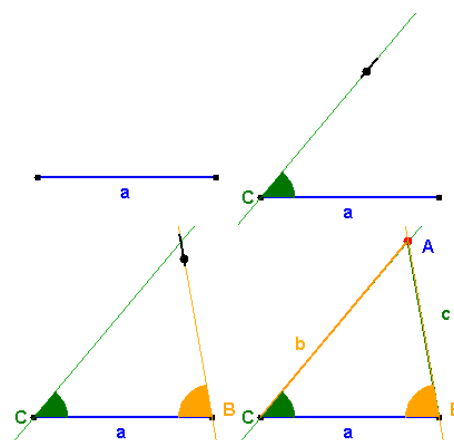
- **Que conozcamos dos ángulos y el lado común a ambos.**

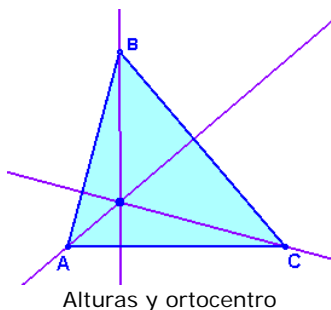
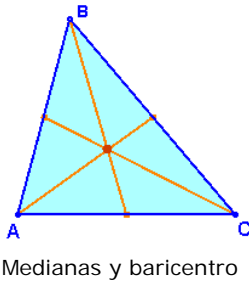
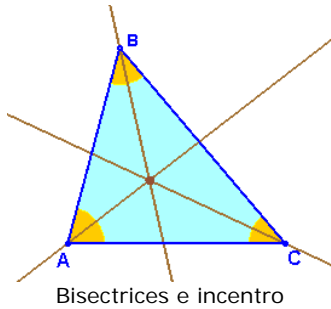
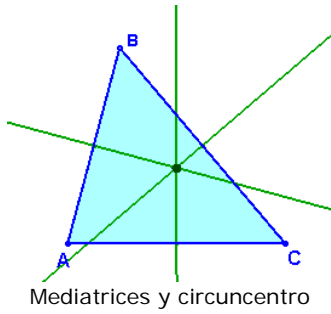
Se toma el segmento conocido como base.

Tomando este segmento como lado, a partir de uno de sus extremos se mide un ángulo igual a uno de los conocidos. Se traza una recta que forme con el segmento ese ángulo.

A partir del otro extremo, se mide un ángulo igual al otro que se conoce. Se traza una recta que forme con el segmento ese ángulo.

El punto de intersección de las dos rectas trazadas es el tercer vértice del triángulo.





## Rectas y puntos notables

En un **triángulo** se definen cuatro tipos de rectas denominadas, genéricamente, **rectas notables**. Esas rectas son:

- **Mediatrices:** rectas perpendiculares a cada uno de los lados por su punto medio.
- **Bisectrices:** rectas que dividen a cada uno de los ángulos en dos ángulos iguales.
- **Medianas:** son los segmentos que van de cada vértice al punto medio del lado opuesto.
- **Alturas:** rectas perpendiculares a cada uno de los lados que pasan por el vértice opuesto.

En un triángulo tendremos tres rectas de cada tipo.

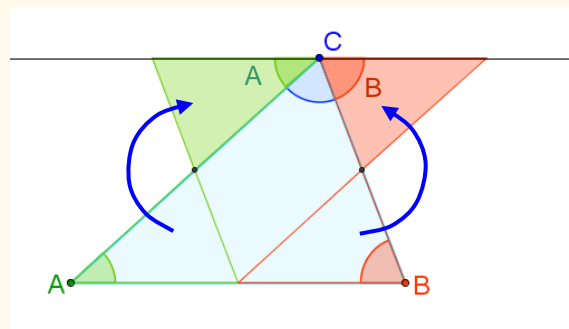
Los puntos de intersección de dichas rectas se denominan **puntos notables** y son:

- **Circuncentro:** punto de intersección de las tres mediatrices.
- **Incentro:** punto de intersección de las tres bisectrices.
- **Baricentro:** punto de intersección de las tres medianas.
- **Ortocentro:** punto de intersección de las tres alturas.

¿Cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo?

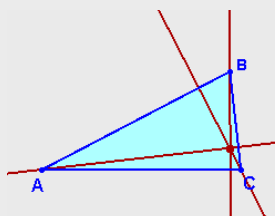
Como puedes apreciar en el dibujo

$$A + B + C = 180^\circ$$

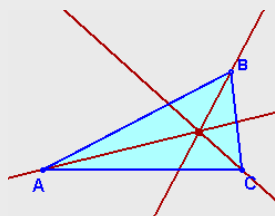


## EJERCICIOS resueltos

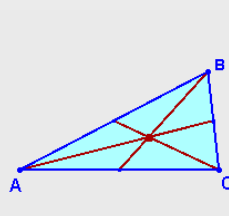
4. Indica las rectas notables y el punto que aparecen representados en cada gráfico:



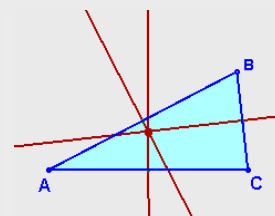
Alturas y ortocentro



Bisectrices e incentro

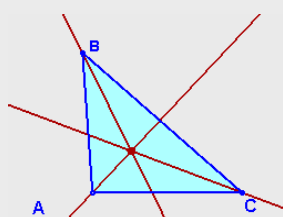


Medianas y baricentro

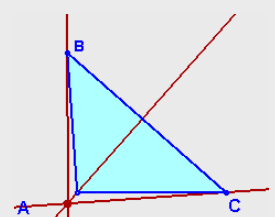


Mediatrices, circuncentro

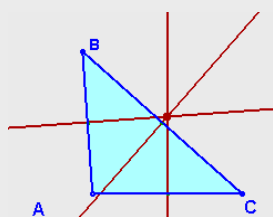
5. Indica las rectas notables y el punto que aparecen representados en cada gráfico:



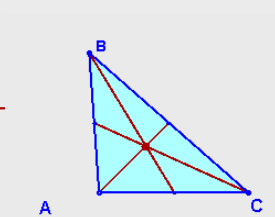
Bisectrices e incentro



Alturas y ortocentro



Mediatrices, circuncentro



Medianas y baricentro

6. Dibuja un triángulo cuyos lados midan 6, 7 y 8 centímetros. ¿Cómo es el triángulo según sus lados y según sus ángulos? Traza todas las rectas y puntos notables. ¿Dónde están situados los puntos notables?

El triángulo es escaleno porque los tres lados son distintos y acutángulo porque todos sus ángulos son agudos. Todos los puntos notables están en el interior.

7. Dibuja un triángulo cuyos lados midan 6, 8 y 10 centímetros. ¿Cómo es el triángulo según sus lados y según sus ángulos? Traza todas las rectas y puntos notables. ¿Dónde están situados los puntos notables?

El triángulo es escaleno porque los tres lados son distintos y rectángulo porque tiene un ángulo recto. El circuncentro coincide con el punto medio de la hipotenusa. El ortocentro coincide con el vértice del ángulo recto. El baricentro y el incentro están en el interior.

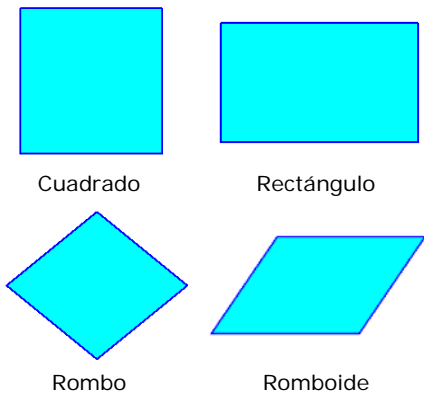
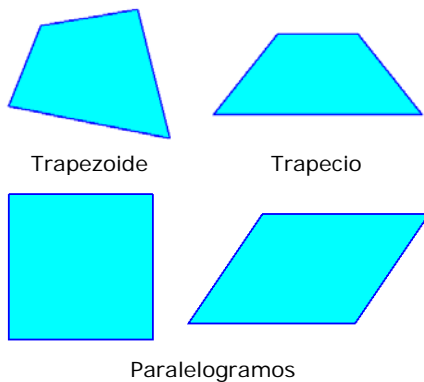
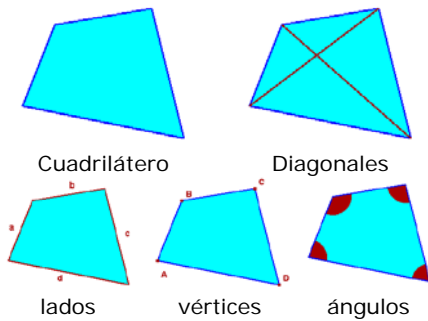
8. Dibuja un triángulo cuyos lados midan 6, 8 y 12 centímetros. ¿Cómo es el triángulo según sus lados y según sus ángulos? Traza todas las rectas y puntos notables. ¿Dónde están situados los puntos notables?

El triángulo es escaleno porque los tres lados son distintos y obtusángulo porque tiene un ángulo obtuso. El circuncentro y el ortocentro quedan fuera del triángulo. El baricentro y el incentro están en el interior.

9. Dibuja un triángulo cuyos lados midan 6, 6 y 6 centímetros. ¿Cómo es el triángulo según sus lados y según sus ángulos? Traza todas las rectas y puntos notables. ¿Qué ocurre con las rectas y los puntos notables?

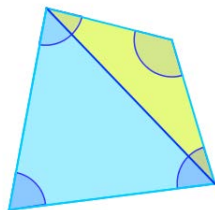
El triángulo es equilátero y acutángulo, todos los ángulos miden  $60^\circ$ . Las rectas y los puntos notables coinciden.





## ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un cuadrilátero?

La diagonal lo divide en dos triángulos, la suma de los ángulos del cuadrilátero es:



$$180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

## 3. Cuadriláteros

### Elementos y clasificación

Un **cuadrilátero** es un polígono de cuatro lados. Sus elementos característicos son: lados, vértices, ángulos y diagonales.

Los triángulos se pueden clasificar según el paralelismo entre sus lados en:

- **Trapezoides:** no tiene lados paralelos.
- **Trapecios:** tiene dos lados paralelos.
- **Paralelogramos:** los lados opuestos son paralelos.

Un **cuadrilátero** es un polígono de cuatro lados.

### Paralelogramos

Un **paralelogramo** es un cuadrilátero cuyos lados opuestos siempre son paralelos, tal como se mostraba en el apartado anterior.

Los paralelogramos se pueden clasificar atendiendo a sus ángulos y a sus lados en:

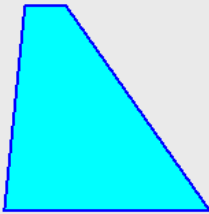
- **Cuadrados:** sus cuatro lados son iguales y sus cuatro ángulos también.
- **Rectángulos:** sus lados opuestos son iguales y sus cuatro ángulos son iguales.
- **Rombos:** sus cuatro lados son iguales y sus ángulos opuestos son iguales.
- **Romboides:** sus lados opuestos son iguales y sus ángulos opuestos son iguales.

Un **paralelogramo** es un cuadrilátero cuyos lados opuestos son paralelos.

## EJERCICIOS resueltos

10. Clasifica los siguientes cuadriláteros:

a)



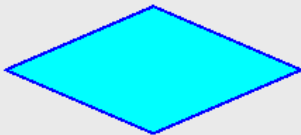
b)



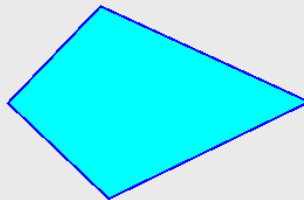
c)



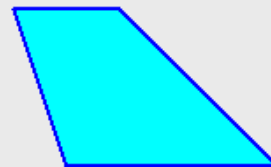
d)



e)



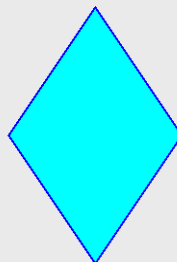
f)



g)



h)



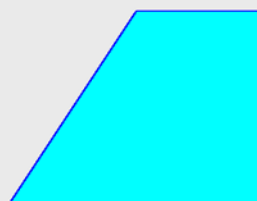
i)



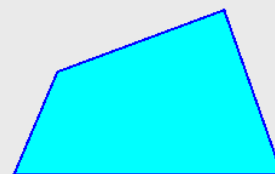
j)



k)



l)



a) Trapecio

b) Rectángulo

c) Romboide

d) Rombo

e) Trapezoide

f) Trapecio

g) Romboide

h) Rombo

i) Rectángulo

j) Cuadrado

k) Trapecio

l) Trapezoide

## 4. Polígonos regulares

### Elementos.

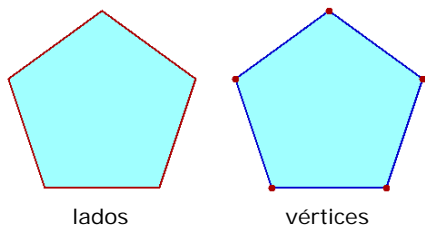
Un **polígono regular** es aquél cuyos lados tienen la misma longitud y cuyos ángulos son iguales

Sus elementos característicos son:

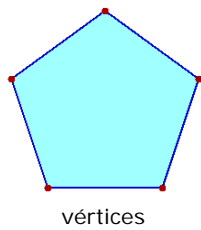
- **Lado:** cada uno de los segmentos de la línea poligonal cerrada.
- **Vértice:** cada uno de los puntos comunes a dos lados consecutivos.
- **Centro:** punto que equidista de todos los vértices.
- **Apotema:** segmento que une el centro del polígono con el punto medio de cada lado.
- **Radio:** segmento que une el centro del polígono con cada uno de los vértices.
- **Diagonal:** segmento cuyos extremos son dos vértices no consecutivos.
- **Ángulo interior:** cada uno de los ángulos formados por dos vértices no consecutivos.

Cada polígono regular recibe un nombre según su número de lados:

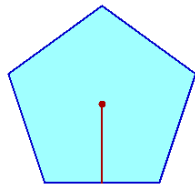
- De tres lados: triángulo equilátero.
- De cuatro lados: cuadrado.
- De cinco lados: pentágono.
- De seis lados: hexágono.
- De siete lados: heptágono.
- De ocho lados: octógono.
- De nueve lados: eneágono.
- De diez lados: decágono.
- De once lados: endecágono.
- De doce lados: dodecágono.
- De trece o más lados: no se le da ningún nombre, se habla de polígono regular de 13, 14, ..., lados.



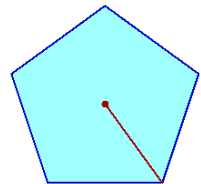
lados



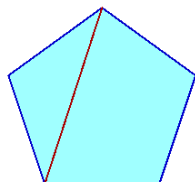
vértices



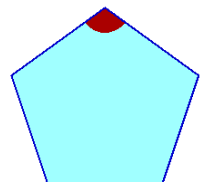
centro y apotema



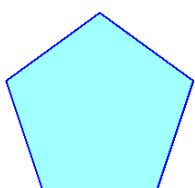
centro y radio



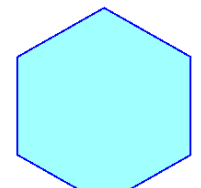
diagonal



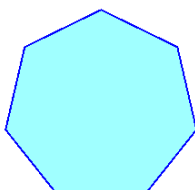
ángulo interior



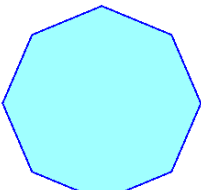
Pentágono



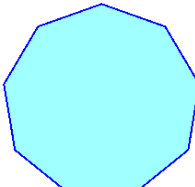
Hexágono



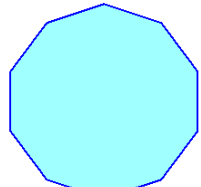
Heptágono



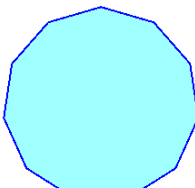
Octógono



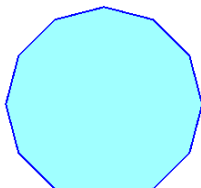
Eneágono



Decágono



Endecágono



Dodecágono

# Polígonos, perímetros y áreas

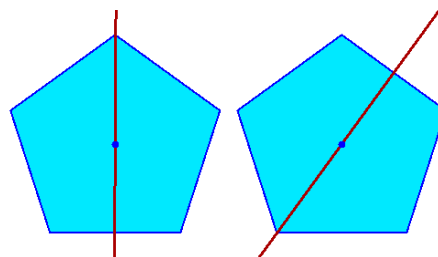
## Ejes de simetría

Una línea que cruza una figura geométrica es un **eje de simetría** si la divide en dos partes de manera que si doblamos por dicho eje una de esas partes se superpone coincidiendo totalmente con la otra.

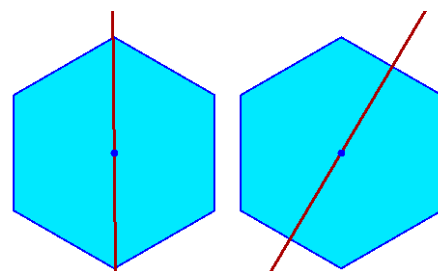
Observa las similitudes y diferencias, respecto a los ejes de simetría, que muestran los polígonos según tengan un **número par o impar de lados**.

Un eje de simetría de un polígono regular con un número impar de lados pasa por cada uno de los vértices y por el punto medio del vértice opuesto.

Un polígono regular con un número par de lados tiene dos tipos de ejes de simetría, uno une dos vértices opuestos y otro, une los puntos medios de dos lados opuestos.



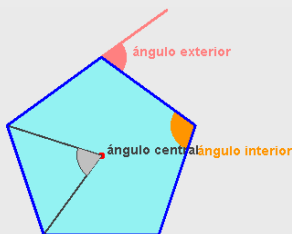
Eje de simetría de un pentágono



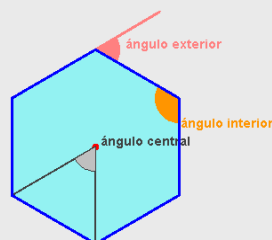
Ejes de simetría de un hexágono

## EJERCICIOS resueltos

11. Calcula el valor de los ángulos central, interior y exterior en un pentágono regular y en un exágono regular:

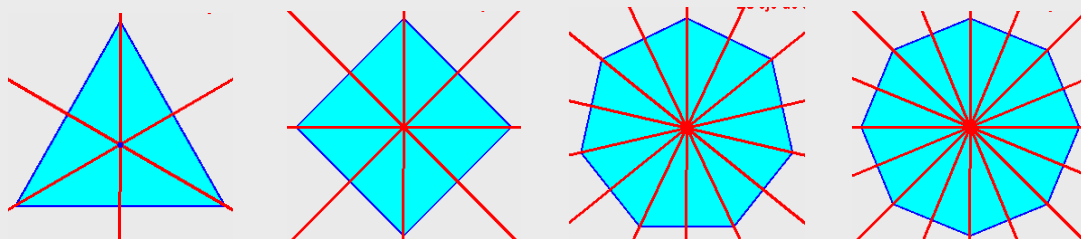


$$\begin{aligned}\text{Ángulo central: } & 360:5=72^\circ \\ \text{Ángulo interior: } & 180-72=108^\circ \\ \text{Ángulo exterior: } & 180-108=72^\circ\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\text{Ángulo central: } & 360:6=60^\circ \\ \text{Ángulo interior: } & 180-60=120^\circ \\ \text{Ángulo exterior: } & 180-120=60^\circ\end{aligned}$$

12. Dibuja los ejes de simetría en un triángulo equilátero, un cuadrado, un heptágono regular y un octógono regular:

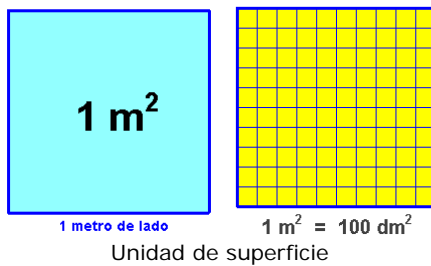
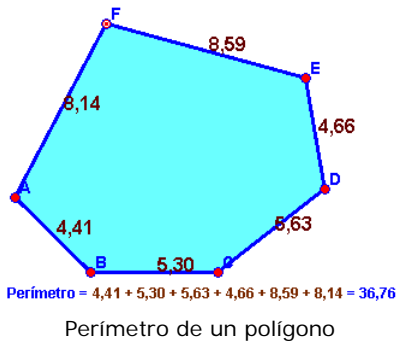


## 5. Perímetros y áreas

### Definición. Medir áreas.

El **perímetro** de una figura plana es la **suma de las longitudes de sus lados**.

El **área** de una figura corresponde a la **medida de la superficie que dicha figura ocupa**. El cálculo del área se realiza de forma **indirecta**, es decir, hay que recurrir a diferentes fórmulas matemáticas para conocerla, no podemos medirla como hacemos con las longitudes (con regla podemos "leer" directamente la longitud de un segmento).

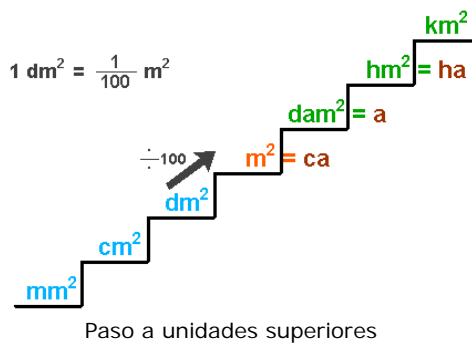


**Sumando las longitudes** de los lados de un polígono hallaremos su **perímetro**. El **área no puede medirse de forma directa**, hay que recurrir a fórmulas indirectas.

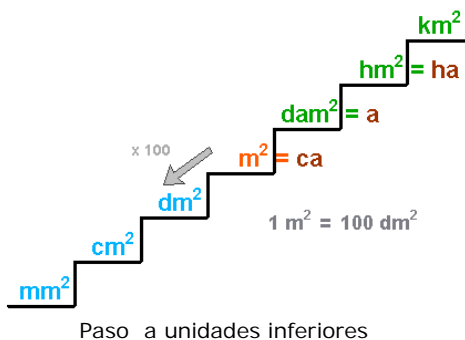
### Unidades de superficie

Para medir superficies se toma como unidad la superficie que corresponde a un cuadrado de un metro de lado. A esta unidad se le denomina **metro cuadrado** y se simboliza m<sup>2</sup>.

En el gráfico se puede ver que mientras que un metro es igual a diez decímetros, un metro cuadrado equivale a cien centímetros cuadrados. Las unidades de superficie varían de 100 en 100.



- Para pasar de una unidad a su inmediatamente posterior deberemos dividir por 100.
- Para pasar de una unidad a su inmediatamente anterior deberemos multiplicar por 100.

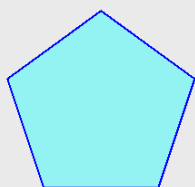


La unidad de superficie es el **metro cuadrado (m<sup>2</sup>)**.

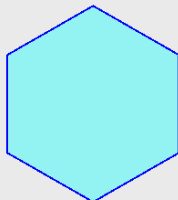
En la medida de la superficie de terrenos se suele utilizar como unidad el **área**, que equivale a un decámetro cuadrado o a cien metros cuadrados.

## EJERCICIOS resueltos

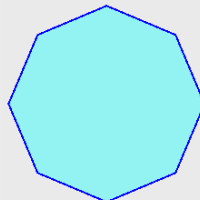
13. Calcula el área de los siguientes polígonos regulares expresando el resultado en decámetros, metros, decímetros, centímetros y milímetros:



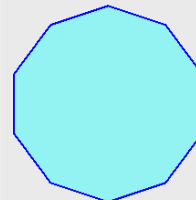
lado: 5 cm.



lado: 8 m.



lado: 2 dm.



lado: 4 mm.

- a) Perímetro del pentágono:  $0.025 \text{ dam} = 0.25 \text{ m} = 2.5 \text{ dm} = \mathbf{25 \text{ cm}} = 250 \text{ mm}$   
b) Perímetro del hexágono:  $4.8 \text{ dam} = \mathbf{48 \text{ m}} = 480 \text{ dm} = 4800 \text{ cm} = 48000 \text{ mm}$   
c) Perímetro del octógono:  $0.16 \text{ dam} = 1.6 \text{ m} = \mathbf{16 \text{ dm}} = 160 \text{ cm} = 1600 \text{ mm}$   
d) Perímetro del decágono:  $0.004 \text{ dam} = 0.04 \text{ m} = 0.4 \text{ dm} = 4 \text{ cm} = \mathbf{40 \text{ mm}}$

14. ¿Cuántos  $\text{cm}^2$  son  $40 \text{ m}^2$ ?

Para pasar de  $\text{m}^2$  a  $\text{cm}^2$  hay que bajar dos posiciones. Hay que multiplicar dos veces por 100. Equivale a multiplicar por 10000.

$$40 \text{ m}^2 = 40 \cdot 100 \cdot 100 = 40 \cdot 10000 = 400000 \text{ cm}^2.$$

15. ¿Cuántos  $\text{m}^2$  son  $500 \text{ mm}^2$ ?

Para pasar de  $\text{mm}^2$  a  $\text{m}^2$  hay que subir tres posiciones. Hay que dividir tres veces por 100. Equivale a dividir por 1000000.

$$500 \text{ mm}^2 = 500 : 100 : 100 : 100 = 500 : 1000000 = 0.0005 \text{ m}^2.$$

16. ¿Cuántos  $\text{dm}^2$  son  $7 \text{ km}^2$ ?

Para pasar de  $\text{km}^2$  a  $\text{dm}^2$  hay que bajar cuatro posiciones. Hay que multiplicar cuatro veces por 100. Equivale a multiplicar por 100000000.

$$7 \text{ km}^2 = 7 \cdot 100000000 = 700000000 \text{ dm}^2.$$

17. ¿Cuántos  $\text{hm}^2$  son  $24 \text{ dam}^2$ ?

Para pasar de  $\text{dam}^2$  a  $\text{hm}^2$  hay que subir una posición. Hay que dividir por 100.

$$24 \text{ dam}^2 = 24 : 100 = 0.24 \text{ hm}^2.$$

18. ¿Cuántos  $\text{mm}^2$  son  $0.125 \text{ hm}^2$ ?

Para pasar de  $\text{hm}^2$  a  $\text{mm}^2$  hay que bajar cinco posiciones. Hay que multiplicar cinco veces por 100. Equivale a multiplicar por 10000000000.

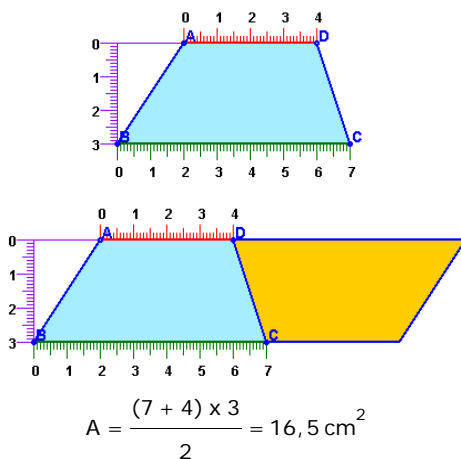
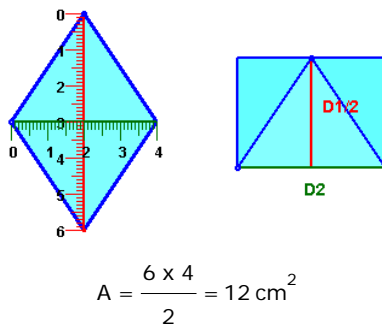
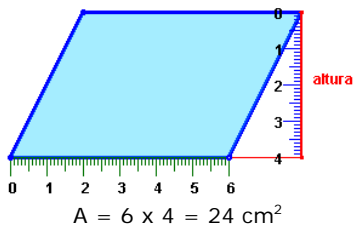
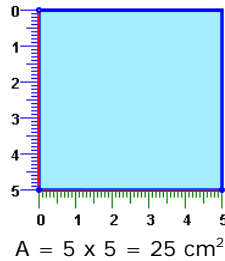
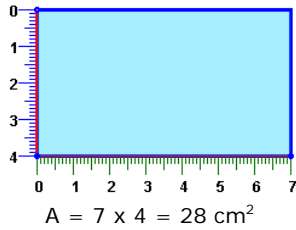
$$0.125 \text{ hm}^2 = 0.125 \cdot 10000000000 = 1250000000 \text{ mm}^2.$$

## 6. Áreas de polígonos

### Áreas de cuadriláteros

El cálculo del área de un cuadrilátero, en el caso de rectángulos, cuadrados y romboides, es muy sencilla.

El cálculo del **área de un rectángulo** es básico para entender el cálculo de áreas de otras figuras planas.



- **Área de un rectángulo.** Se obtiene multiplicando la base por la altura:  $A = \text{base} \times \text{altura}$ .

- **Área de un cuadrado.**  $A = \text{lado} \times \text{lado} = \text{lado}^2$ .

- **Área de un romboide.** Se obtiene a partir del área del rectángulo, multiplicando la base por la altura del romboide (no por el otro lado).

$$A = \text{base} \times \text{altura}$$

- **Área de un rombo.** A partir de un rombo se puede construir un rectángulo como se puede observar en el gráfico de la izquierda. La base coincide con una de las diagonales y la altura con la mitad de la otra:

$$A = \frac{\text{Diagonal mayor} \times \text{diagonal menor}}{2}$$

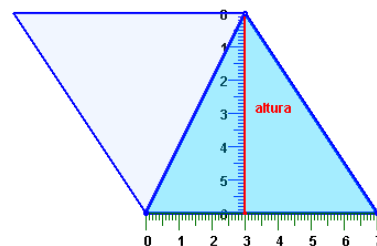
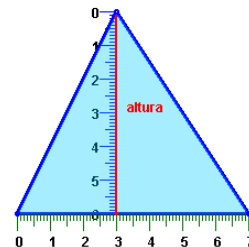
- **Área de un trapecio.** Si se coloca el mismo trapecio invertido como se muestra en la figura de la izquierda, se obtiene un romboide. El área de este romboide es el doble del área del trapecio. La base del romboide es la suma de las bases de los trapecios y la altura del romboide coincide con la altura del trapecio.

$$A = \frac{(\text{Base mayor} + \text{base menor}) \times \text{altura}}{2}$$

## Áreas de triángulos

Para entender cómo se calcula el área de un triángulo cualquiera, se coloca el triángulo invertido como se muestra en la figura de la derecha. Se obtiene un romboide de área doble del triángulo, la misma base y la misma altura.

El **área** de un triángulo es igual al producto de su base por su altura dividido entre dos.

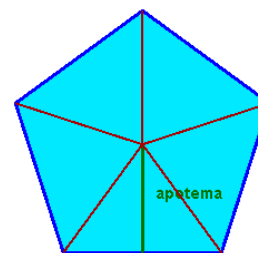


$$A = \frac{7 \times 6}{2} = 21 \text{ cm}^2$$

## Áreas de polígonos regulares

Para calcular el área de un polígono regular cualquiera se divide en triángulos uniendo el centro con cada uno de los vértices. La altura de cada uno de los triángulos coincide con la apotema del polígono. Se calcula el área de uno de estos triángulos y se multiplica por el número de triángulos que se han formado.

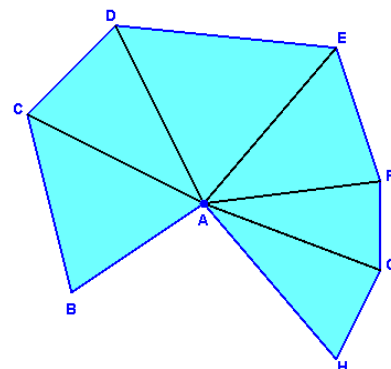
El **área** de un **polígono regular** es igual al producto de su **perímetro** por su **apotema** dividido entre dos.



$$A = n \times \frac{\text{lado} \times \text{apotema}}{2} = \frac{(n \times \text{lado}) \times \text{apotema}}{2}$$

## Áreas de polígonos irregulares

Para calcular el área de un polígono irregular cualquiera debemos basarnos en métodos indirectos. Estos métodos, básicamente, son tres: el llamado método de **triangulación**, el uso de una **trama cuadriculada** o, en algunos casos, **descomponer el polígono en cuadriláteros conocidos**.

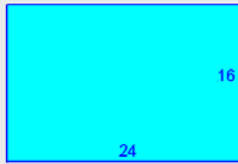


Triangulación de un polígono irregular



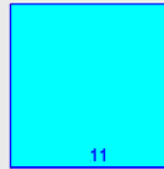
## EJERCICIOS resueltos

19. Calcular el área de los siguientes paralelogramos:



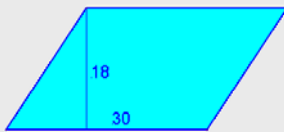
$$A = 24 \times 16$$

$$A = 384 \text{ cm}^2$$



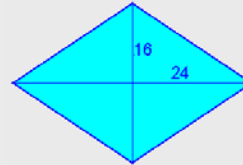
$$A = 11^2$$

$$A = 121 \text{ cm}^2$$



$$A = 30 \times 18$$

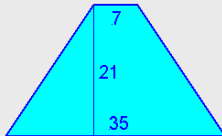
$$A = 540 \text{ cm}^2$$



$$A = \frac{24 \times 16}{2}$$

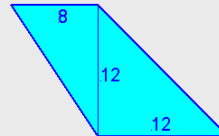
$$A = 192 \text{ cm}^2$$

20. Calcular el área de los siguientes cuadriláteros:



$$A = \frac{(35+7) \times 21}{2}$$

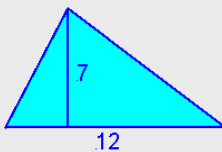
$$A = 441 \text{ cm}^2$$



$$A = \frac{(12+8) \times 12}{2}$$

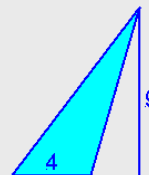
$$A = 120 \text{ cm}^2$$

21. Calcular el área de los siguientes triángulos:



$$A = \frac{12 \times 7}{2}$$

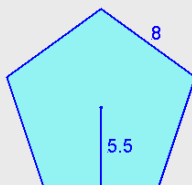
$$A = 42 \text{ cm}^2$$



$$A = \frac{4 \times 9}{2}$$

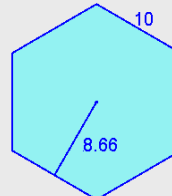
$$A = 18 \text{ cm}^2$$

22. Calcular el área de los siguientes polígonos regulares:



$$A = \frac{5 \times 8 \times 5.5}{2}$$

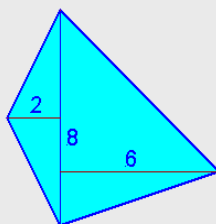
$$A = 110 \text{ cm}^2$$



$$A = \frac{6 \times 10 \times 8.66}{2}$$

$$A = 259.8 \text{ cm}^2$$

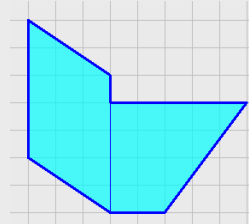
23. Calcular el área de los siguientes polígonos:



$$A_1 = \frac{8 \times 2}{2} = 8 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{8 \times 6}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

$$A = 8 + 24 = 32 \text{ cm}^2$$



$$A = 5 \times 3 = 15 \text{ cm}^2$$

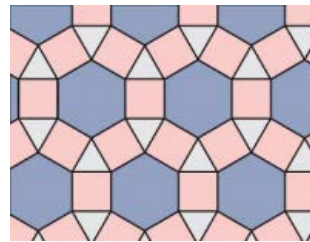
$$A = \frac{(5+2) \times 4}{2} = 14 \text{ cm}^2$$

$$A = 15 + 14 = 29 \text{ cm}^2$$



## Para practicar

1. Queremos enmarcar un cuadro cuyas dimensiones totales son 103 cm de base por 63 cm de alto. ¿Qué longitud deberá tener la moldura que debemos usar? Si la moldura cuesta a 7,2 euros el metro, calcula el precio de dicho marco.
2. En una ciudad hay un parque cuya forma es la de un pentágono irregular. Los lados miden respectivamente, 45, 39, 29, 17 y 39 metros. ¿Qué longitud tiene la valla que lo rodea?
3. En las fiestas de un pueblo han montado una carpa para las verbenas, cuya forma es la de un polígono regular de 11 lados. La carpa está rodeada por una guirnalda con bombillas que tiene una longitud total de 68 m. ¿Cuánto mide el lado de la carpa?
4. Se tiene que embaldosar el patio interior de un edificio con baldosas cuadradas de 30 cm de lado. El patio es rectangular y sus medidas son 10 m por 12 m. ¿Cuántas baldosas se necesitarán?
5. Una vela triangular de una barca se ha estropeado y hay que sustituirla por otra. Para confeccionar la nueva vela nos cobran 21 euros por  $m^2$ . ¿Cuánto costará esa nueva vela si debe tener 8 m de alto y 4 m de base?
6. Un rollo de tela de 2 m de ancho se ha usado para cortar 1050 pañuelos cuadrados de 20 cm de lado. ¿Qué longitud de tela había en el rollo si no ha faltado ni sobrado tela?
7. Hemos fabricado una cometa con forma de rombo, cuyas diagonales miden 393 cm y 205 cm respectivamente. Para ello se ha usado una lámina plástica rectangular cuya longitud y anchura son las de la cometa. Calcula el área de la cometa y la de la lámina.
8. Una empresa fabrica sombrillas para la playa. Para ello usa tela cortada en forma de polígono regular. Calcula la cantidad de tela que necesitará para fabricar 36 sombrillas de 10 lados si sabemos que el lado mide 173 cm y su apotema mide 266,21 cm.
9. Calcula el área de las coronas poligonales del mosaico representado (las formadas por cuadrados y triángulos que rodean a cada uno de los hexágonos). El lado del hexágono es igual al del dodecágono y mide 30 cm. La apotema del hexágono mide 25,98 cm. La apotema del dodecágono mide 55,98 cm.

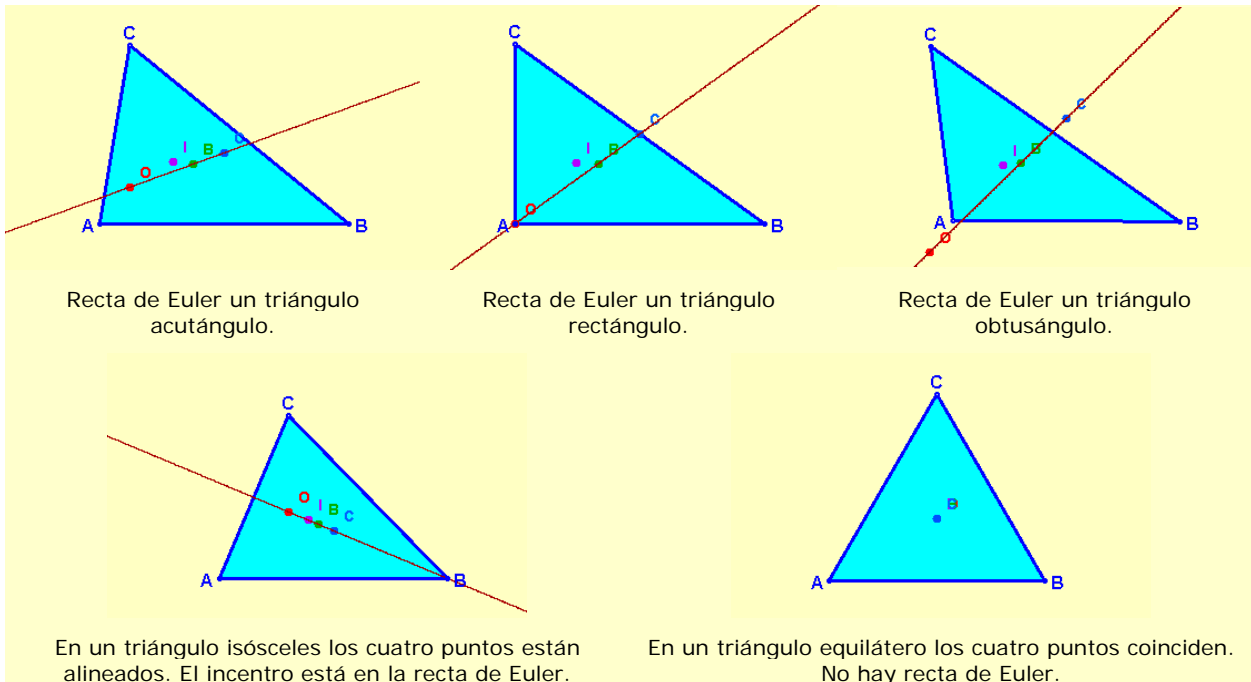


10. La torre de una antigua fortificación es de planta hexagonal. Se ha medido el área de la planta inferior obteniéndose un resultado de  $166,27 m^2$ . Si cada una de sus paredes mide 8 m de anchura, ¿cuánto mide la apotema de la planta de dicha torre?
11. a) ¿Cuántos  $dam^2$  son  $97 hm^2$ ?  
b) ¿Cuántos  $dm^2$  son  $172 dam^2$ ?  
c) ¿Cuántos  $cm^2$  son  $0.5 km^2$ ?  
d) ¿Cuántos  $dm^2$  son  $2 km^2$ ?  
e) ¿Cuántos  $mm^2$  son  $256 m^2$ ?
12. a) ¿Cuántos  $m^2$  son  $250000 mm^2$ ?  
b) ¿Cuántos  $dam^2$  son  $6 m^2$ ?  
c) ¿Cuántos  $hm^2$  son  $1423 mm^2$ ?  
d) ¿Cuántos  $km^2$  son  $8000 dm^2$ ?  
e) ¿Cuántos  $m^2$  son  $1500000 cm^2$ ?



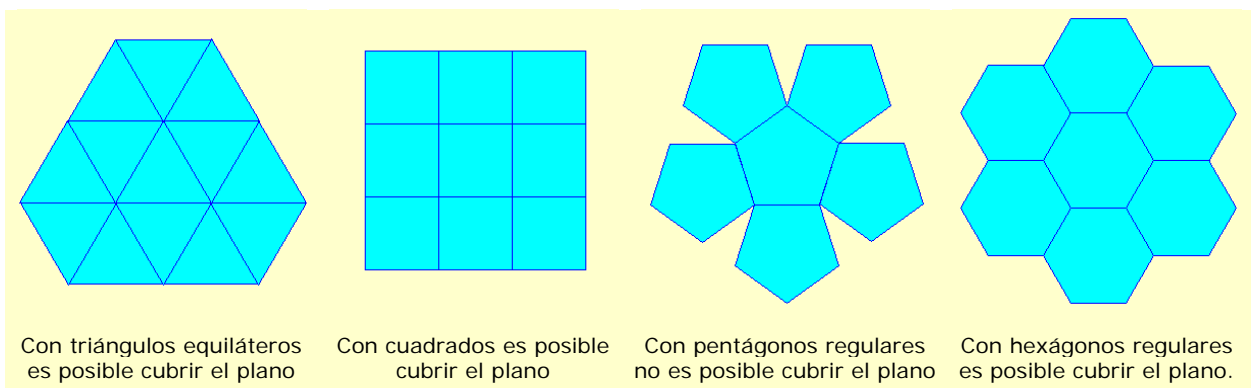
## La recta de Euler

Si representamos los cuatro puntos notables de un triángulo, tres de ellos siempre están alineados (circuncentro, baricentro y ortocentro). La recta que pasa por los cuatro puntos se denomina recta de Euler.



## Cubriendo el plano

En el arte, el diseño textil y las matemáticas, resulta muy interesante poder saber qué polígonos recubren totalmente al plano, sin dejar espacios vacíos ni superponerse entre ellos. En la siguiente escena puedes probar con algunos de ellos. ¿Cuáles te permiten recubrir totalmente el plano?



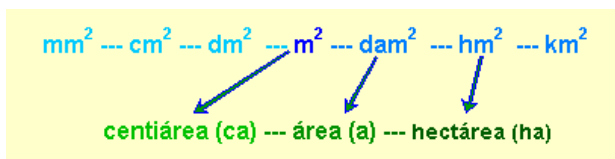
Con cualquier otro polígono regular no sería posible cubrir todo el plano, aunque sí sería posible, en algunos casos, utilizando polígonos distintos, por ejemplo, cuadrados y octógonos.

# Polígonos, perímetros y áreas



## Recuerda lo más importante

- Una **línea poligonal** es la que se obtiene al concatenar varios segmentos. Puede ser **abierta** o **cerrada**.
- Un **polígono** es la superficie interior de una línea poligonal cerrada. Pueden ser: **cóncavos** o **convexos** y **regulares** o **irregulares**.
- Los triángulos pueden clasificarse en: **acutángulos**, **rectángulos** y **obtusángulos**, según sus ángulos y en: **equiláteros**, **isósceles** y **escalenos**, según sus lados.
- Los **cuadriláteros** pueden ser: **paralelogramos**, **trapecios** y **trapezoides**, según tengan lados paralelos o no.
- Los paralelogramos se dividen en: **cuadrados**, **rectángulos**, **rombos** y **romboides**.
- La unidad de **área** es el **metro cuadrado (m<sup>2</sup>)**. Las unidades de área **varían de 100 en 100**.
- Para medir terrenos agrarios se suelen usar las llamadas **unidades agrarias**: **área (a)**, **hectárea (Ha)** y **centiárea (ca)**, que equivalen, respectivamente al **dam<sup>2</sup>**, al **Hm<sup>2</sup>** y al **m<sup>2</sup>**.



- El **cálculo de áreas** de triángulos, cuadrilátero y polígonos regulares se realiza mediante la aplicación de diferentes **fórmulas**.
- En el caso de polígonos irregulares se usan técnicas como: la **triangulación**, **cuadriculación** y **descomposición**.

$A = \frac{b \times h}{2}$

$A = l^2$

$A = b \times h$

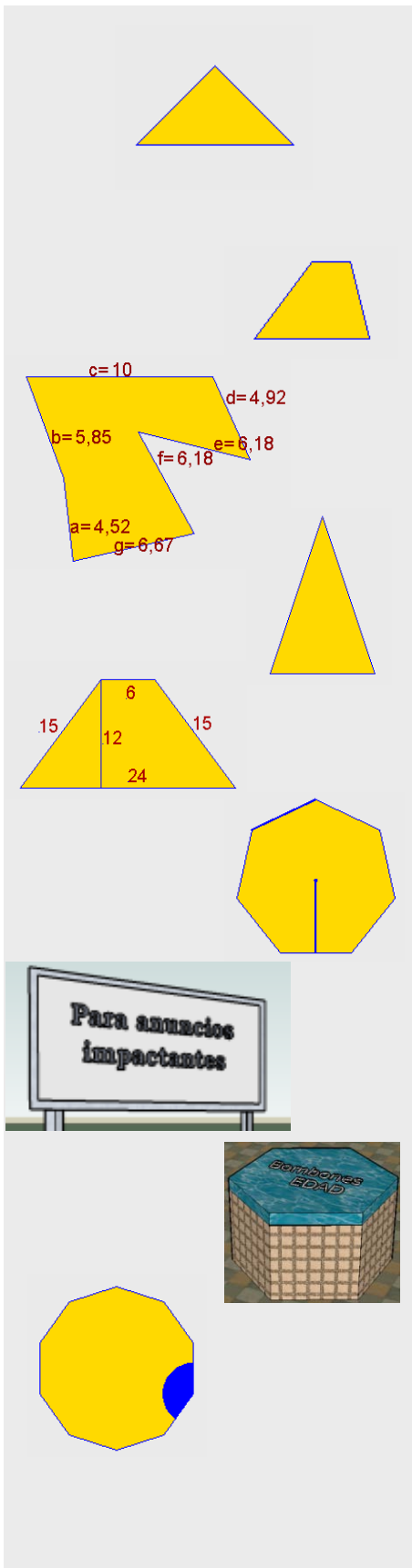
$A = b \times h$

$A = \frac{D \times d}{2}$

$A = \frac{(B+b) \times h}{2}$

$A = \frac{\text{perímetro} \times ap}{2}$

## Autoevaluación



1. Clasifica el siguiente triángulo según sus lados.
2. ¿Cómo se llama el punto en el que se cortan las medianas de un triángulo?
3. Clasifica el cuadrilátero.
4. Calcula el perímetro del polígono.
5. Calcula el área del triángulo sabiendo que la base mide 4 cm, los lados iguales miden 6,3 cm y la altura 6 cm.
6. Calcula el área del cuadrilátero.
7. Calcula el área de un heptágono sabiendo que el lado mide 8 cm. y la apotema 8,30 cm.
8. Una valla publicitaria mide 9 metros de base y su área es de  $27 \text{ m}^2$ . ¿Cuál es su altura?
9. Halla la apotema de la tapadera de una bombonera con forma de hexágono regular, cuya área es de  $314,86 \text{ cm}^2$  y su lado es de 11 cm.
10. Calcula la medida del ángulo interior de un decágono regular.

## Soluciones de los ejercicios para practicar

1. 23,97 euros
2. 169 metros
3. 6,18 metros
4. 1333 baldosas
5. 336 euros
6. 21 metros
7. 3,64 metros, 7,29 metros
8. 23,02 metros cuadrados
9. 7738,27 centímetros cuadrados
10. 6,92 metros
11. a) 9700 dam<sup>2</sup>  
b) 1720000 dm<sup>2</sup>  
c) 5000000000 cm<sup>2</sup>  
d) 200000000 dm<sup>2</sup>  
e) 256000000 mm<sup>2</sup>
12. a) 0,25 m<sup>2</sup>  
b) 0,06 dam<sup>2</sup>  
c) 0.0000001423 hm<sup>2</sup>  
d) 0,0008 km<sup>2</sup>  
e) 150 m<sup>2</sup>

## Soluciones AUTOEVALUACIÓN

1. Isósceles
2. Baricentro
3. Trapecio
4. 44,32 cm<sup>2</sup>
5. 12 cm<sup>2</sup>
6. 180 cm<sup>2</sup>
7. 232,4 cm<sup>2</sup>
8. 3 metros
9. 4,77 cm
10. 144°