

2**Múltiplos y divisores****Contenidos**

1. Múltiplos y divisores
Múltiplos de un número
La división exacta
Divisores de un número
Criterios de divisibilidad
Números primos
Números primos y compuestos
Obtención de números primos
Descomposición factorial
2. M.c.m. y m.c.d.
El mínimo común múltiplo
Obtención del m.c.m.
El máximo común divisor
Obtención del m.c.d.
3. Aplicaciones
Problemas de múltiplos y divisores

Objetivos

- Saber si un número es múltiplo de otro.
- Reconocer divisiones exactas.
- Hallar todos los divisores de un número.
- Reconocer los números primos.
- Descomponer un número en factores primos.
- Hallar el mínimo común múltiplo de varios números.
- Hallar el máximo común divisor de varios números.
- Resolver problemas sencillos aplicando estos conocimientos.

Antes de empezar

Observa detenidamente el baile de números que va apareciendo en la escena. Fíjate que puedes pulsar en **Inicio** y en **Parar/Animar** para ver mejor como van apareciendo los números y hacia donde se dirigen.

¿Qué normas te parece que siguen?

Una vez acabada esta investigación, pulsa para ir a la página siguiente

1. Múltiplos y divisores

1.a. Los múltiplos de un número

Lee el texto de pantalla. En la escena puedes ver los primeros múltiplos del número que tú elijas, escribiendo en su lugar (control) o utilizando los pulsadores para aumentar o disminuir.

EJERCICIO: Escribe los diez primeros múltiplos de los siguientes números.

Números	Múltiplos									
3										
5										
7										
9										
11										
13										

CONTESTA ESTAS CUESTIONES:

	RESPUESTAS
¿Qué número tiene sólo un múltiplo?	
Los demás números, distintos del anterior, ¿cuántos múltiplos tienen?	
¿Qué número es múltiplo de todos?	
¿De qué número son múltiplos todos los números?	

Pulsa en el botón para hacer un ejercicio.

Aparece un número y dos cuadros. Deberás separar los números que aparecen abajo según sean múltiplos o no del indicado. Fíjate que no estará acabado hasta que aparezca la palabra **CORRECTO**

Cuando acabes ... Pulsa para ir a la página siguiente.

1.b. La división exacta de números naturales

CONTESTA	RESPUESTA
¿Cuándo es exacta una división?	

A la derecha tienes una escena en la que puedes jugar a hacer divisiones y así comprobar si son exactas o no. Arrastra los números a su posición como si estuvieses escribiendo. Observa que aparece el mensaje que te dice si es exacta o no cuando la hagas correctamente. Pulsando en el botón **inicio** aparecerá otra nueva división para que sigas practicando.

Cuando acabes... Pulsa para ir a la página siguiente.

1.c. Los divisores de un número

Lee el texto de pantalla donde explica el concepto de divisor. Puedes utilizar la escena para ir viendo todos los divisores de los números que elijas, escribiéndolos o usando los pulsadores.

EJERCICIO: Escribe los divisores de los siguientes números.

Números	Divisores	Números	Divisores
5		30	
6		32	
18		39	
24		43	
25		150	

CONTESTA ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿De qué es recíproco "ser divisor"?	
¿Qué número tiene infinitos divisores?	
¿Hay algún n° que tenga menos de 2 divisores?	

Pulsa en el botón para hacer un ejercicio.

Aparece un número y dos cuadros en los que has de separar los números que aparecen abajo según sean divisores o no del indicado. Cuando acabes aparecerá la palabra **CORRECTO**

Pulsa en el botón para hacer otro ejercicio de cálculo de divisores.

Quando acabes... Pulsa para ir a la página siguiente.

1.d. Criterios de divisibilidad

Escribe en esta tabla los criterios de divisibilidad por los números que se indican:

Divisibilidad por...	Criterio...
2	
3	
5	
10	
11	

En la escena puedes ver ejemplos y algún otro criterio (concretamente de 4, 8 y 9).

EJERCICIO: Comprueba si los siguientes números son divisibles por los que se indica.

Números	2	3	4	5	6	8	9	10	11
84	SI								
91	NO								
111									
156									
209									
324									

Números	2	3	4	5	6	8	9	10	11
1524									
7890									
15246									
42823									
100101									
123456									

Pulsa en el botón



para hacer un ejercicio de cálculo de los divisores de un número.

EJERCICIOS

1. ¿Cuáles de los siguientes números son múltiplos de 6?
33, 54, 9, 88, 68, 6, 89, 53, 73, 77, 42, 3.
2. Busca los 9 divisores de 36.
3. ¿Cuáles de los siguientes números son divisores de 48?
4, 7, 6, 35, 10, 8, 24, 1, 3, 17, 21, 12.
4. El número 74652, es divisible por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11?

Pulsa para ir a la página siguiente.

2. Números primos

2.a. Números primos y compuestos, 0 y 1

Lee en la pantalla las explicaciones de este apartado sobre el concepto de número primo. Utiliza la escena para ver qué números son primos y cuáles no y el porqué en cada caso.

CONTESTA ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿Cuál es el número que sólo tiene un divisor?	
¿Cuántos divisores tiene el 0?	
¿Cuántos divisores tienen como máximo los números primos?	
¿Cuántos divisores tienen los números compuestos?	
O número 91, ¿es primo o compuesto? ¿Por qué?	

Pulsa en el botón



para hacer un ejercicio y comprobar si sabes diferenciar los números primos de los números compuestos.

 Cuando acabes aparecerá la palabra **CORRECTO**

Cuando hayas practicado suficientemente... Pulsa para ir a la página siguiente.

2.b. Obtención de los números primos

Observa a la derecha, en la escena, la Criba de Eratóstenes.

A su izquierda tienes la explicación de su funcionamiento. Si sigues las instrucciones al final te habrán quedado sólo los números primos menores que 51.

EJERCICIO: Escribe en estos círculos los 15 números primos que te quedaron en la criba.




Pulsa para ir a la página siguiente.

2.c. Descomposición factorial de un número


En esta página se explica el proceso para descomponer un número en factores primos. Lee detenidamente las explicaciones y observa cuantos ejemplos necesites en la escena de la derecha.

Escribe tú los números y fíjate como se hace la correspondiente descomposición.

Pulsa en el botón  para hacer un ejercicio de descomposición factorial.

Una vez acabes copia aquí el ejercicio que has hecho (repítelo con otro número):

Descomposición factorial del número _____		Descomposición factorial del número _____	
Tiene ____ factores		Tiene ____ factores	
=		=	

Quando hayas practicado suficientemente... Pulsa  para ir a la página siguiente.

EJERCICIOS

5. Indica si estos números son primos o compuestos.
76, 51, 23, 60, 72, 47, 36, 64, 21, 30, 53, 49.
6. Descomposición factorial del número 31164.

3. El m.c.m. y el m.c.d.

3.a. Mínimo común múltiplo de varios números

Lee en la pantalla la explicación.


En la escena puedes escribir dos números y ver la explicación de cuál es su m.c.m.

EJERCICIO 1: Completa en estos cuadros estos dos ejemplos.

Múltiplos de 12	Múltiplos de 30
Múltiplos de 18	Múltiplos de 50
Múltiplos comunes	Múltiplos comunes
m.c.m. (12, 18)	m.c.m. (30, 50)

EJERCICIO 2: Contesta.

¿Cuál es el mínimo común múltiplo de varios números?

Pulsa  para ir a la página siguiente.

3.b. Obtención del mínimo común múltiplo

Lee en la pantalla la explicación. Practica con la escena hasta entender bien el proceso que se sigue para obtener el mínimo común múltiplo de dos números.

CONTESTA ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿Qué es lo primero que hay que hacer?	
¿Qué factores hay que multiplicar después?	

EJERCICIO: Utiliza la escena y este cuadro para calcular el m.c.m. de 168 y 180.

Descomposiciones factoriales →	168	180
m.c.m. entre (168, 180) =		
= . . . =	168 =	180 =

Pulsa en el primer botón para practicar el cálculo del m.c.m. de dos números.

Pulsa en el segundo botón para practicar el cálculo del m.c.m. de tres números.

EJERCICIOS

7. Halla el mínimo común múltiplo de 6 y 8.
8. Halla el mínimo común múltiplo de 15, 9 y 10.

Cuando acabes... Pulsa para ir a la página siguiente.

3.c. Máximo común divisor de varios números

Lee en la pantalla la explicación.
En la escena puedes escribir dos números y ver la explicación de cuál es su m.c.d.

EJERCICIO 1: Completa en estos cuadros estos dos ejemplos.

<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td style="background-color: #f4a460;"> </td><td style="background-color: #f4a460;"> </td></tr> <tr><td style="text-align: center;">Divisores 54</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">Divisores de 60</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">Divisores comunes</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">m.c.d. (54, 60)</td><td></td></tr> </table>			Divisores 54		Divisores de 60		Divisores comunes		m.c.d. (54, 60)		<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td style="background-color: #f4a460;"> </td><td style="background-color: #f4a460;"> </td></tr> <tr><td style="text-align: center;">Divisores 36</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">Divisores de 48</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">Divisores comunes</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">m.c.d. (36, 48)</td><td></td></tr> </table>			Divisores 36		Divisores de 48		Divisores comunes		m.c.d. (36, 48)	
Divisores 54																					
Divisores de 60																					
Divisores comunes																					
m.c.d. (54, 60)																					
Divisores 36																					
Divisores de 48																					
Divisores comunes																					
m.c.d. (36, 48)																					

EJERCICIO 2: Contesta estas dos preguntas.

¿Cuál es el máximo común divisor de varios números?	
Si el máximo común divisor de dos números es 1. ¿cómo se dice que son esos dos números?	

Pulsa para ir a la página siguiente.

3.d. Obtención del máximo común divisor

Lee en la pantalla la explicación. Practica con la escena hasta entender bien el proceso que se sigue para obtener el máximo común divisor de dos números.

CONTESTA ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿Qué es lo primero que hay que hacer?	
¿Qué factores hay que multiplicar después?	

EJERCICIO: Escribe en la escena y en este cuadro los números 84 y 90 para calcular su m.c.d.

<p>Descomposiciones factoriales →</p> <p>m.c.d. entre (84, 90) =</p> <p>= · =</p>	<p>84</p> <p>84 =</p>	<p>90</p> <p>90 =</p>
--	--	--

Pulsa en botón para practicar el cálculo del m.c.d. de dos números.

EJERCICIOS

9. Halla el m.c.d. de 64 y 100.
10. Calcula el m.c.d. y el m.c.m. de 15 y 18, después multiplícalos. Efectúa también el producto 15·18, ¿qué observas?
11. Los números 8 y 21 no tienen divisores comunes, son primos entre si. ¿Cuál es su m.c.m.?
12. Busca los números primos entre sí cuyo producto sea 72.

Cuando acabes... Pulsa para ir a la página siguiente.

4. Aplicaciones

4.a. Problemas con múltiplos y divisores

A la izquierda aparecen tres botones que corresponden a tres problemas diferentes sobre múltiplos y divisores. A la derecha aparece el enunciado del primero. Complétalo y resuélvelo.

Ejemplo problema (Completa el enunciado y resuélvelo)

<p><i>Tengo una colección de ___ minerales, cada uno en una cajita cuadrada, todas iguales. Deseo poner esas cajitas en exposición de manera que formen un rectángulo completo. ¿De cuántas maneras lo puedo hacer?, ¿cuál es la disposición que más se parece a un cuadrado?</i></p>	
<p><u>Escribe los anchos y altos de esos rectángulos</u></p>	<p>¿Cuál es el más parecido a un cuadrado?</p>

Ejemplo problema 2

<i>Estas ruedas dentadas forman un engranaje. ¿Cuántos dientes de cada rueda deben pasar para que vuelvan a coincidir los puntos señalados en color rojo? ¿cuántas vueltas ha dado cada una de las ruedas?</i>	
Haz aquí el dibujo de las ruedas	¿Cuántos dientes de cada rueda deben pasar para que vuelvan a coincidir los puntos señalados en color rojo? ¿Cuántas vueltas ha dado cada una de las ruedas?

Ejemplo problema 3 (Completa el enunciado y resuélvelo)

<i>Tengo cuentas de colores para formar collares, hay ____ azules, ____ rojas y ____ blancas. Quiero montar collares lo más grandes que sea posible, cada collar con el mismo número de cuentas sin que sobren y sin mezclar colores. ¿Cuántas cuentas debo emplear en cada collar? ¿cuántos collares puedo hacer de cada color?</i>	
Operaciones:	Nº de collares azules: _____
Nº de cuentas de cada collar: _____	Nº de collares rojos: _____
	Nº de collares blancos: _____

Pulsa para ir a la página siguiente.



Recuerda lo más importante – RESUMEN

Los múltiplos de un número son:

Los divisores de un números son:

Los números primos son:

Escribe los números primos del 2 al 100:

Los números compuestos son:

Descomponer factorialmente un número es:

El m.c.d. de varios números es:

El m.c.m. de varios números es:

Pulsa para ir a la página siguiente.



Para practicar

Completa los enunciados con los datos que tiene cada ejercicio en la pantalla y después resuélvelo.

Es importante que primero lo resuelvas tú y después compruebes en el ordenador si lo has hecho bien.

¿Es múltiplo de...?

1. ¿Es ___ divisible por 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 41?

Aplica los criterios de divisibilidad o realiza la división para ver si el resto es 0.

2	3	4	5	6	7	8	9	41

2. ¿Es ___ múltiplo de 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 41?

2	3	4	5	6	7	8	9	41

Escribe múltiplos...

3. Escribe los 10 primeros múltiplos de ___.

4. Escribe los 10 primeros múltiplos de ___.

Calcula número de divisores

5. La descomposición en factores primos de ___ es _____. ¿Cuántos divisores tiene?

Para saberlo descomponemos en factores primos, aumentamos en una unidad cada uno de los exponentes. El producto de esos exponentes aumentados es el número de divisores.

6. ¿Cuántos divisores tiene el número ___?

Halla los divisores de...

7. Halla los divisores de _____.

Escribe su factorización: _____ = _____

8. Halla los divisores de ____.

¿Es primo?

9. Decide razonadamente si ____ es primo o no.

Los posibles primos que pueden dividir a ____ son los menores que $\sqrt{\text{____}}$: _____

10. Decide razonadamente si ____ es primo o no.

Halla el m.c.m.

11. Halla el mínimo común múltiplo de:

- a)
- b)

- a)
- b)

Halla el m.c.d.

12. Halla el máximo común divisor de:

- a)
- b)

- a)
- b)

¿M.c.d. o m.c.m.? (Pulsa repetidamente en "OTRO EJERCICIO" hasta que aparezca un enunciado de cada tipo como los que se proponen a continuación).

13. Ana viene a la biblioteca del instituto, abierta todos los días, incluso festivos, cada __ días y Juan, cada __ días. Si coincidieron hoy. ¿Dentro de cuántos días volverán a coincidir?

14. María y Jorge tienen __ bolas blancas, __ azules y __ rojas y quieren hacer el mayor número posible de hileras iguales. ¿Cuántas hileras pueden hacer?

15. Un ebanista quiere cortar un panel de __ dm de largo y __ de ancho, en cuadrados lo más grandes posible y cuyo lado sea un número entero de decímetros. ¿Cuál debe ser la longitud del lado?

16. La alarma de un reloj suena cada __ minutos, otro cada __ minutos y un tercero cada __ minutos. Si acaban de coincidir los tres dando la señal. ¿Cuánto tiempo pasará para que los tres vuelvan a coincidir?



Juega con algún compañero o compañera al juego de los múltiplos y divisores.

Autoevaluación



Completa aquí cada uno de los enunciados que van apareciendo en el ordenador y resuélvelo. Después introduce el resultado para comprobar si la solución es correcta.

1 Escribe tres múltiplos de ____.

2 Escribe divisores de ____.

3 Indica si cada una de estas divisiones es exactas o no con números naturales:

a) ____ : ____
b) ____ : ____

4 Basándote en los criterios de divisibilidad indica si el número _____ es o no múltiplo de los indicados:

a) de 2: b) de 3:
b) de 5: d) de 11:

5 Indica si estos números son primos o compuestos.

a) ____ b) ____ c) ____

6 ¿En qué cifras pueden terminar los números primos a partir de 5?

7 Descompón factorialmente el número ____.

8 Calcula el m.c.m.(_____)

9 Indica si los números ____ y ____ son primos entre sí.

10 Calcula el m.c.d.(____ , ____)