2

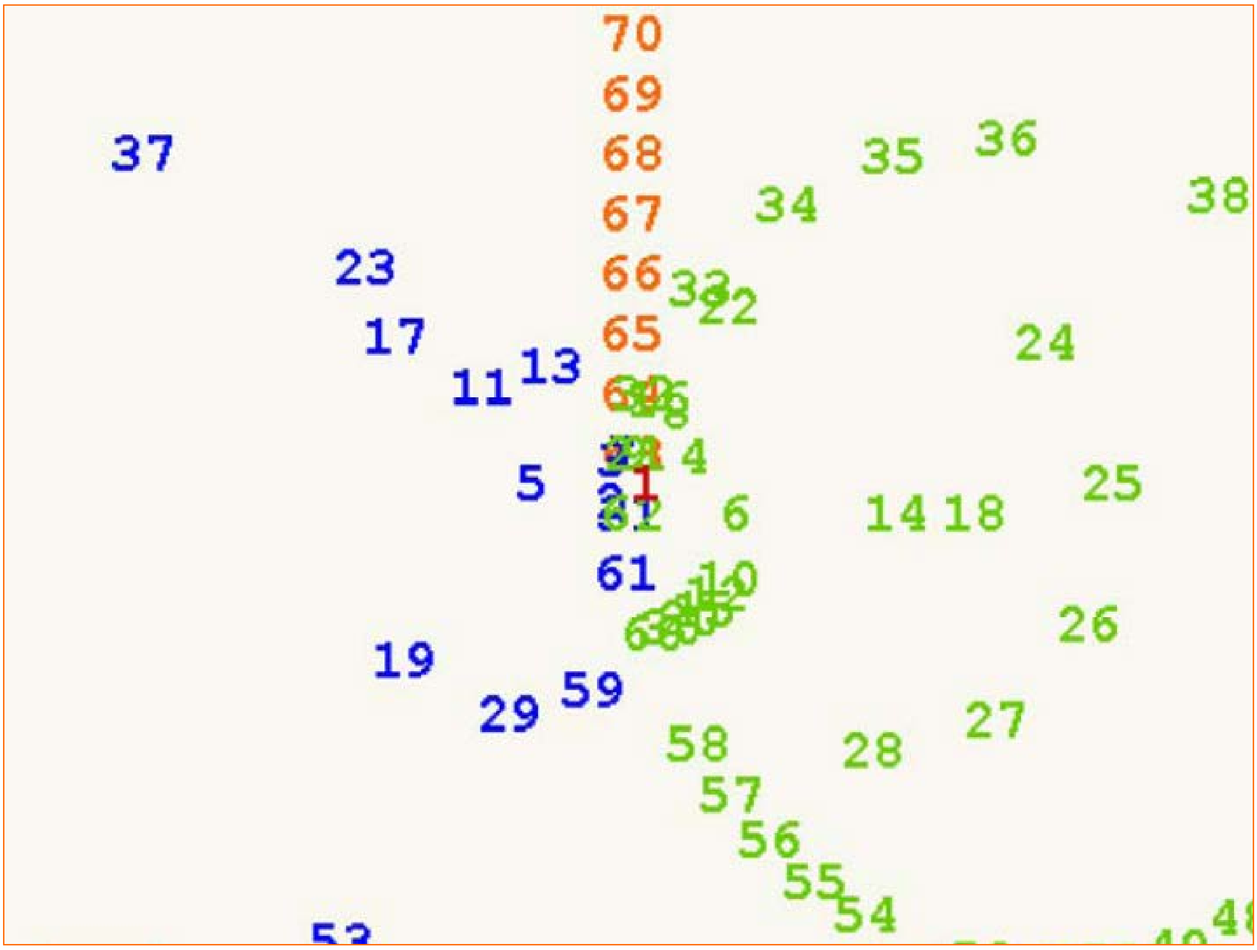
Múltiplos e divisores

Obxectivos

Nesta quincena aprenderás a:

- Saber se un número é múltiplo doutro.
- Recoñecer as divisións exactas.
- Achar todos os divisores dun número.
- Recoñecer os números primos.
- Descompor un número nos seus factores primos.
- Achar o mínimo común múltiplo de varios números.
- Achar o máximo común divisor de varios números.
- Resolver problemas sinxelos aplicando estes coñecementos.

Antes de empezar



Esta fervenza de números transfórmase despois nun baile. Os números que baixan, ao chegar ao centro comezan un movemento circular, cada número segundo o seu valor, de maneira que, ao completar un ciclo, un número encóntrase cun múltiplo seu. Segundo iso podemos distinguir catro clases de números:

- O número 0, que segue o seu camiño recto, alleo a todo, e desaparece.
- O número 1, que bate sobre cada número dos que baixan.
- Os números que ao chegar ao centro coinciden só co número 1. Fan os seus ciclos pola esquerda. Son os números primos.
- Os números que, ao chegar ao centro coinciden con algún outro número ademais do 1, fan os seus ciclos pola dereita. Son os números compostos.

1. Múltiplos e divisores

Os múltiplos dun número

Os múltiplos dun número natural son os números naturais que resultan de multiplicar ese número por outros números naturais.

Dicimos que un número é **múltiplo** doutro se o contén un número enteiro de veces.

- O número 0 soamente ten un múltiplo, que é o 0. Os demais números naturais teñen infinito número de múltiplos.
- O número 0 é múltiplo de todos os números.
- Todos os números son múltiplos de 1.

Os 50 primeiros múltiplos de 7:

0	7	14	21	28
35	42	49	56	63
70	77	84	91	98
105	112	119	126	133
140	147	154	161	168
175	182	189	196	203
210	217	224	231	238
245	252	259	266	273
280	287	294	301	308
315	322	329	336	343

A división exacta de números naturais

Ao dividir dous números naturais pode ocorrer que o seu resto sexa 0, iso é porque o dividendo é **múltiplo** do divisor, dicimos que é unha división exacta.

Se o resto é outro número maior que 0 a división non é exacta. O dividendo non é múltiplo do divisor. División exacta é a que ten de resto 0.

$$\begin{array}{r|l} 42 & 7 \\ \hline 0 & 6 \end{array}$$

División exacta, 42 é múltiplo de 7

A división non é exacta, 39 non é múltiplo de 8

$$\begin{array}{r|l} 39 & 8 \\ \hline 7 & 4 \end{array}$$

Os divisores dun número

Os divisores dun número natural son os números naturais que o poden dividir, resultando de cociente outro número natural e de resto 0.

Ser divisor é o recíproco de ser múltiplo. Se 9 é múltiplo de 3, entón 3 é divisor de 9.

Un número a é **divisor** dun número b se a división de b entre a, é exacta.

Cada número ten unha cantidade concreta de divisores. Á dereita podes ver algúns exemplos.

- Soamente o 0 ten infinito número de divisores, xa que todos os números son divisores de 0. O número 1 ten só un divisor. O 0 e o 1 son números especiais.

Os divisores de **60** son:

1	2	3	4
5	6	10	12
15	20	30	60

ten 12 divisores

Os divisores de **24** son:

1	2	3	4
6	8	12	24

ten 8 divisores

Os divisores de **73** son:

1 73

Só ten 2 divisores, o 1 e el mesmo

O número **1650**

- Acaba en 0, é múltiplo de **2**
- As súas cifras suman 1+6+5+0=12, é múltiplo de **3**
- Acaba en 0, é múltiplo de **5**
- Tamén é múltiplo de **10**
- 1+5=6, 6+0=6, 6-6=0 é múltiplo de **11**

O número **49275**

- 4+9+2+7+5=27, é múltiplo de **3** e tamén de **9**.
- Acaba en 5, é múltiplo de **5**

Criterios de divisibilidade

Podemos saber facilmente se un número é divisible por outro sen necesidade de facer a división, observando estas características:

- Os múltiplos de 2 terminan en 0, 2, 4, 6, 8.
- Nos múltiplos de 3 se sumamos o valor individual das súas cifras resulta tamén un múltiplo de 3.
- Os múltiplos de 5 terminan en 0 ou 5.
- Nos múltiplos de 9 se sumamos o valor individual das súas cifras resulta tamén un múltiplo de 9.
- Os múltiplos de 10 terminan en 0.
- Nos múltiplos de 11 se sumamos os valores individuais das cifras que están en posicións par, aparte sumamos os valores individuais das cifras que están en posicións impar, restamos esas cantidades dános un múltiplo de 11, o 0 tamén o é.

EXERCICIOS resoltos

1. Cales dos seguintes números son múltiplos de 6?

33, 54, 9, 88, 68, 6, 89, 53, 73, 77, 42, 3.

Solución: Son múltiplos 54, 6 e 42.

Non son múltiplos 33, 9, 88, 68, 89, 53, 73, 77, e 3.

2. Busca os 9 divisores de 36.

Solución: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 e 36.

3. Cales dos seguintes números son divisores de 48?

4, 7, 6, 35, 10, 8, 24, 1, 3, 17, 21, 12.

Solución: Son divisores 4, 6, 8, 24, 1, 3, 12.

Non son divisores 7, 35, 10, 17, 21.

4. O número 74652, é divisible por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11?

Solución É divisible por 2, 3, 4, e 6.

Non é divisible por 5, 8, 9, 10 e 11.

2. Números primos e compostos

Números primos e números compostos

Ao comprobar cantos divisores teñen os números observamos que:

O 1 é o único número que só ten un divisor, por iso é un número especial. O 0 ten infinito número de divisores, xa que todos os números son divisores de 0, tamén é un número especial. Cos demais números poden ocorrer dous casos que teñan só 2 divisores, o 1 e o mesmo número, ou que teñan máis.

- Os números **primos** son os que teñen dous divisores, que son o 1 e o mesmo número primo.
- Os números **compostos** son os que teñen máis de dous divisores, son os máis frecuentes.

601 é un nº primo.

602 é un nº composto, pódese vivir por 2.

603 é un nº composto, pódese dividir por 3.

604 é un nº composto, pódese dividir por 2.

605 é un nº composto, pódese dividir por 5.

606 é un nº composto, pódese dividir por 2 e por 3.

607 é un nº primo.

608 é un nº composto, pódese dividir por 2.

609 é un nº composto, pódese dividir por 3.

610 é un nº composto, pódese dividir por 2, 5 e 10.

611 é un nº composto, pódese dividir por 13.

Obtención de números primos

Non existe un método directo para obter sistematicamente todos os números primos.

Para poder afirmar que un número é primo debemos comprobar que ese número non é múltiplo dos primos menores ca el, bástanos comprobalo cos menores ca súa raíz cadrada.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

A Criba de Eratóstenes é un procedemento para obter os primeiros números primos.
Colócanse nun cadro os números naturais a partir do número 2.

a) Comezamos polo número 2, deixámolo, pero a partir del contamos de 2 en 2 e riscamos os números que sexan múltiplos de 2.

b) O primeiro número dos que quedan é o 3, deixámolo e dende o número 3 eliminamos, contando de 3 en 3, os números que sexan múltiplos de 3.

c) O seguinte número dos que quedan é o 5, deixámolo e dende o número 5 eliminamos os números que sexan múltiplos de 5.

d) Así imos avanzando, cando chegamos a un número que non se eliminou deixámolo, pero a partir del eliminamos os números que sexan os seus múltiplos. Así ata o final. Quedaron soamente números primos.

No recadro podes ver os números primos menores que 100.

Descomposición factorial de **220**

220 é divisible por 2
220:2 = 110 $220=2\cdot110$

110 é divisible por 2
110:2 = 55 $220=2\cdot2\cdot55$

55 é divisible por 5
55:5=11 $220=2\cdot2\cdot5\cdot11$

11 é divisible por 11
11:11=1 $\mathbf{220=2\cdot2\cdot5\cdot11\cdot1}$

Dispense así:

$$\begin{array}{rr|l} & 220 & 2 \\ 220:2 \rightarrow & 110 & 2 \\ 110:2 \rightarrow & 55 & 5 \\ 55:5 \rightarrow & 11 & 11 \\ 11:11 \rightarrow & 1 & \end{array}$$

$$\mathbf{220=2^2\cdot5\cdot11}$$

Descomposición factorial dun número

Descompor un número en factores é polo coma produto de factores primos. Procédese da maneira seguinte:

- Dividimos o número polo primeiro número primo que poidamos.
- O cociente resultante colocámolo debaixo do número.
- Se podemos seguimos dividindo sucesivamente ese cociente polo mesmo número primo.
- Cando non poidamos facer a división por ese número primo facémola polo seguinte primo que se poida.
- Así sucesivamente ata que o cociente final sexa 1.
- Finalmente pomos ese número coma un produto de potencias de factores primos.

EXERCICIOS resoltos

5. Indica se estes números son primos ou compostos.

76, 51, 23, 60, 72, 47, 36, 64, 21, 30, 53, 49.

Solución: Son primos 23, 47 e 53.

Son compostos 76, 51, 60, 72, 36, 64, 21, 30 e 49.

6. Descomposición factorial do número 31164.

Solución: $31164 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 53$.

7. Acha o mínimo común múltiplo de 6 e 8.

Descompostos en factores son: $6 = 2 \cdot 3$

$8 = 2^3$

Solución: m.c.m.(6, 8)= 24

8. Acha o mínimo común múltiplo de 15, 9 e 10.

Descompostos en factores son: $15 = 3 \cdot 5$

$9 = 3^2$

$10 = 2 \cdot 5$

Solución: m.c.m.(15, 9, 10)= $2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$

3. Mínimo común múltiplo e máximo común divisor

Mínimo común múltiplo

O mínimo común múltiplo de varios números, a, b, c, etc., é o número máis pequeno que é múltiplo de todos eses números, sen considerar o 0.

Escríbese m.c.m. (a, b, c, ...)

- EXEMPLO: m.c.m. de 12 e 30

Múltiplos de 12 → 12, 24, 36, 48, **60**, 72, 96, 108, 120, ...
Múltiplos de 30 → 30, **60**, 90, 120, 150, 180, 210, ...

Hai moitos máis números que son á vez múltiplos de 12 e de 30, pero o menor de todos é 60.

m.c.m (12,30)= **60**

Máximo común divisor

O máximo común divisor de varios números a, b, c, etc., é o número máis grande que é divisor de todos eses números.

Escríbese m.c.d. (a, b, c, ...)

- EXEMPLO: m.c.d. de 12 e 30

Divisores de 12 → 1, 2, 3, 4, **6**, 12
Divisores de 30 → 1, 2, 3, 5, **6**, 10, 15, 30

1, 2, 3 e 6 son divisores de 12 e de 30, o maior é o 6.

m.c.d (12,30)= **6**

Calcular o m.c.m e o m.c.d.

Comezamos por descompor os números en factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$12=2^2\cdot3$ $\qquad$ $30=2\cdot3\cdot5$

m.c.m (12,30) = $2^2\cdot3\cdot5$ = 60

m.c.d (12,30) = $2\cdot3$ = 6

- O **mínimo común múltiplo** de varios números é o produto dos factores **comúns e non comúns** elevados o seu **maior** expoñente.
- O **máximo común divisor** de varios números é o produto dos **factores comúns** elevados ao expoñente **menor**.

Os números que non teñen divisores comúns (agás o 1), chámanse "primos entre si". Por exemplo o 72 e o 55, o 8 e o 9, o 15 e o 16.

EXERCICIOS resoltos

9. Acha o m.c.d. de 64 e 100

Descompostos en factores son: $64 = 2^6$
$100 = 2^2 \cdot 5^2$

Solución m.c.d.(64, 100) = 2^2 = 4

10. Calcula o m.c.d. e o m.c.m. de 15 e 18, despois multiplícaos. Efectúa tamén o produto 15·18, que observas?

Solución: m.c.d.(15, 18)=3
m.c.m.(15, 18)=90
O seu produto = 18 · 15 = 270
O produto do seu m.c.d. polo seu m.c.m. = 3 · 90 = 270

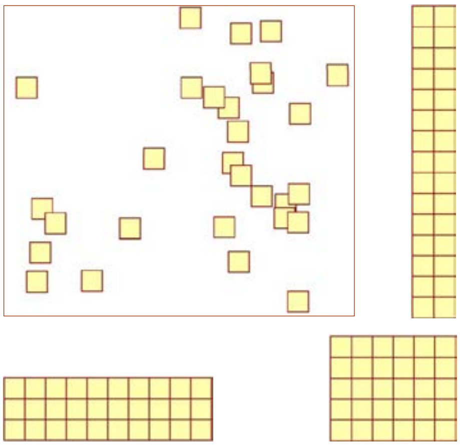
11. Os números 8 e 21 non teñen divisores comúns, son primos entre si. Cal é o seu m.c.m.?.

Solución: Se non ten factores comúns, o seu m.c.d. é 1.
O seu m.c.m. é o produto de ambos= 8·21= 168

12. Busca os números primos entre si cuxo produto sexa 72.

Solución: Se non ten factores comúns, o seu m.c.d. é 1.
O seu m.c.m. é o produto = 8·9= 72

4. Problemas de aplicación



1) Teño unha colección de minerais, gardados cada un nunha caixa cadrada, todas iguais. Desexo por esas caixas en exposición de maneira que formen un rectángulo completo. De cantas maneiras o podo facer?, cal é a disposición que máis se parece a un cadrado?

✓ Os divisores de 30 son 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 e 30

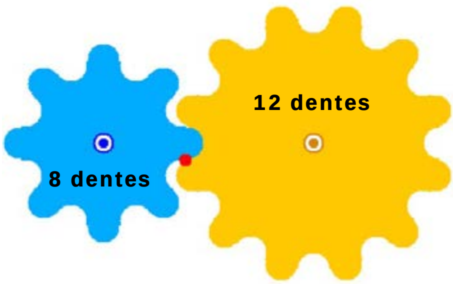
Podo por as caixas en rectángulos das seguintes maneiras:

1x30 o 30x1

2x15 o 15x2

3x10 o 10x3

5x6 o 6x5 Calquera destas dúas disposicións é a máis "cadrada"



2) Estas rodas dentadas forman unha engrenaxe. Cantos dentes de cada roda deben pasar para que volvan coincidir os puntos sinalados en cor vermella?, cantas voltas deu cada unha das rodas?

✓ A roda azul ten 8 dentes, a amarela 12.

O número de dentes que deben pasar para que volvan coincidir é un múltiplo de 8 e de 12, ademais o menor dos múltiplos comúns.

$8=2^3$ $12=2^2\cdot3$ mc.m. $(8,12)=2^3\cdot3=24$

Os puntos vermellos volverán coincidir cando pasen 24 dentes.

A roda azul xirou 24:8 = 3 voltas.

A roda amarela xirou 24:2 = 2 voltas.

3) Teño doas de cores para formar colares, hai 120 azuis, 160 vermellas e 200 brancas. Quero montar colares o máis grandes que sexa posible, cada colar co mesmo número de doas sen que sobren e sen mesturar cores. Cantas doas debo empregar en cada colar?, cantos colares podo facer de cada cor?

✓ Se non poden sobrar doas de ningunha das tres cores, o número de doas que debo empregar é un divisor de 120, 160 e 200. Como ademais quero facelos o máis grandes que se poida será o m.c.d.

$120=2^3\cdot3\cdot5$ $160=2^5\cdot5$ $200 = 2^3\cdot5^2$

m.c.d. $(120,160,200)=2^3\cdot5=40$

Empregarei 40 doas en cada colar

Podo facer 120:40=3 colares azuis,

160:40=4 colares vermellos,

200:40=5 colares brancos.

Para practicar

1. É 176 múltiplo de 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 41?

Emprega os criterios de divisibilidade ou fai a división para ver se o resto é 0.

- Divisibilidade por 2 ou por 5 que a última cifra o sexa.
- Divisibilidade por 3 ou por 9 que a suma das cifras o sexa.

2. É 198 divisible por 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 41?

3. Escribe os 10 primeiros múltiplos de 8.

4. Escribe os múltiplos de 12 menores que 100.

5. A descomposición en factores primos de 15000 é $2^3 \cdot 3 \cdot 5^4$. Cantos divisores ten?

Para sabelo facemos a descomposición en factores primos, aumentamos nun a cada un dos expoñentes. O produto deses expoñentes aumentados é o número de divisores.

6. Cantos divisores ten o número 810?

7. Acha os divisores de 6728

$6728=2^3 \cdot 29^2$

Calcula primeiro o número de divisores, resultará máis doado.

8. Acha os divisores de 147.

9. Decide razoadamente se 247 é primo ou non.

Os posibles primos que poden dividir a 247 son os menores que $\sqrt{247}$ son 2, 3, 5, 7, 11, 13.

10. Decide razoadamente se 131 é primo ou non.

11. Acha o mínimo común múltiplo de:

a) 72, 60.

b) 150, 90

c) 9, 24, 6

d) 36, 15, 4

É conveniente que primeiro fagas a descomposición factorial deses números.

12. Acha o máximo común divisor de:

a) 72, 24

b) 56, 81

c) 84, 108, 36

d) 54, 60, 18

É conveniente que primeiro fagas a descomposición factorial deses números.

M.c.d. ou m.c.m.?

13. Ana vén á biblioteca do instituto, aberta todos os días, incluso festivos, cada 4 días e Xoán, cada 6 días. Se coincidiron hoxe. Dentro de cantos días volven coincidir?

14. María e Xurxo teñen 30 bólas brancas, 27 azuis e 42 vermellas e queren facer o maior número posible de ringleiras iguais. Cantas ringleiras poden facer?

15. Un ebanista quere cortar un panel de 10 dm de largo e 6 de ancho, en cadrados o máis grandes posibles e cuxo lado sexa un número enteiro de decímetros.
Cal debe ser a lonxitude do lado?

16. A alarma dun reloxo soa cada 9 minutos, outro cada 21 minutos e un terceiro cada 15 minutos. Se acaban de coincidir os tres dando o sinal. Canto tempo pasará para que os tres volvan coincidir?

Para saber máis

Cantos números primos hai?

En que proporción están os números primos respecto ao total de números naturais?

Os números primos son bastante frecuentes entre os primeiros números naturais, pero conforme imos a números grandes, escasean os números primos, o que nos podería facer pensar que a partir de certo número xa non haxa máis números primos.

Para resolver esta dúbida fagamos este razoamento, que xa fixeron os antigos gregos:

> Se a cantidade de números primos fose concreta poderiamos multiplicalos todos, e obteriamos o número m.
>
> O número m, loxicamente sería composto, pero o número que lle segue m+1 ao ser dividido por calquera número primo daría de resto 1 polo tanto non sería múltiplo de ningún deles, é dicir, sería primo.
>
> Logo sempre podemos obter outro número primo máis, ou sexa que o conxunto de números primos é ilimitado.

Cal é o maior número primo coñecido?

Pois ata a data, este que ten nada menos que 12.978.189 de díxitos!, polo que obviamente non se pode escribir aquí.

$$2^{43112609}-1=$$

31647026933025592314…80022181166697152511

Foi descuberto o 23 de agosto de 2008 na Universidade de California e o seu descubridor gañou o premio de 100.000 dólares, ofrecido pola EFF ao primeiro que conseguise un primo con máis de 10.000.000 de díxitos. Fai o nº 46 da listaxe de primos de Mersenne, aínda que o nº 45 foi descuberto 2 semanas máis tarde.

Na actualidade hai un premio de 150.000 dólares para o primeiro que consiga un nº primo con máis de 100.000.000 de cifras, así que ánimo!.

Que é un número perfecto?

Dise que un número é perfecto cando é igual á suma dos seus divisores, excepto el mesmo.

Os divisores de 6 son 1, 2, 3 e 6
1+2+3=6
O **6** é un nº perfecto.

Os divisores de 28 son 1, 2, 4, 7, 14, 28
1+2+4+7+14=28
28 tamén é perfecto.

O seguinte número perfecto é o **496**. Atréveste a comprobalo? Despois vén o 8128, o 33550336 e o 8589869056, fíxate que rematan en 6 ou en 8.

Xa Euclides descubriu unha fórmula para calcular números perfectos:

$6=2\cdot 3=2^1\cdot(2^2-1)$
$28=4\cdot 7=2^2\cdot(2^3-1)$
$496=16\cdot 31=2^4\cdot(2^5-1)$
$8128=64\cdot 127=2^6\cdot(2^7-1)$

Pero coidado non se cumpre para todas as potencias de 2 senón só cando 2^n-1 é un número primo, un *primo de Mersenne!.*

Este número primo pertence aos chamados primos de Mersenne, que son números primos da forma

$$2^n-1$$

Deben o seu nome a Marin Mersenne, frade franciscano que no 1644, enunciou que estes números eran primos para determinados valores de n. Así os números primos e os números perfectos están relacionados.

Lembra o máis importante

- **Os múltiplos dun número** son os que resultan de multiplicar ese número por calquera número natural.

  Exemplo: múltiplos de 7={0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, ... }

- **Os divisores dun número** son aqueles que o poden dividir, a súa división é exacta.

  Todos os números naturais son divisores de 0.

  Exemplo: os divisores de 18 son seis D(18)={1, 2, 3, 6, 9, 18}

- O número 1 ten un só divisor, é o 1.

A división exacta é aquela cuxo resto é 0, o dividendo é múltiplo do divisor.

É exacta. 48:8 = 6

- 48 é *múltiplo* de 8
- 8 é *divisor* de 48

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- **Os números primos** son os que teñen dous divisores, que son o 1 e o mesmo número.

  Exemplo: números primos ={2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 ... }

- **Os números compostos** son os que teñen máis de 2 divisores. Chámaselles así porque pódense por como produto de potencias de números primos.

  Exemplo: números compostos ={4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, ...}

- **Descompor factorialmente un número** é polo como produto de potencias de números primos.

  Exemplo: $63=3^2\cdot 7$

- **O mínimo común múltiplo** de varios números é o número máis pequeno que é múltiplo de todos eles, sen ter en conta o 0.

  Produto dos factores comúns e non comúns elevados ao expoñente maior

Exemplo:

$54= 2\cdot 3^3$

$60= 2^2\cdot 3\cdot 5$

m.c.m.(54, 60) =
$= 2^2\cdot 3^3\cdot 5 = 540$

m.c.d. (54, 60) = $2\cdot 3 = 6$

- **O máximo común divisor** de varios números é o número máis pequeno que é divisor de todos eles.

  Produto dos factores comúns elevados ao expoñente menor

Cando dous números non teñen en común máis divisores que o 1 dise que son primos entre si.

Exemplo 49 e 24 son primos entre si porque m.c.d.(49, 24)=1

Autoavaliación

1. Escribe tres múltiplos de 26.

2. Escribe catro divisores de 24.

3. Indica se estas divisións son exactas ou non:

   a) 39 : 4

   b) 23 : 9

4. Baseándote nos criterios de divisibilidade indica se o número 49755 é múltiplo ou non dos indicados:

   a) de 2 : b) de 3: c) de 5: d) de 11:

5. Indica se os números 61, 60 e 65 son primos ou compostos.

6. En que cifras poden rematar os números primos a partir de 5?

7. Fai a descomposición factorial do número 240.

8. Calcula o m.c.m.(45,75)

9. Indica se os números 25 e 28 son primos entre si ou non.

10. Calcula o m.c.d.(45, 75)

Solucións dos exercicios para practicar

1. 176 é múltiplo de 2, 4, 8.

2. 198 é divisible por 2, 3, 4, 9, 11

3. 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80. O 0 tamén se pode considerar xa que é múltiplo de todos.

4. 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96

5. Ao descompor en factores primos os expoñentes son: 3, 1, 4. Aumentados cada un deles nunha unidade e multiplicados: $4 \cdot 2 \cdot 5 = 40$ divisores.

6. $810 = 2 \cdot 3^4 \cdot 5$, $2 \cdot 5 \cdot 2 = 20$ divisores.

7. $6728 = 2^3 \cdot 29^2$
O seu número de divisores é $4 \cdot 3 = 12$.
Facemos 6 raias enriba e 6 embaixo.

1	3	9	27	29	87
22707	7569	2523	841	783	261

Observa que unha vez calculados os de enriba, divídese o nº 22707 entre eles e obtéñense os de embaixo.

8. $147 = 3 \cdot 7^2$; $2 \cdot 3 = 6$ divisores

1	3	7
147	49	21

9. 247 é divisible por 13, composto.

10. 131, non é divisible por 2, nin por 3, nin por 5, nin por 7, nin por 11. É primo.

11. a) $72 = 2^3 \cdot 3^2$ $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
m.c.m.(72,60)=360

b) $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$ $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$
m.c.m.(150, 90)=450

c) $9 = 3^2$ $24 = 2^3 \cdot 3$ $6 = 2 \cdot 3$
m.c.m(9, 24, 6) = 72

d) $36 = 2^2 \cdot 3^2$ $15 = 3 \cdot 5$ $4 = 2^2$
m.c.m.(36,15,4)=180

12. a) $72 = 2^3 \cdot 3^2$ $24 = 2^3 \cdot 3$
m.c.d.(72, 24)= 24

b) $56 = 2^3 \cdot 7$ $81 = 3^3$
m.c.d.(56,81)=1, primos entre si.

c) $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ $108 = 2^2 \cdot 3^3$ $36 = 2^2 \cdot 3^2$
m.c.d.(84,108,36)=12

d) $54 = 2 \cdot 3^3$ $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ $18 = 2 \cdot 3^2$
m.c.d.(54,60,18)=6

13. Os días que teñen que pasar para volver coincidir na biblioteca son m.c.m.(4, 6)= 12 días.

14. O número de ringleiras que poden facer é o m.c.d.(30, 27, 42)= 3 ringleiras.

15. A lonxitude do lado en dm é o m.c.d.(10, 6)= 2 dm.

16. m.c.m.(9, 21, 15)= 315 minutos teñen que pasar para coincidir de novo.

Solucións AUTOAVALIACIÓN

1. 52, 78, 260 por exemplo

2. 2, 3, 4, 6 (tamén 8, 12, 1, 24)

3. Ningunha das dúas

4. É múltiplo de 3 e de 5

5. 61 primo, 60 e 65 compostos

6. En 1 , 3, 7 o 9, como 11, 13, 17, 19

7. $240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$

8. 225

9. Son primos entre si

10. 15