7

Expresións alxébricas

Obxectivos

Nesta quincena aprenderás a:

- Utilizar letras para representar números descoñecidos.
- Achar o valor numérico dunha expresión alxébrica.
- Sumar, restar e multiplicar monomios.
- Resolver ecuacións de primeiro grao.
- Resolver problemas mediante ecuacións de primeiro grao.

Antes de empezar

Nesta quincena veremos a forma de utilizar letras para representar números descoñecidos. Un dos exemplos da utilización das letras para representar números témolo nalgúns exercicios de **investigación** e outro nos **números romanos.**

Solución:

$$\begin{array}{r} aab \\ \underline{+\ aba} \\ bcc \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} aab \\ \underline{+\ aba} \\ b33 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 112 \\ \underline{+121} \\ 233 \end{array}$$

Números romanos

Recordemos as letras que se utilizan na numeración romana

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1.000

e recordemos tamén algunhas das súas regras:

- As letras **I**, **X** e **C** escritas á dereita doutra de igual ou maior valor súmanlle a esta o seu valor.

$$VI \longrightarrow 5 + 1 = 6$$

- As letras **I**, **X** e **C** escritas á esquerda doutra de igual ou maior valor réstanlle a esta o seu valor.

$$XC \longrightarrow 100 - 10 = 90$$

- Soamente poden repetirse as letras I, X, C e M e como máximo tres veces seguidas.

$$CC \longrightarrow 100 + 100 = 200$$

- Unha liña horizontal enriba dun número multiplica por 1000 o seu valor (para números maiores que 3999).

$$\overline{X} \longrightarrow 10 \times 1000 = 100000$$

1. Linguaxe alxébrica

Expresións alxébricas

A **linguaxe numérica** expresa a información matemática a través dos números; pero nalgunhas ocasións, é necesario utilizar letras para expresar números descoñecidos.

A **linguaxe alxébrica** expresa a información matemática mediante letras e números.

Unha **expresión alxébrica** é unha combinación de letras, números e signos de operacións.

Así, **x+2** é unha expresión alxébrica formada pola letra **x**, o signo + e o número **2**. Esta expresión alxébrica pode lerse como **un número máis dous**.

Para **escribir** unha expresión alxébrica, debes ter en conta que podes substituír o signo x da multiplicación polo signo · ou ben podes suprimilo

$$\mathbf{3} \times \mathbf{x^2} \longrightarrow 3 \cdot x^2 \longrightarrow \mathbf{3x^2}$$

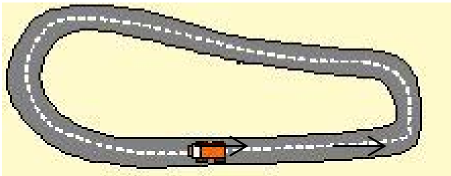
e tamén que non se adoitan escribir nin o factor 1 nin o expoñente 1.

$$\mathbf{1x^5 \longrightarrow x^5} \qquad \mathbf{8x^1 \longrightarrow 8x}$$

Exemplos:

Extraemos 3 bólas dunha vasilla que contén **x** bólas. A expresión alxébrica que dá o número de bólas que quedan é **x - 3**.

Un coche dá 3 voltas a un circuíto de lonxitude **l** quilómetros. A expresión alxébrica que indica o espazo que percorre é **3 l**.



Tradución de enunciados

Como viches, a linguaxe alxébrica permite expresar operacións con números descoñecidos.

Así, pódese representar **a suma de dous números** como **x+y** e **o triplo da suma de dous números** como **3(x+y)**.

Desta forma realízase unha **tradución de enunciados** á linguaxe alxébrica.

Así mesmo, mediante a tradución de enunciados pódense expresar números descoñecidos en termos doutros.

Por exemplo, se a **idade de Xoán** é **x** e Lola ten o triplo da idade de Xoán máis catro anos, pódese expresar a **idade de Lola como 3x+4** e, se Pedro ten o dobre da idade de Lola, pódese expresar a **idade de Pedro** como **2(3x+4)**.

Exemplos:

Se **Xoán** ten **x** libros e Ana ten o dobre dos libros que ten Xoán máis 5, pódese expresar o **número de libros que ten Ana** como **2x+5**.

Se o prezo dun lapis é **x** euros e o dun bolígrafo **y** euros, o prezo de **5 lapis** e **3 bolígrafos** pódese expresar como **5x+3y**.

Exemplos:

O valor numérico de $3x^3$-$5x^2$ para x = 2 é:
3·23-5·22= 3·8-5·4=24-20=4

Se o prezo de aluguer dun coche é de 78 € diarios máis 0,12 € por km percorrido, a expresión alxébrica **78x+0,12y** indica o importe que se debe pagar por alugar **x** días un coche e percorrer **y** km.
Podemos achar o importe que se debe pagar por alugar un coche 2 días e percorrer 400km substituíndo a **x** por **2** e a **y** por **400**. Observa:
78·2+0,12·200=156+24=180
Deberanse pagar 180 €.

Valor numérico

As expresións alxébricas indican operacións con números descoñecidos.

Por exemplo, se un operario cobra 15 € polo desprazamento e 20 € por cada hora, a expresión alxébrica **15 +20x** indica o importe que cobrará por un **número descoñecido, x,** de horas de traballo.
E, se queremos descubrir canto cobrará por traballar **2** horas, substituiremos **x** por **2**. Observa:

15+20x $\xrightarrow{\text{para } x = 2}$ **15+20.2 = 15 + 40 =55** euros

Desta forma achamos o **valor numérico** de **15 +20x** para **x = 2** e obtivemos **55**.

O **valor numérico** dunha expresión alxébrica é o número que se obtén ao substituír as letras por números e realizar as operacións indicadas.

EXERCICIOS resoltos

1. Escribe en linguaxe alxébrica:
   a) O dobre dun número máis tres.
   b) O cadrado dun número menos cinco.
   c) O dobre dun número máis o triplo do mesmo número.

   a) **2x + 3** b) **x^2 - 5** c) **2x + 3x**

2. Escribe unha expresión alxébrica que dea:
   a) O perímetro dun triángulo equilátero de lado **x**
   b) O perímetro dun rectángulo de base **x,** a altura da cal mide 1cm menos que a súa base.
   c) A área dun rectángulo de base **x,** a altura da cal mide 6cm menos que a súa base.

   a) **3x** b) **4x - 2** c) **x(x-6)**

3. Ana ten 2 anos máis que Xoán. Se representamos por **x** a idade actual de Xoán, expresa en linguaxe alxébrica a suma das idades de ambos os dous dentro de 5 anos.

	Xoán	Ana
Idade actual	x	x+2
Idade dentro de 5 anos	x+5	x+7

A suma das idades de ambos os dous dentro de 5 anos é: **x + 5 + x +7**

4. Representamos por **x** o número de coches que hai nun aparcamento e por **y** o número de motos. Escribe unha expresión alxébrica que indique o número de rodas que hai en total.
   - Mediante a expresión alxébrica achada, calcula o número total de rodas se no aparcamento hai 12 coches e 5 motos.

   Rodas de coches → 4x Rodas de motos → 2y Total → **4x+2y**
   Acha o valor numérico de 4x + 2y para x =12 e y =5
   4·12 + 2·5 = 48 + 10 = 58
   No aparcamento hai **58** rodas.

2. Monomio

Características

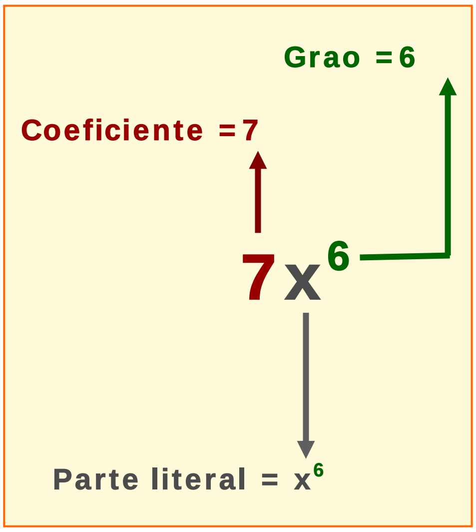
As seguintes expresións alxébricas:

$8x^3$ $2x^4$ $3x$

están formadas polo **produto** dun número e dunha letra. Reciben o nome de **monomios**.

Un monomio está formado por un **coeficiente** e por unha **parte literal**. Observa:

Monomio	Coeficiente	Parte literal
$8x^3$	8	x^3
$2x^4$	2	x^4
$3x$	3	x



Se un monomio está formado por unha única letra o seu coeficiente é 1. O coeficiente de x^7 é **1**.

O **grao** dun monomio é o expoñente da letra. O grao de $8x^3$ é **3**, o de $2x^4$ é **4** e o de **3x** é **1.**

Suma e resta

Observa que os monomios $12x^3$ e $4x^3$ teñen a **mesma parte literal**. Reciben o nome de **monomios semellantes**.

Para **sumar** ou **restar monomios semellantes,** súmanse ou réstanse os coeficientes e déixase a mesma parte literal.

$$12x^3 + 4x^3 = 16x^3$$

$$8x^3 - 2x^3 = 6x^3$$

Se os monomios **non son semellantes,** a suma ou resta déixase indicada.

Se unha expresión alxébrica está formado por monomios non todos eles semellantes, unicamente se suman ou restan os que son semellantes entre si.

$$2x - x^2 + 3x = 5x - x^2$$

Esta operación recibe o nome de **redución de termos semellantes**.

Exemplos:

Os monomios $3x^{10}$ e $8x^{10}$ son semellantes.
Os monomios $5x^7$ e $8x^6$ non son semellantes xa que non teñen a mesma parte literal.

Nun xardín hai **x** flores vermellas e o dobre de flores brancas máis cinco; é dicir, **2x + 5** flores brancas. Podemos expresar alxebricamente a **suma** de flores que hai no xardín como:

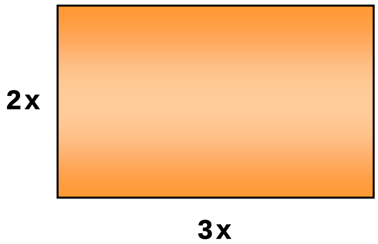
$x + 2x + 5 = 3x + 5$

Podemos expresar a **diferenza** de flores brancas e vermellas como:

$2x + 5 - x = x + 5$

Exemplo:

Observa as dimensións do rectángulo da seguinte figura:



Podemos expresar alxebricamente a súa área como:

$$3x \cdot 2x = \mathbf{6x^2}$$

Produto

Para **multiplicar dous monomios,** multiplícanse os coeficientes e multiplícanse as partes literais.

se suman los exponentes: 3+4=7

$$8x^3 \cdot 5x^4 = 8 \cdot 5\ x^3 \cdot x^4 = 40x^7$$

Para multiplicar un **número por un monomio,** multiplícase o número polo coeficiente do monomio e déixase a mesma parte literal.

$$2 \cdot 10x^4 = 20x^4$$

Daquela, o **resultado** obtido tanto ao multiplicar dous monomios como ao multiplicar un número por un monomio é un **monomio**.

EXERCICIOS resoltos

5. Escribe para cada un dos seguintes apartados un monomio que cumpra as condicións requiridas:

a) que teña coeficiente 12 e o mesmo grao que o monomio $3x^5$.
b) que teña grao 5 e o mesmo coeficiente que o monomio $-2x^6$.
c) que teña por parte literal x^2 e o valor numérico da cal para x =5 sexa 50.

a) $\mathbf{12x^5}$ b) $\mathbf{-2x^5}$ c) $\mathbf{2x^2}$

6. Opera e reduce os termos semellantes das seguintes expresións alxébricas:

a) $3x^3 + 4x^2 + 5x^2 + 4x^3$
b) $5x^3 - 7x^2 - 8x^3 - 2x^2 - 1$
c) $2x \cdot 5x - 3x \cdot 4x$

a) $\mathbf{7x^3 + 9x^2}$ b) $\mathbf{-3x^3 - 9x^2 - 1}$ c) $2x \cdot 5x - 3x \cdot 4x = 10x^2 - 12x^2 = \mathbf{-2x^2}$

7. Acha o monomio que se obtén ao efectuar o seguinte produto:

$$2x^5 \cdot \frac{1}{2}x^3 \cdot 5x^2 \cdot 6x^3 \cdot \frac{1}{15}x$$

Para achar o coeficiente, multiplicamos os coeficientes $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 \cdot \frac{1}{15} = 2$

Para achar o grao, súmanse os expoñentes 5 + 3 + 2 + 3 +1 =14
O resultado do produto é o monomio $\mathbf{2x^{14}}$.

8. A suma de dous monomios é $5x^2$ e un deles é $3x^2$. Cal é o seu produto?

Achamos o monomio do que, ao sumalo con $3x^2$, se obtén $5x^2$.

$$5x^2 - 3x^2 = 2x^2$$

O produto dos dous monomios é $3x^2 \cdot 2x^2 = \mathbf{6x^4}$

9. O produto de dous monomios é $20x^4$ e un deles é $4x^2$. Cal é a súa suma?

O monomio que, ao multiplicalo por $4x^2$, dá $20x^4$ é $5x^2$.
A suma dos dous monomios é $4x^2 + 5x^2 = \mathbf{9x^2}$

3. Ecuacións

Solución dunha ecuación

Unha igualdade está formada por dúas expresións separadas polo signo =. Se nalgunha delas interveñen letras, tense unha **igualdade alxébrica**.

Unha **ecuación** é unha igualdade alxébrica que só é certa para un determinado valor da letra. Así, **x+5=11** é unha ecuación xa que só se cumpre se x é 6.

Nunha ecuación podemos identificar dous **membros** separados polo signo =

primeiro membro ⟶ **x+5 =11** ⟵ segundo membro

e tamén os **termos** que son os sumandos que forman os membros. Así, **5** é un termo.

A **incógnita** da ecuación é a letra que aparece na ecuación. A incógnita da ecuación x+5 = 11 é **x**.

Un número é **solución** da ecuación se, ao substituír a incógnita por este número, a igualdade se verifica. Así, o número **6** é solución da ecuación x+5=11 xa que, ao substituír x por 6, se obtén a igualdade 6+5=11.

Ecuación

Primeiro membro		Segundo membro
3x + 2	=	x + 4
termo, termo		termo, termo

Incógnita: x

Solución: 1

$$3\cdot 1 + 2 = 1 + 4$$

Ecuacións equivalentes

A solución das ecuacións x+2=5 e x+7=10 é a mesma, 3. As ecuacións que teñen a mesma solución denomínanse **ecuacións equivalentes**.

Para obter unha ecuación equivalente a unha dada, utilízanse as seguintes **propiedades das igualdades**:

a) Se **sumamos** ou **restamos** un mesmo número ou unha mesma expresión alxébrica aos dous membros dunha ecuación, obtemos outra ecuación equivalente.

   Por exemplo, para obter unha ecuación equivalente a x+2=5, sumamos **3** aos dous membros:

   x+2**+3**=5+**3** **x+5=8**

   Fíxate en que a ecuación obtida x+5=8 tamén ten por solución 3.

b)Se **multiplicamos** ou **dividimos** os dous membros dunha ecuación por un mesmo número diferente de cero, obtemos outra ecuación equivalente.

   Daquela, para obtermos unha ecuación equivalente a x+2=5, podemos multiplicar por **4** os dous membros:

   4(x+2)=**4·**5 **4x+8=20**

   A ecuación obtida 4x+8=20 tamén ten por solución 3.

Exemplo:

A ecuación

6 x -2 =4 x +6

ten por solución x = 4.

Observa como obtemos ecuacións equivalentes:

- Sumando **2** aos dous membros:
  6 x -2 + **2** =4 x +6 **+2**
  6x = 4x + 8

- Sumando **-4x** aos dous membros:
  6 x -2 **-4 x** =4 x +6 **-4 x**
  2x – 2 = 6

- Restando **6** aos dous membros:
  6x – 2 - **6** = 4x + 6 – **6**
  6x – 8 = 4x

- Dividindo por **2** os dous membros:
  3x – 1 = 2x + 3

Fíxate en que todas as ecuacións achadas teñen por solución x =4.

Exemplos:

$$x + 2 = 5$$
$$x = 5 - 2$$
$$x = 3$$

$$3x = 18$$
$$x = \frac{18}{3} = 6$$

$$5x + 1 = 6$$
$$5x = 6 - 1$$
$$5x = 5$$
$$x = \frac{5}{5} = 1$$

$$5x + 12 = 2x$$
$$5x - 2x = -12$$
$$3x = -12$$
$$x = \frac{-12}{3} = -4$$

Resolución de ecuacións

Resolver unha ecuación consiste en achar a súa solución.

Observa como se procede para resolver a ecuación

$$7x - 2 = 5x + 4$$

- Realizamos unha **transposición** de termos pasando a un membro todos os termos que conteñen a incógnita e ao outro membro os que non a conteñen.

$$7x - 5x = 4 + 2$$

- Efectuamos operacións en cada un dos membros para **reducir** os termos semellantes.

$$2x = 6$$

- **Despexamos** a incógnita e calculamos a solución.

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

A solución da ecuación **7x -2 = 5x + 4** é **x =3**.

Resolución de problemas

Pódense resolver algúns problemas nos que se formula unha relación de igualdade mediante ecuacións. Por exemplo, vexamos o seguinte problema:

O dobre dun número menos 2 é igual a 8. De que número se trata?

- A **incógnita** é o número descoñecido: **x**
- Expresamos mediante unha **ecuación** a igualdade formulada no enunciado:

$$2x - 2 = 8$$

- **Resolvemos** a ecuación:

$$2x = 8 + 2$$
$$2x = 10$$
$$x = \frac{10}{2} = 5$$

- **Comprobamos** se a solución da ecuación verifica as condicións do enunciado:

$$2.5 - 2 = 8$$

- **Resposta**: O número é **5**.

Desta forma resolvemos un problema mediante a formulación e a resolución dunha ecuación.

Ao resolvermos un problema mediante unha ecuación, seguiremos os seguintes pasos:

- Ler atentamente o enunciado.
- Identificar a incógnita.
- Formular a ecuación.
- Resolver a ecuación formulada.
- Comprobar a solución obtida.
- Escribir a resposta.

EXERCICIOS resoltos

10. Comproba se x = 3 é solución dalgunha das seguintes ecuacións:

a) $4x - 1 = 2$ b) $5x - 2 = 3x + 4$ c) $x + 4 = 2x + 1$

a) $4 \cdot 3 - 1 \neq 2 \longrightarrow$ **Non** é solución
b) $5 \cdot 3 - 2 = 3 \cdot 3 + 4 \longrightarrow$ **Si** é solución
c) $3 + 4 = 2 \cdot 3 - 1 \longrightarrow$ **Si** é solución

11. Comproba se as seguintes ecuacións son equivalentes:

a) $x + 5 = 6$ b) $2x + 4 = 5x + 1$ c) $5x - 5 = 0$

a) $x + 5 = 6 \longrightarrow x = 6 - 5 \longrightarrow x = 1$

b) $2x + 4 = 5x + 1 \longrightarrow 2x - 5x = 1 - 4 \longrightarrow -3x = -3 \longrightarrow x = \frac{-3}{-3} = 1$

c) $5x - 5 = 0 \longrightarrow 5x = 5 \longrightarrow x = \frac{5}{5} = 1$

As tres ecuacións son equivalentes xa que teñen a mesma solución.

12. Resolve as seguintes ecuacións:

a) $2x + 4 = 10$
b) $4 + 4x = -8$
c) $5x + 2 = 7x + 4$

a) $2x + 4 = 10 \longrightarrow 2x = 10 - 4 \longrightarrow 2x = 6 \longrightarrow x = \frac{6}{2} = \mathbf{3}$

b) $4 + 4x = -8 \longrightarrow 4x = -8 - 4 \longrightarrow 4x = -12 \longrightarrow x = \frac{-12}{4} = \mathbf{-3}$

c) $5x + 2 = 7x + 4 \longrightarrow 5x - 7x = 4 - 2 \longrightarrow -2x = 2 \longrightarrow x = \frac{2}{-2} = \mathbf{-1}$

13. Nunha bolsa que contén 54 bólas entre brancas e negras, o número de bólas brancas é superior en 10 ao de bólas negras. Cantas bólas de cada cor hai na bolsa?

bólas negras $\longrightarrow x$ bólas brancas $\longrightarrow x + 10$

Ecuación: $x + x + 10 = 54$

$x + x = 54 - 10$

$2x = 44$

$x = \frac{44}{2} = 22$ $x + 10 = 22 + 10 = 32$

Os valores 22 bólas negras e 32 bólas brancas verifican as condicións do enunciado. Así, na bolsa hai **22 bólas negras** e **32 bólas brancas**.

14. A suma de tres números enteiros consecutivos é igual ao menor menos 43. De que números se trata?

número menor $\longrightarrow x$ seguinte a $x \longrightarrow x + 1$ seguinte a $x + 1 \longrightarrow x + 2$

Ecuación: $x + x + 1 + x + 2 = x - 43$

$x + x + x - x = -43 - 1 - 2$

$2x = -46$

$x = \frac{-46}{2} = -23$

$x + 1 = -23 + 1 = -22$ $x + 2 = -23 + 2 = -21$

Os valores -23, -22 e -21 verifican as condicións do enunciado. Así, os números son **-23**, **-22** e **-21**.

Para practicar

1. Expresa en linguaxe alxébrica:

a) O triplo dun número **x** máis 100.

b) O prezo en euros de **x** quilogramos de peras a 1,45€/kg.

c) O importe dunha factura de **x** euros se se lle aplica un 16% de IVE.

d) O dobre da idade que tiña Ana hai 5 anos se a súa idade actual é **x** anos.

2. Nun aparcamento hai coches de cor branca, de cor vermella e de cor negra. O número de coches de cor vermella é o dobre do de cor branca máis 1 e o de cor negra o triplo do de cor branca menos 5. Con estes datos completa a seguinte táboa:

	Número de coches
Cor branca	**x**
Cor vermella	
Cor negra	
Total	

3. Acha o valor numérico de $x^2 - 5x + 6$ para x = 0, para x = 1 e para x = 3.

4. Acha o valor numérico de $\frac{c(a+b)}{2ab-c}$ para a = 1, b = 2 e c = 3.

5. Se x + y = 5 calcula:

a) x + y +2

b) x + y -4

c) 6 (x + y)

d) x + e -8 (x + y)

6. Unha empresa de autocares cobra 250€ fixos máis 0,15€ por quilómetro percorrido.

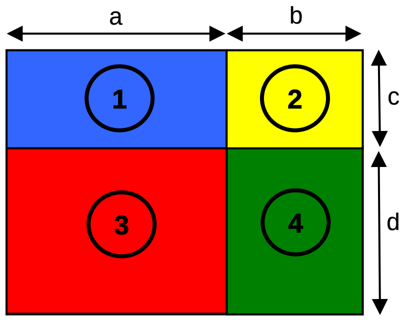
a) Expresa en linguaxe alxébrica o importe que se debe pagar se se aluga para realizar un traxecto de **x** quilómetros.

b) Acha o prezo que se debe pagar ao alugar o autocar e percorrer 400km.

7. Observa e completa as casas baleiras:

1	2	3	4	5	6	7	n
1	4	9	16	25			

8. Indica mediante expresións alxébricas a área e o perímetro dos rectángulos sinalados na seguinte figura:



9. Indica cáles dos seguintes monomios son semellantes:

$3x$ $\quad 8xy \quad 5x \quad -4x^2$

$\frac{1}{2}x \quad \frac{1}{3}x^2 \quad -5xy \quad 7x^2$

10. Realiza as seguintes operacións:

a) $3x + 5x + 2x$

b) $3x^2 - 4x^2 + 7x^2$

c) $x^3 - 5x^3 + 4x^2 - 3x^2$

d) $5x^4 + 7x^3 - 6x^4 + 11x^3$

11. Completa a seguinte a táboa:

	x	4x	x^2
Dobre			
Cadrado			
Triplo máis 1			

12. Efectúa os produtos indicados e, a continuación, reduce os termos semellantes:

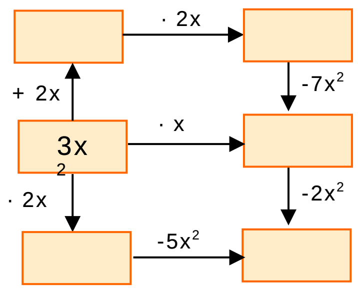
a) $-8x^4 + 3x^2 \cdot 2x^2$

b) $2x \cdot 5x + 4x \cdot 3x$

c) $5x^2 \cdot 2x^3 - 4x \cdot 2x^4$

d) $\frac{1}{2}x^2 \cdot 5x^2 + \frac{2}{3}x \cdot 5x^3$

13. Completa:



14. Completa:

a) $8x^4$ +...... = $10x^4$

b) ...... - $6x^3$ = $4x^3$

c) ..... · 5x = $15x^3$

d) 8x ·...... · $2x^6$ =$32x^9$

15. Completa a ecuación 2x +... =x +5 cun número sabendo que ten por solución x = 4.

16. Expresa en linguaxe alxébrica:

a) Ao sumar 10 ao triplo dun número obtense 46.

b) O dobre dun número sumado ao seu triplo é igual a 40.

c) A diferenza entre o triplo dun número e a súa metade é igual a 5.

d) O cadrado dun número é igual a 121.

17. Resolve as seguintes ecuacións:

a) 5x = -5

b) -2x = -6

c) 6x = 0

d) x + 8 = - 3

e) -x - 4 = 1

f) x - 2 = - 1

g) 2x - 3 = 3

h) 4x - 5 = 2x

18. Resolve as seguintes ecuacións:

a) 3x + 2 = 5

b) 4 x + 6 = 2x

c) 6x + 4 = -4x +7

d) 5x + 8 =2x -3

e) 3x - 4 = -x +1

f) 3x - 2 =5x -1

g) 3x - 4 = x + 3

19. Identifica a incógnita e resolve as seguintes ecuacións:

a) 3 + 2y = 9

b) 2d + 5 = 17

c) 3m +2 = m +8

d) 2t +5 = 4 t

20. A suma de dous números é 45 e a súa diferenza 5. Cales son estes números?

21. Ao repartir 30 caramelos entre dous amigos, un deles quedou con 8 caramelos máis que o outro. Cantos caramelos ten cada un deles?

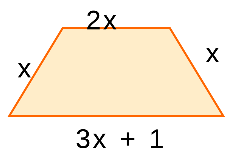
22. Acha as dimensións dun rectángulo se o seu perímetro é 26cm e a altura mide 3cm menos que a base.

23. A medida dun dos ángulos agudos dun triángulo rectángulo é o quíntuplo do outro. Acha a medida dos devanditos ángulos.

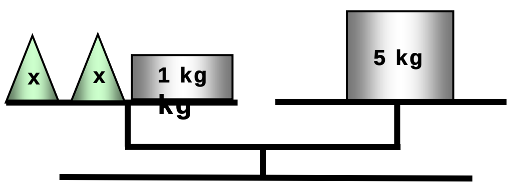
24. Xoán ten 12 anos, Pedro 14 e Miguel 20. Cantos anos hai que a suma das idades de Xoán e de Pedro era igual á idade de Miguel?

25. Os tres finalistas dun concurso deben repartir 2100€ de forma que cada un deles reciba 500€ máis que o que ocupa unha posición inferior. Que cantidade de diñeiro recibe cada un?

26. O perímetro do trapecio da figura é 29 cm. Acha a medida dos seus lados.



27. A balanza encóntrase en equilibrio. Acha o valor de x.



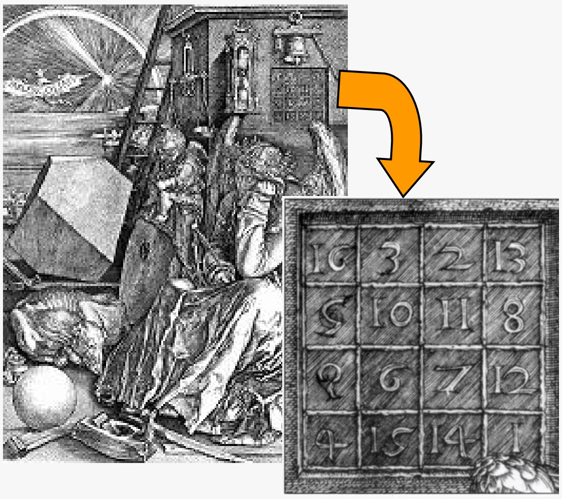
Para saber máis

Cadrados máxicos

Un **cadrado máxico** consiste na disposición dunha serie de números de forma que ao sumar as filas, as columnas ou as diagonais se obtén sempre o mesmo valor. O cadrado da dereita é máxico xa que a suma de filas, columnas e diagonais é 15.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

En 1514, o pintor alemán Alberto Durero pintou un gravado, "La Melancolía", no que aparece un cadrado máxico



Nunha das fachadas da Sagrada Familia en Barcelona hai un cadrado máxico que se debe ao escultor José M. Subirachs

- Saberías achar o valor de **x** de forma que este cadrado sexa máxico?

x+6	2x+2	5
x-1	6	3x+1
7	x+5	x

Que é unha identidade?

Unha **identidade** é unha igualdade alxébrica que se verifica para calquera valor da letra.

Na igualdade alxébrica **5x - 3x = 2x** comproba que, ao substituír a x por calquera valor, se verifica.

Así, **5x - 3x = 2x** é unha identidade.

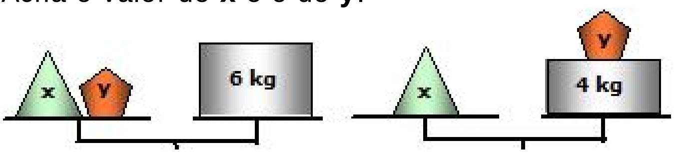
Un xogo

Pensa un número, súmalle **5**, multiplica o resultado obtido por **6**, réstalle **20**, súmalle **5**, réstalle **15** e finalmente divide o resultado entre **6**. Obtés o número que pensaches?.

Investiga por que sempre obtés o número que pensaras.

Un problema

Acha o valor de **x** e o de **y**.



Unha serie

Como completarías esta serie na que cada número se obtén sumando os dous anteriores?

3				39

Solucións

Cadrado máxico: x=3

Un xogo: Ao realizar as operacións indicadas obtemos x que é o número pensado.

Un problema: x=5, y=1

Unha serie 3, 11, 14, 25, 39

Lembra o máis importante

Linguaxe alxébrica

A **linguaxe alxébrica** expresa a información matemática mediante letras e números.
Unha **expresión alxébrica** é unha combinación de letras, números e signos de operacións. Mediante a linguaxe alxébrica pódese realizar unha **tradución de enunciados**.

Exemplos de tradución de enunciados:

- O dobre dun número **x** menos 12.
  2x - 12
- A idade dunha persoa dentro de 4 anos se actualmente ten **x** anos.
  x + 4
- O número total de rodas de **x** coches e de **y** bicicletas.
  4x + 2y

O **valor numérico** dunha expresión alxébrica é o número que se obtén ao substituír as letras por números e realizar as operacións indicadas.

Exemplos:

- O valor numérico de **5x - 3** para x **= 2** é:
  $5 \cdot 2 - 3 = 10 - 3 = \mathbf{7}$
- O valor numérico de $\mathbf{x^2 - 1}$ para x **= 4** é:
  $4^2 - 1 = 16 - 1 = \mathbf{15}$
- O valor numérico de **2x + y** para x **= 6** e y **= 5** é:
  $2 \cdot 6 + 5 = 12 + 5 = \mathbf{17}$

Monomios

Un monomio é unha expresión alxébrica formada polo **produto** dun número e dunha letra.

Un monomio consta dun **coeficiente** e dunha **parte literal**.

O **grao** dun monomio é o expoñente da letra.

Exemplos:

- O monomio $\mathbf{7x^3}$ ten por coeficiente **7** por parte literal $\mathbf{x^3}$ e o seu grao é **3**.
- O monomio $\mathbf{-x^4}$ ten por coeficiente **-1** por parte literal $\mathbf{x^4}$ e o seu grao é **4**.
- O monomio $\mathbf{6x^2y^3}$ ten por coeficiente **6** por parte literal $\mathbf{x^2y^3}$ e o seu grao é **5**.

Para **sumar** ou **restar monomios semellantes,** súmanse ou réstanse os coeficientes e déixase a mesma parte literal.

Para **multiplicar monomios** multiplícanse os coeficientes e as partes literais.

Exemplos:

$$7x^3 + 2x^3 = 9x^3$$

$$-x^4 + 8x^4 = 7x^4$$

$$10x^7 - 6x^7 + x^7 = 5x^7$$

$$4x^7 \cdot 6x^3 = 24x^{10}$$

$$x^4 \cdot 5x^3 = 5x^7$$

Ecuacións

Unha **ecuación** é unha igualdade alxébrica que só é certa para un determinado valor da incógnita.

Un número é **solución** da ecuación se, ao substituír a incógnita por este número, a igualdade se verifica.

Resolver unha ecuación consiste en achar a súa solución.

Exemplos de resolución de ecuacións:

$\mathbf{x + 3 = 2}$ $x = 2 - 3$ $x = -1$	$\mathbf{x - 2 = 5}$ $x = 5 + 2$ $\mathbf{x = 7}$
$\mathbf{2x = 6}$ $x = \frac{6}{2}$ $x = 3$	$\mathbf{5x - 6 = 4x}$ $5x - 4x = 6$ $\mathbf{x = 6}$

Pódense **resolver problemas** nos que se expón unha relación de igualdade **mediante ecuacións**.

Os pasos a seguir son:

- Identificar a incógnita.
- Expor unha ecuación.
- Resolver a ecuación presentada.
- Comprobar a solución obtida.
- Dar a resposta ao problema.

Autoavaliación

1. Un tren circula a velocidade constante de 78km/h. Cal das seguintes expresións indica a distancia que percorre en x horas?

   1) x - 78

   2) 78 + x

   3) 78x

   4) 78x + 78

2. Olga ten 3 bólas máis que Ana, e Xoán ten 2 máis que Ana. Se x representa o número de bólas de Ana, cal é a expresión alxébrica que indica as que teñen entre os tres?

3. Acha o valor numérico de $6x^2 + 2x + 6$ para $x = 1$.

4. Efectúa a seguinte suma e a seguinte resta de monomios:

   $4x^5 + 3x^5$ $\qquad$ $3x^4 - 18x^4$

5. O produto de dous monomios é $15x^7$ e un deles é $3x^2$. Cal é o outro?

6. O valor numérico dun monomio de grao 3 para x = 2 é 16. De que monomio se trata?

7. A ecuación 3x + a = 24 ten por solución x = 5. Acha o valor de a.

8. Acha a solución da seguinte ecuación:

   $$8x - 6 = 4x + 2$$

9. Indica cal é a ecuación coa que pode resolverse o seguinte problema: "Se ao triplo dun número lle restamos 12, obtemos 21. De que número se trata?"

   1) 3x - 12 = 21

   2) 12 - 3x = 21

   3) 3x + 12 = 21

   4) 3x - 21 = 12

10. Miguel ten unha colección de cromos e compra outra colección formada polo mesmo número de cromos. Despois regala 60 cromos e quédanlle 62. Cantos cromos tiña inicialmente?

Solucións dos exercicios para practicar

1. a) $3x + 100$ b) $1{,}45x$
c) $1{,}16x$ d) $2(x - 5)$

2.

	Número de coches
Cor branca	**x**
Cor vermella	$2x + 1$
Cor negra	$3x - 5$
Total	$6x - 4$

3. Para $x = 0$ é 6, para $x = 1$ é 2 e para $x = 3$ é 0.

4. 9

5. a) 7 b) 1 c) 30 d) -35

6. a) $250 + 0{,}15x$ b) 310 €

7.

1	2	3	4	5	6	7	n
1	4	9	16	25	36	49	n^2

8.

	Área	Perímetro
1	$a \cdot c$	$2a + 2c$
2	$b \cdot c$	$2b + 2c$
3	$a \cdot d$	2ª + 2d
4	$b \cdot d$	$2b + 2d$

9. $3x$, $5x$, $\frac{1}{2}x$; $8xy$, $-5xy$;

$-4x^2$, $\frac{1}{3}x^2$, $7x^2$

10. a) $10x$ b) $6x^2$
c) $-4x^3 + x^2$ d) $-x^4 + 18x^3$

11.

	x	4x	x^2
Dobre	$2x$	$8x$	$2x^2$
Cadrado	x^2	$16x^2$	x^4
Triplo máis 1	$3x+1$	$12x + 1$	$3x^2 + 1$

12. a) $-2x^4$ b) $22x^2$ c) $2x^5$ d) $\frac{35}{6}x^4$

13.

$$\begin{tikzcd}
5x \arrow[r, "\cdot 2x"] & 10x^2 \arrow[d, "-7x^2"] \\
3x \arrow[u, "+2x"] \arrow[r, "\cdot x"] \arrow[d, "\cdot 2x"'] & 3x^2 \arrow[d, "-2x^2"] \\
6x^2 \arrow[r, "-5x^2"] & x^2
\end{tikzcd}$$

14. a) $2x^4$ b) $10x^3$ c) $3x^2$ d) $2x^2$

15. 1

16. a) $3x + 10 = 46$ b) $2x + 3x = 40$
c) $3x - \frac{1}{2}x = 5$ d) $x^2 = 121$

17. a) -1 b) 3 c) 0 d) -11
e) -5 f) 1 g) 3 h) $\frac{5}{2}$

18. a) 1 b) -3 c) $\frac{3}{10}$ d) $-\frac{11}{3}$
e) $\frac{5}{4}$ f) $-\frac{1}{2}$ g) $\frac{7}{2}$

19. a) y 3 b) d 6 c) m 3 d) t $\frac{5}{2}$

20. 20, 25

21. 11 caramelos e 19 caramelos

22. 5cm e 8cm

23. 15º e 75º

24. 6 anos

25. 200€, 700€ e 1200€

26. 13cm, 4cm, 4cm e 8cm

27. 2kg

Solucións AUTOAVALIACIÓN

1. resposta nº 3)
2. $3x + 5$
3. 14
4. $7x^5 - 15x^4$
5. $5x^5$
6. $2x^3$
7. 9
8. 2
9. resposta nº 1)
10. 61 cromos