

Objectius

En aquesta quinzena aprendràs a:

- Reconèixer, representar i identificar els elements geomètrics que caracteritzen a diferents polígons.
- Construir triangles.
- Reconèixer les rectes i punts notables dels triangles.
- Reconèixer i dibuixar diferents tipus de quadrilàters.
- Reconèixer altres polígons.
- Calcular perímetres de polígons.
- Calcular àrees de diferents polígons.
- Aplicar el càlcul de superfícies de polígons a situacions de la vida real.

Abans de començar

1. Línies poligonals pàg. 4
Definició i tipus. Polígons

2. Triangles pàg. 4
Elements i classificació
Construcció de triangles
Rectes i punts notables

3. Quadrilàters pàg. 9
Elements i classificació
Paral·lelograms

4. Polígons regulars pàg. 11
Definició
Construcció

5. Perímetres i àrees pàg. 13
Definició. Mesurar àrees
Unitats de superfície

5. Àrees de polígons pàg. 15
Àrees de quadrilàters
Àrees de triangles
Àrees de polígons regulars
Àrees de polígons irregulars

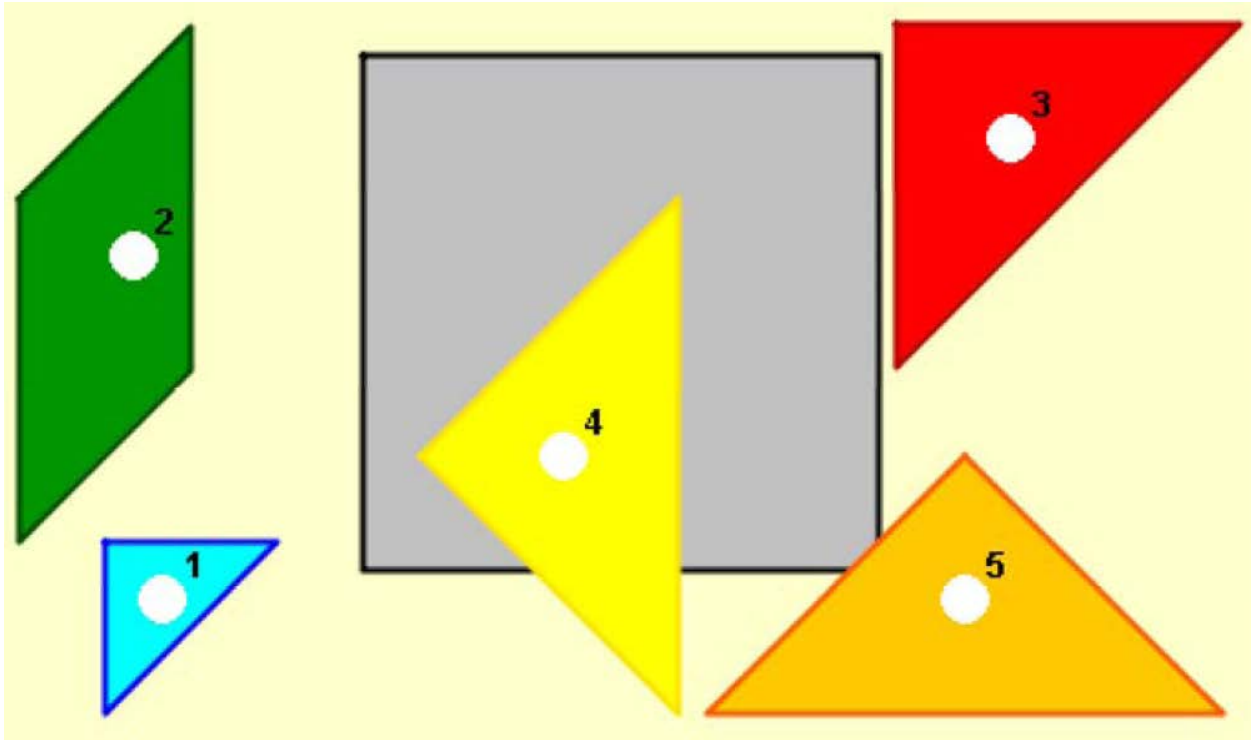
Exercicis per practicar

Per saber-ne més

Resum

Autoavaluació

Abans de començar

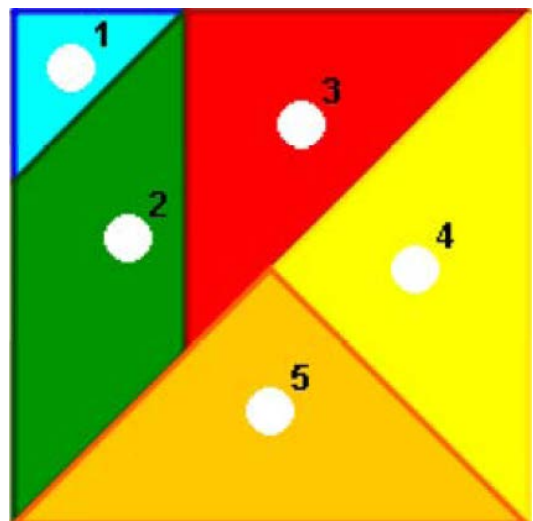


Tangram de cinc peces

Retalla les peces superiors i sense mirar la solució, intenta construir un quadrat amb totes elles. Després intenta construir altres figures.

Investiga

Quin altre tangram es basa en la divisió d'un quadrat? Quantes peces té?



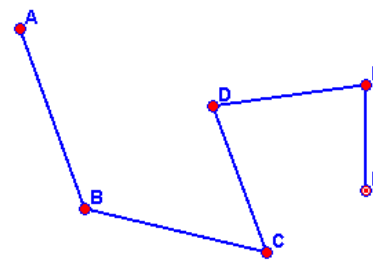
Polígons, perímetres i àrees

1. Línies poligonals

Definició i tipus. Polígons

Una **línia poligonal** és un conjunt de **segments concatenats** (cadascun comença on acaba l'anterior), i poden ser: **obertes** o **tancades**.

La **superfície** continguda per una **línia poligonal tancada** s'anomena **polígon**.

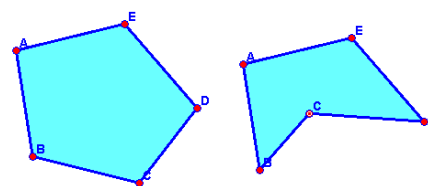


Línia poligonal oberta

Els polígons poden ser:

- **Convexos**: tots els seus angles interiors són menors de 180° .
- **Còncavs**: alguns dels seus angles interiors són majors de 180° .

Com podràs veure més endavant en aquest tema, també es classifiquen en **regulars i irregulars**, i segons el nombre de costats.



Polígon convex

Polígon còncav

2. Triangles

Elements i classificació

Un **triangle** és un polígon de **tres costats**. Els seus elements característics són: costats, base, altura, vèrtexs i angles.

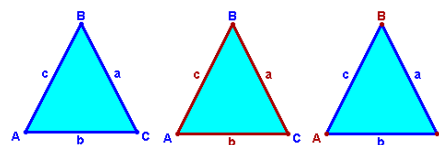
Els triangles es poden classificar segons els seus angles en::

- **acutangles**: els tres són aguts,
- **rectangles**: un angle recte, i
- **obtusangles**: un angle obtús.

Segons els seus costats es classifiquen en:

- **equilàters**: els tres costats iguals.
- **isòsceles**: dos costats iguals, i
- **escalens**: els tres costats diferents.

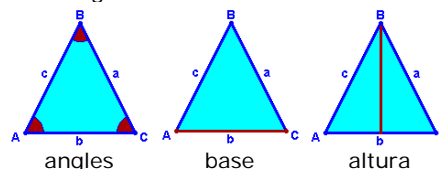
Un **triangle** és un polígon de tres costats.



Triangle

costats

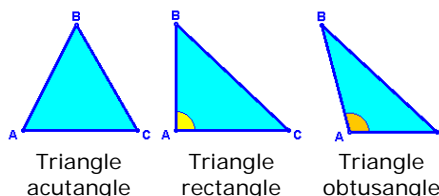
Vèrtexs



angles

base

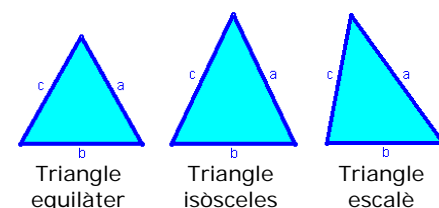
altura



Triangle acutangle

Triangle rectangle

Triangle obtusangle



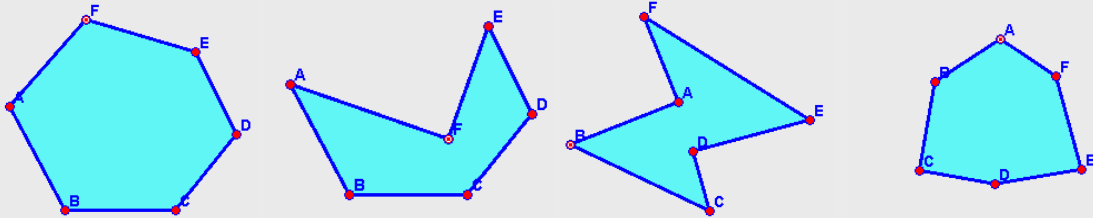
Triangle equilàter

Triangle isòsceles

Triangle escalè

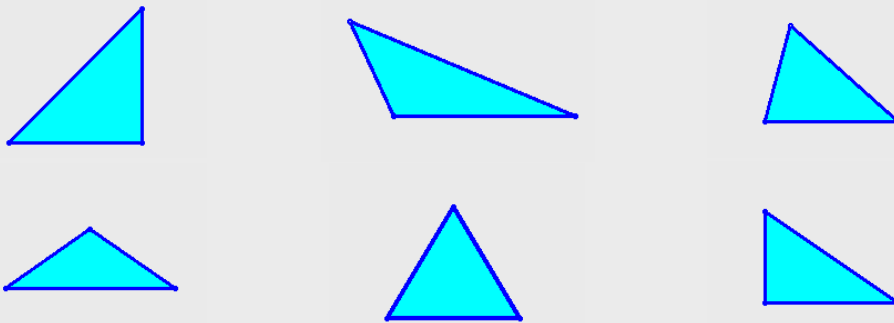
EXERCICIS RESOLTS

1. Indica si els següents polígons són o còncaus:



- a) Convex: tots els seus angles interiors són menors de 180° .
- b) Còncau: l'angle F és major de 180° .
- c) Còncau: els angles A i D són majors de 180° .
- d) Convex: tots els seus angles interiors són menors de 180° .

2. Classifica els següents triangles segons els seus costats i segons els seus angles:



- a) Isòsceles i rectangle.
- b) Escalè i obtusangle.
- c) Escalè i acutangle.
- d) Isòsceles i obtusangle.
- e) Equilàter i acutangle.
- f) Escalè i rectangle.

3. Completa la taula següent indicant en les caselles en blanc SÍ o NO, segons sigui o no possible que un triangle pugui, a la vegada, ser dels tipus que indica la fila i la columna:

	Equilàter	Isòsceles	Escalè
Acutangle			
Rectangle			
Obtusangle			

	Equilàter	Isòsceles	Escalè
Acutangle	SÍ	SÍ	SÍ
Rectangle	NO	SÍ	SÍ
Obtusangle	NO	SÍ	SÍ

Construcció de Triangles

Per construir un **triangle** és necessari que es doni un dels tres casos següents:

- **Que coneguem tots els costats.**

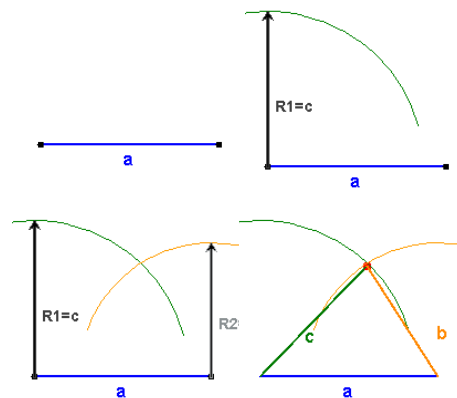
Agafem un dels segments com a base.

Amb centre en un dels extrems d'aquest segment, tracem un arc de radi la longitud d'un dels costats restants.

Amb centre en l'altre extrem de la base tracem un arc de radi la longitud del tercer costat.

El punt d'intersecció dels dos arcs és el tercer vèrtex del triangle

- ✓ Observa que per tal que es pugui construir el triangle, la suma de les longituds de b i de c ha de ser major que la longitud de a .



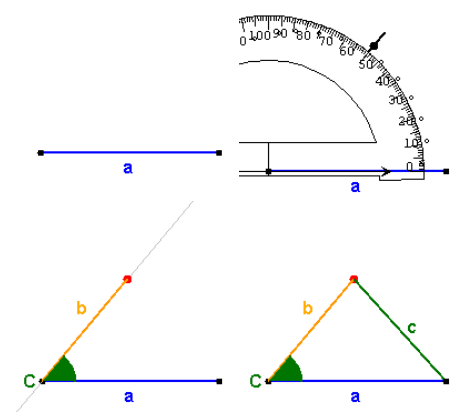
- **Que coneguem dos costats i l'angle comprès.**

Agafem un dels segments com a base.

A partir d'aquest costat i amb vèrtex en un dels seus extrems, mesurem un angle igual al que ens donen.

Tracem una recta que sigui l'altre costat de l'angle mesurat. Sobre aquesta recta, a partir del vèrtex de l'angle, tracem el segon costat conegut.

Finalment unim amb un segment els dos vèrtexs que falten per tancar el triangle.



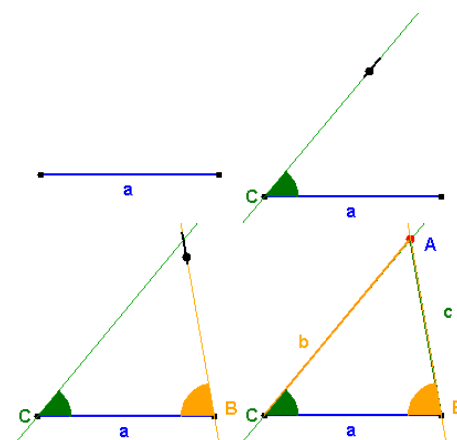
- **Que coneguem dos angles i el costat comú a ambdós.**

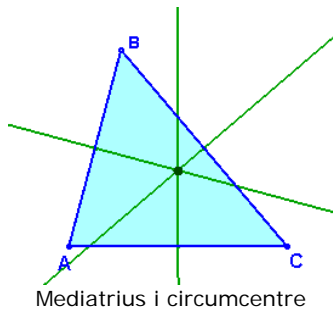
Prenem el segment conegut com a base.

Prenent aquest segment com a costat, i com a vèrtex un dels seus extrems es mesura un angle igual a un dels que ens donen. Tracem la recta que formi amb el segment aquest angle.

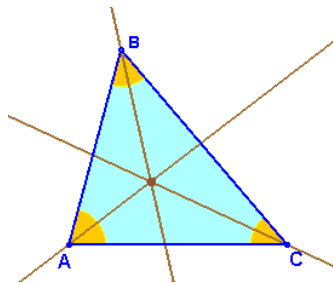
A partir de l'altre extrem, mesurem una angle igual al segon que ens donen. Tracem la recta que formi amb el segment aquest angle.

El punt d'intersecció de les dues rectes traçades és el tercer vèrtex del triangle.

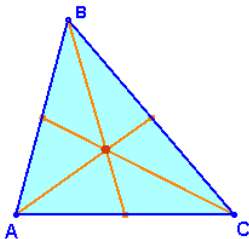




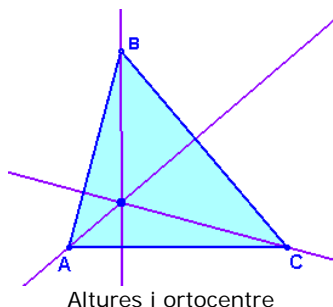
Mediatrises i circumcentre



Bisectrius i incentre



Mitjanes i baricentre



Altures i ortocentre

Rectes i punts notables

En un **triangle** es defineixen quatre tipus de rectes anomenades, genèricament, **rectes notables**. Aquestes rectes són:

- **Mediatrises:** rectes perpendiculars a cadascun dels costats pel seu punt mig.
- **Bisectrius:** rectes que divideixen cadascun dels angles en dos angles iguals.
- **Medianes:** són els segments que van de cada vèrtex al punt mig del costat oposat.
- **Altures:** rectes perpendiculars a cadascun dels costats que passen pel vèrtex oposat.

En un triangle tindrem tres rectes de cada tipus.

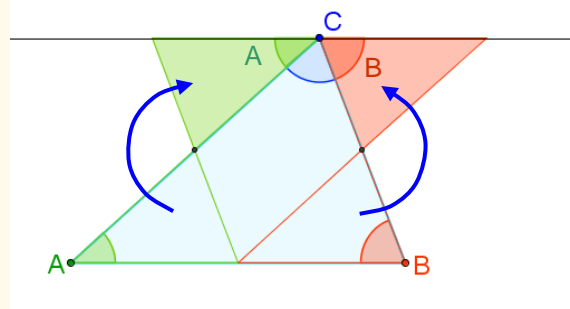
Els punts d'intersecció d'aquestes rectes s'anomenen **punts notables** i són:

- **Circumcentre:** punt d'intersecció de les tres mediatrises.
- **Incentre:** punt d'intersecció de les tres bisectrius.
- **Baricentre:** punt d'intersecció de les tres medianes.
- **Ortocentre:** punt d'intersecció de les tres altures.

Quant sumen els angles interiors d'un triangle?

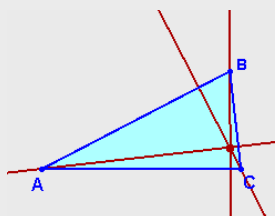
Com pots apreciar en el dibuix

$$A + B + C = 180^\circ$$

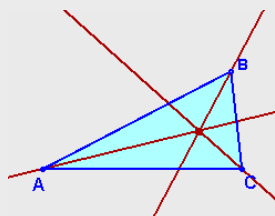


EXERCICIS resolts

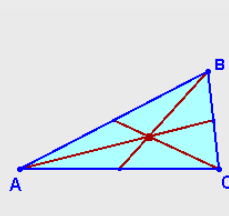
4. Indica les rectes notables i el punt que apareixen representats a cada gràfic:



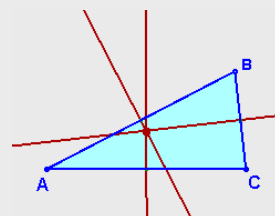
Altures i ortocentre



Bisectrius i incentre

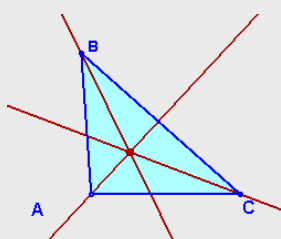


Mitjanes i baricentre

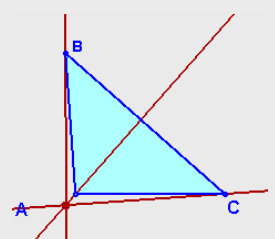


Mediatrises, circumcentre

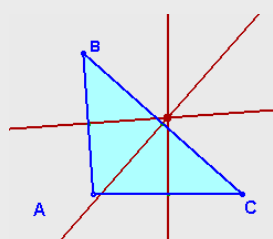
5. Indica les rectes notables i el punt que apareixen representats a cada gràfic:



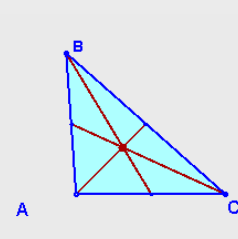
Bisectrius i incentre



Altures i ortocentre



Mediatrises i circumcentre



Medianes i baricentre

6. Dibuixa un triangle amb costats de 6, 7 i 8 centímetres. Com és el triangle segons els seus costats? I segons els seus angles? Traça totes les rectes i punts notables. On estan situats els punts notables?

El triangle és escalè perquè els tres costats són diferents i acutangle perquè tots els seus angles són aguts. Tots els punts notables estan a l'interior del triangle.

7. Dibuixa un triangle amb costats de 6, 8 i 10 centímetres. Com és el triangle segons els seus costats? I segons els seus angles? Traça totes les rectes i punts notables. On estan situats els punts notables?

El triangle és escalè perquè els tres costats són diferents i rectangle perquè té un angle recte. El circumcentre coincideix amb el punt mig de la hipotenusa. L'ortocentre coincideix amb el vèrtex de l'angle recte. El baricentre i l'incentre estan a l'interior.

8. Dibuixa un triangle amb costats de 6, 8 i 12 centímetres. Com és el triangle segons els seus costats? I segons els seus angles? Traça totes les rectes i punts notables. On estan situats els punts notables?

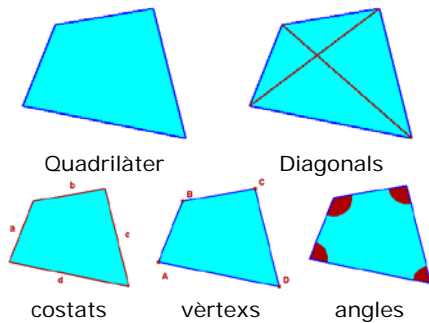
El triangle és escalè perquè els tres costats són diferents i obtusangle perquè té un angle obtús. El circumcentre i l'ortocentre queden fora del triangle. El baricentre i l'incentre estan a l'interior.

9. Dibuixa un triangle amb costats de 6, 6 i 6 centímetres. Com és el triangle segons els seus costats? I segons els seus angles? Traça totes les rectes i punts notables. Què ocorre amb les rectes i punts notables?

El triangle és equilàter i acutangle, tots els angles mesuren 60° . Les rectes i els punts notables coincideixen.

Polígons, perímetres i àrees

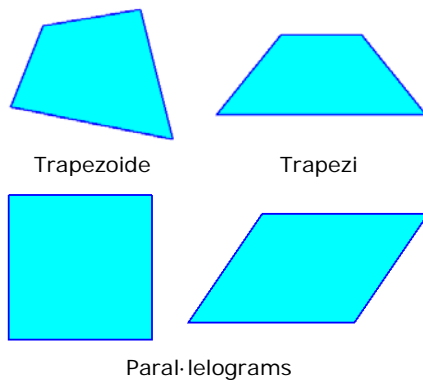
Elements i classificació



Un **paral·lelogram** és un quadrilàter que té els costats oposats sempre paral·lels, tal com s'ha vist en l'apartat anterior.

Els paral·lelograms es poden classificar atenent als seus angles i als seus costats en:

- **Trapezoides:** no tenen costats paral·lels.
- **Trapezis:** tenen dos costats paral·lels.
- **Paral·lelograms:** tenen els costats oposats paral·lels.



Un **quadrilàter** és un polígon de quatre costats.

Paral·lelograms

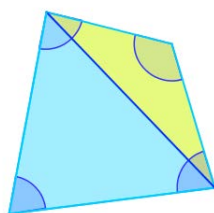
Un **paral·lelogram** és un quadrilàter que té els costats oposats sempre paral·lels, tal com s'ha vist en l'apartat anterior.

Els paral·lelograms es poden classificar atenent als seus angles i als seus costats en:

- **Quadrats:** els seus quatre costats són iguals i els seus quatre angles també.
- **Rectangles:** els costats oposats són iguals i els quatre angles també són iguals.
- **Rombes:** els seus quatre costats són iguals i els angles oposats són també iguals.
- **Romboïdes:** els costats oposats són iguals i els seus angles oposats són també iguals.

Quant sumen els angles interiors d'un quadrilàter?

La diagonal el divideix en dos triangles, la suma dels angles del quadrilàter és:



$$180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

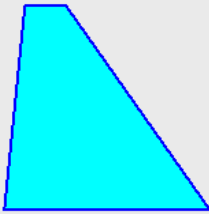
Un **paral·lelogram** és un quadrilàter de costats oposats paral·lels.

3. Quadrilàters

EXERCICIS resoltos

10. Classifica els següents quadrilàters:

a)



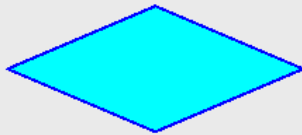
b)



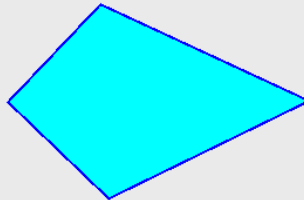
c)



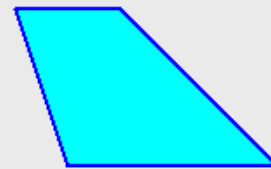
d)



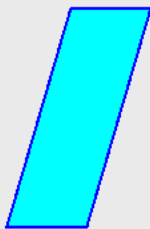
e)



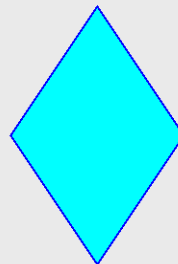
f)



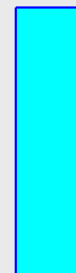
g)



h)



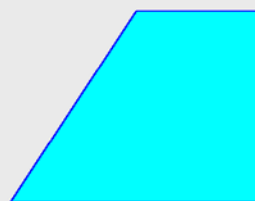
i)



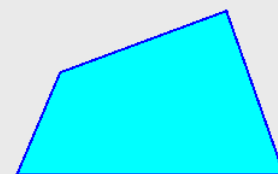
j)



k)



l)



- a) Trapezi
- d) Rombe
- g) Romboide
- j) Quadrat

- b) Rectangle
- e) Trapezoide
- h) Rombe
- k) Trapezi

- c) Romboide
- f) Trapezi
- i) Rectangle
- l) Trapezoide

4. Polígons regulars

Elements.

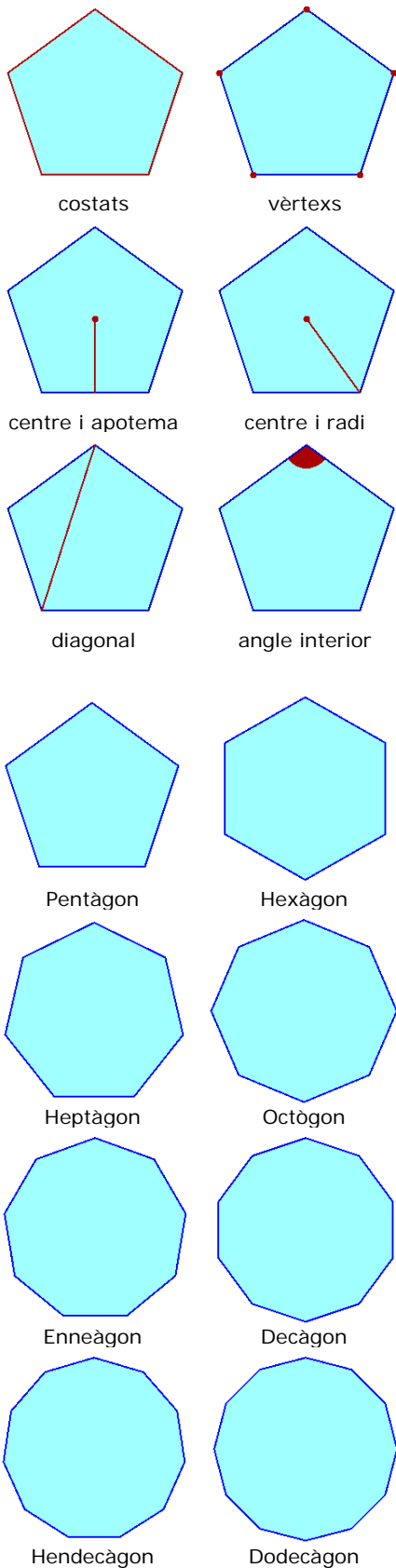
Un **polígon regular** és el que té els costats de la mateixa longitud i els seus angles són iguals

Els seus elements característics són:

- **Costat:** Cadascun dels segments de la línia poligonal tancada.
- **Vèrtex:** Cadascun dels punts comuns a dos costats consecutius.
- **Centre:** punt que equidista de tots els vèrtexs.
- **Apotema:** segment que uneix el centre del polígon amb el punt mig de cada costat.
- **Radi:** segment que uneix el centre del polígon amb cadascun dels vèrtexs.
- **Diagonal:** segment que té per extrems dos vèrtexs no consecutius.
- **Angle interior:** cadascun dels angles convexos formats per dos costats consecutius.

Cada polígon regular rep un nom segons el seu nombre de costats:

- De tres costats: triangle equilàter.
- De quatre costats: quadrat.
- De cinc costats: pentàgon regular.
- De sis costats: hexàgon regular.
- De set costats: heptàgon regular.
- De vuit costats: octògon regular.
- De nou costats: enneàgon regular.
- De deu costats: decàgon regular.
- De onze costats: hendecàgon regular.
- De dotze costats: dodecàgon regular.
- De tretze o més costats: no se li dóna cap nom, es parla del polígon regular de 13, 14, ..., costats.



Polígons, perímetres i àrees

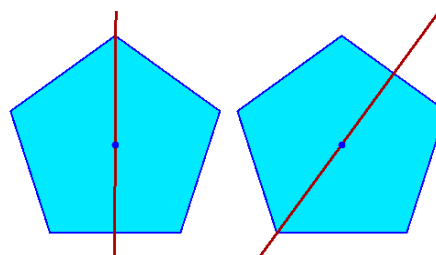
Eixos de simetria

Una línia que creua una figura geomètrica és un **eix de simetria** si la divideix en dues parts, de manera que si dobleguem per aquesta línia, una d'aquestes parts es superposa coincidint totalment amb l'altra.

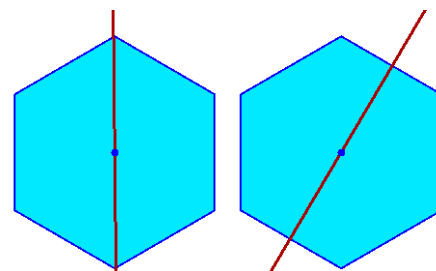
Observa les similituds i diferències, respecte els eixos de simetria que mostren els polígons, segons tinguin un **nombre parell o senar de costats**.

Un eix de simetria d'un polígon regular amb un nombre senar de costats passa per cadascun dels vèrtexs i pel punt mig del costat oposat.

Un polígon regular amb un nombre parell de costats té dos tipus d'eixos de simetria, un uneix dos vèrtexs oposats i l'altre, uneix els punts mitjans de dos costats oposats.



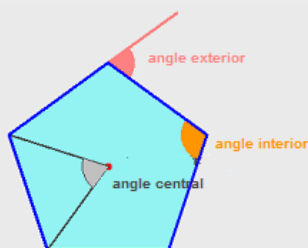
Eixos de simetria d'un pentàgon



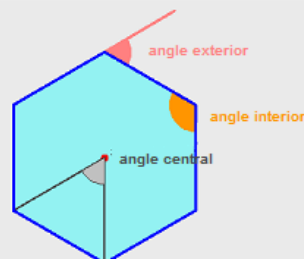
Eixos de simetria d'un hexàgon

EXERCICIS resolts

11. Calcula el valor dels angles central, interior i exterior en un pentàgon regular i en un hexàgon regular:

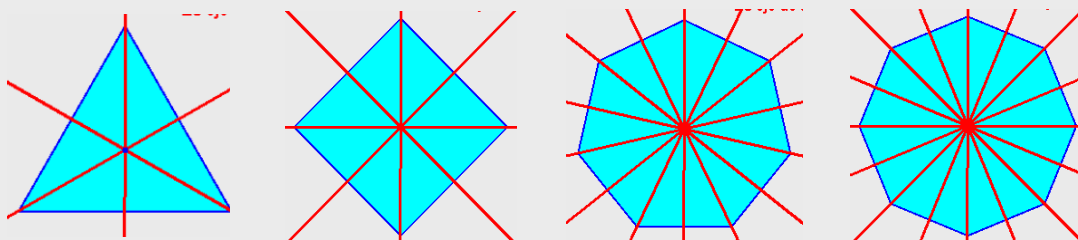


$$\begin{aligned} \text{Angle central: } & 360:5=72^\circ \\ \text{Angle interior: } & 180-72=108^\circ \\ \text{Angle exterior: } & 180-108=72^\circ \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{Angle central: } & 360:6=60^\circ \\ \text{Angle interior: } & 180-60=120^\circ \\ \text{Angle exterior: } & 180-120=60^\circ \end{aligned}$$

12. Dibuixa els eixos de simetria de simetria en un triangle equilàter, un quadrat, un heptàgon regular i un octògon regular:

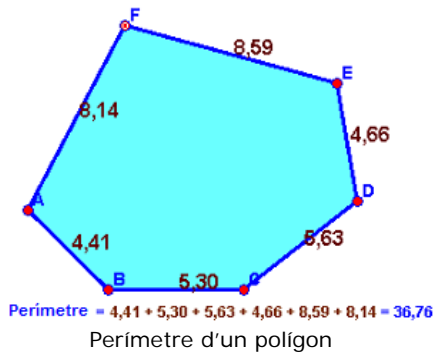


Polígons, perímetres i àrees

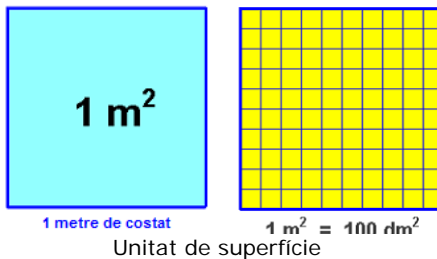
Definició. Mesurar àrees

El **perímetre** d'una figura plana és la **suma de les longituds dels seus costats**.

L'**àrea** d'una figura correspon a la **mesura de la superfície que ocupa la figura**. El càlcul de l'àrea es realitza de manera **indirecta**, és a dir, és necessari recórrer a diferents fórmules matemàtiques per conèixer-la, no podem mesurar-la com es fa amb les longituds (amb un regle podem "llegir" directament la longitud d'un segment).



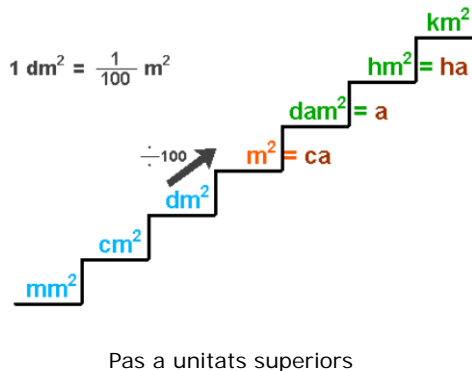
Sumant les longituds dels costats d'un polígon trobarem el seu **perímetre**. L'**àrea no es pot mesurar de forma directa**, s'ha de recórrer a fórmules indirectes.



Unitats de superfície

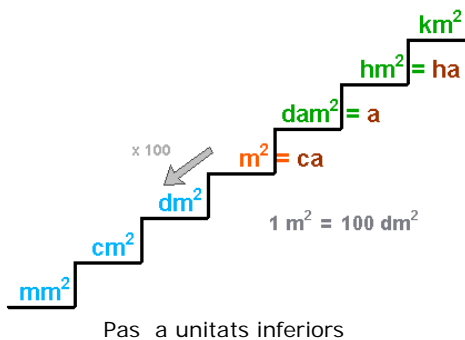
Per mesurar superfícies s'agafa com unitat la superfície que correspon a un quadrat d'un metre de costat. Aquesta unitat s'anomena **metre quadrat** i el seu símbol és m^2 .

En el gràfic es pot veure que mentre que un metre és igual a deu dècimes, un metre quadrat equival a cent centímetres quadrats. Les unitats de superfície varien de 100 en 100.



- Per passar d'una unitat a la seva immediatament posterior hem de dividir per 100.
- Per passar d'una unitat a la seva immediatament anterior hem de multiplicar per 100.

La unitat de superfície és el **metre quadrat (m^2)**.

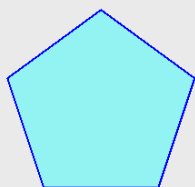


En la mesura de la superfície de terrenys se sol utilitzar com a unitat l'**Àrea**, que equival a un decàmetre quadrat o a cent metres quadrats.

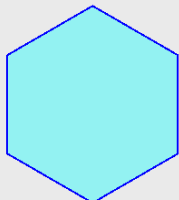
5. Perímetres i àrees

EXERCICIS resolts

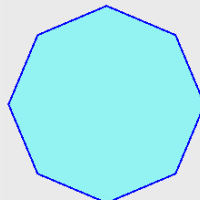
13. Calcula l'àrea dels següents polígons regulars expressant el resultat en decàmetres, metres, decímetres, centímetres i mil·límetres:



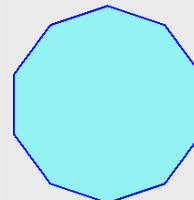
costat: 5 cm.



costat: 8 m.



costat: 2 dm.



costat: 4 mm.

- a) Perímetre del pentàgon: $0.025 \text{ dam} = 0.25 \text{ m} = 2.5 \text{ dm} = \mathbf{25 \text{ cm}} = 250 \text{ mm}$
b) Perímetre del hexàgon: $4.8 \text{ dam} = \mathbf{48 \text{ m}} = 480 \text{ dm} = 4800 \text{ cm} = 48000 \text{ mm}$
c) Perímetre del octògon: $0.16 \text{ dam} = 1.6 \text{ m} = \mathbf{16 \text{ dm}} = 160 \text{ cm} = 1600 \text{ mm}$
d) Perímetre del decàgon: $0.004 \text{ dam} = 0.04 \text{ m} = 0.4 \text{ dm} = 4 \text{ cm} = \mathbf{40 \text{ mm}}$

14. Quants cm^2 són 40 m^2 ?

Per passar de m^2 a cm^2 s'han de baixar dues posicions. S'ha de multiplicar dues vegades per 100. Equival a multiplicar per 10000.

$$40 \text{ m}^2 = 40 \cdot 100 \cdot 100 = 40 \cdot 10000 = 400000 \text{ cm}^2.$$

15. Quants m^2 son 500 mm^2 ?

Per passar de mm^2 a m^2 s'han de pujar tres posicions. S'han de dividir tres vegades per 100. Equival a dividir per 1000000.

$$500 \text{ mm}^2 = 500 : 100 : 100 : 100 = 500 : 1000000 = 0.0005 \text{ m}^2.$$

16. Quants dm^2 son 7 km^2 ?

Per passar de km^2 a dm^2 s'han de baixar quatre posicions. S'han de multiplicar quatre vegades per 100. Equival a multiplicar per 100000000.

$$7 \text{ km}^2 = 7 \cdot 100000000 = 700000000 \text{ dm}^2.$$

17. Quants hm^2 son 24 dam^2 ?

Per passar de dam^2 a hm^2 s'ha de pujar una posició. S'ha de dividir per 100.

$$24 \text{ dam}^2 = 24 : 100 = 0.24 \text{ hm}^2.$$

18. Quants mm^2 son 0.125 hm^2 ?

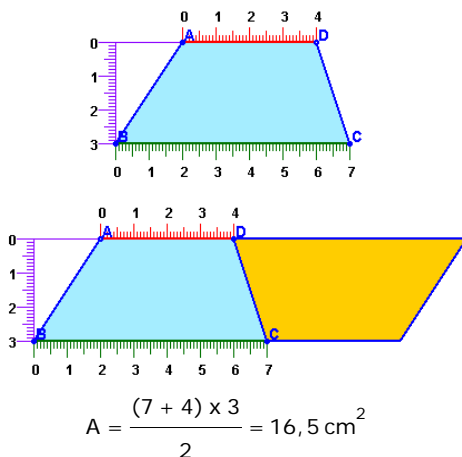
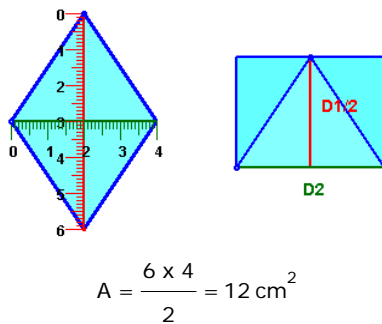
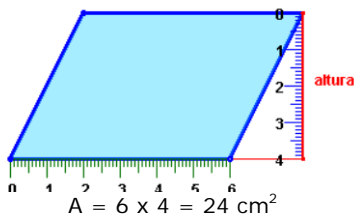
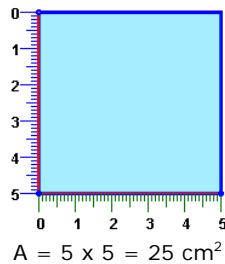
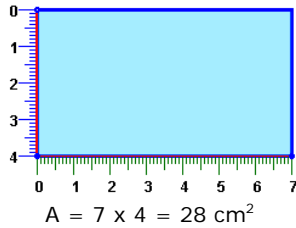
Per passar de hm^2 a mm^2 s'han de baixar cinc posicions. S'ha de multiplicar cinc vegades per 100. Equival a multiplicar per 10000000000.

$$0.125 \text{ hm}^2 = 0.125 \cdot 10000000000 = 1250000000 \text{ mm}^2.$$

6. Àrees de polígons

Àrees de quadrilàters

El càlcul de l'àrea d'un quadrilàter, en el cas de rectangles, quadrats i romboïdes, és molt senzilla.



El càlcul de l'àrea d'un rectangle és bàsic per entendre el càlcul d'àrees d'altres figures planes.

- **Àrea d'un rectangle.** S'obté multiplicant la base per l'altura: $A = \text{base} \times \text{altura}$.

- **Àrea de un quadrat.** $A = \text{costat} \times \text{costat} = \text{costat}^2$.

- **Àrea d'un romboïde.** S'obté a partir de l'àrea del rectangle, multiplicant la base per l'altura del romboïde (no per l'altre costat).

$$A = \text{base} \times \text{altura}$$

- **Àrea d'un rombe.** A partir d'un rombe es pot construir un rectangle com es pot observar en el gràfic de l'esquerra. La base coincideix amb una de les diagonals i l'altura amb la meitat de l'altra:

$$A = \frac{\text{Diagonal major} \times \text{diagonal menor}}{2}$$

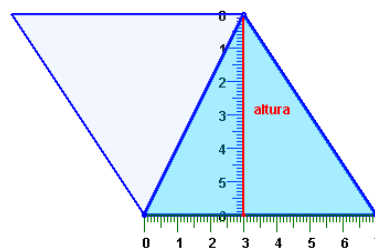
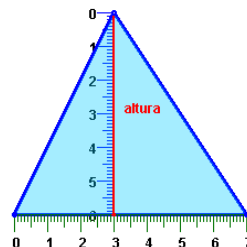
- **Àrea d'un trapezi.** Si es col·loca el mateix trapezi invertit com es mostra a la figura de l'esquerra, s'obté un romboïde. L'àrea d'aquest romboïde és el doble de l'àrea del trapezi. La base del romboïde és la suma de les bases dels trapezis i l'altura del romboïde coincideix amb l'altura del trapezi.

$$A = \frac{(\text{Base major} + \text{base menor}) \times \text{altura}}{2}$$

Àrees de triangles

Per entendre com es calcula l'àrea d'un triangle qualsevol, es col·loca el triangle invertit com es mostra a la figura de la dreta. S'obté un romboide d'àrea doble de la del triangle, la mateixa base i la mateixa altura.

L'**àrea** d'un triangle és igual al producte de la seva base per l'altura dividit entre dos.

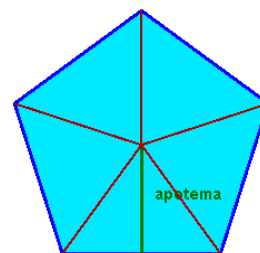


$$A = \frac{7 \times 6}{2} = 21 \text{ cm}^2$$

Àrees de polígons regulars

Per calcular l'àrea d'un polígon regular qualsevol es divideix en triangles unint el centre amb cadascun dels vèrtexs. L'altura de cadascun dels triangles coincideix amb l'apotema del polígon. Es calcula l'àrea d'un d'aquests triangles i es multiplica per el nombre de triangles que s'han format.

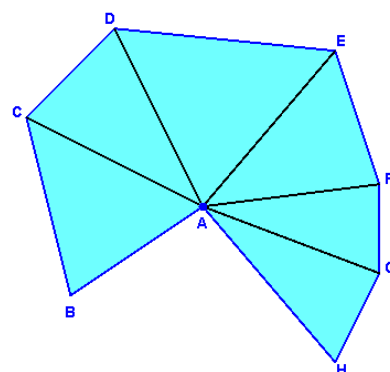
L'**àrea** d'un **polígon regular** és igual al producte del seu **perímetre** per la seva **apotema** dividit entre dos.



$$A = n \times \frac{\text{costat} \times \text{apotema}}{2} = \frac{(n \times \text{costat}) \times \text{apotema}}{2}$$

Àrees de polígons irregulars

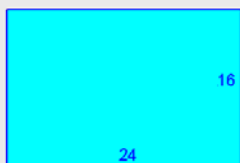
Per calcular l'àrea d'un polígon irregular qualsevol, hem de basar-nos en mètodes indirectes. Aquests mètodes, bàsicament, són tres: l'anomenat mètode de **triangulació**, l'ús d'una **trama quadriculada** o, en alguns casos, **descompondre el polígon en quadrilàters coneguts**.



Triangulació d'un polígon irregular

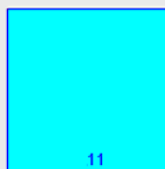
EXERCICIS resolts

19. Calculeu l'àrea dels següents paral·lelograms:



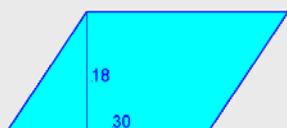
$$A = 24 \times 16$$

$$A = 384 \text{ cm}^2$$



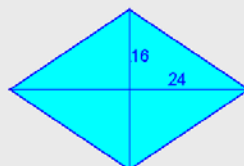
$$A = 11^2$$

$$A = 121 \text{ cm}^2$$



$$A = 30 \times 18$$

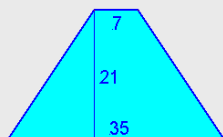
$$A = 540 \text{ cm}^2$$



$$A = \frac{24 \times 16}{2}$$

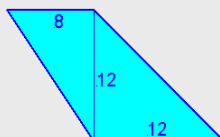
$$A = 192 \text{ cm}^2$$

20. Calculeu l'àrea dels següents quadrilàters:



$$A = \frac{(35+7) \times 21}{2}$$

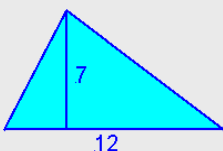
$$A = 441 \text{ cm}^2$$



$$A = \frac{(12+8) \times 12}{2}$$

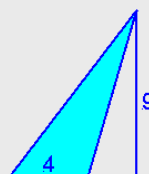
$$A = 120 \text{ cm}^2$$

21. Calculeu l'àrea dels següents triangles:



$$A = \frac{12 \times 7}{2}$$

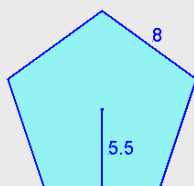
$$A = 42 \text{ cm}^2$$



$$A = \frac{4 \times 9}{2}$$

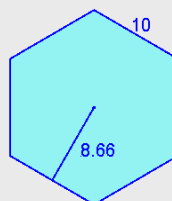
$$A = 18 \text{ cm}^2$$

22. Calculeu l'àrea dels següents polígons regulars:



$$A = \frac{5 \times 8 \times 5.5}{2}$$

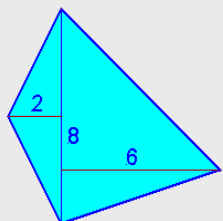
$$A = 110 \text{ cm}^2$$



$$A = \frac{6 \times 10 \times 8.66}{2}$$

$$A = 259.8 \text{ cm}^2$$

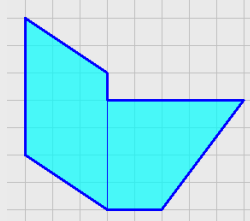
23. Calculeu l'àrea dels següents polígons:



$$A_1 = \frac{8 \times 2}{2} = 8 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{8 \times 6}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

$$A = 8 + 24 = 32 \text{ cm}^2$$



$$A = 5 \times 3 = 15 \text{ cm}^2$$

$$A = \frac{(5+2) \times 4}{2} = 14 \text{ cm}^2$$

$$A = 15 + 14 = 29 \text{ cm}^2$$

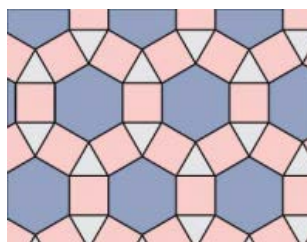


Per practicar

1. Volem emmarcar un quadre de dimensions totals 103 cm de base per 63 cm d'altura. Quina longitud haurà de tenir la motllura que volem utilitzar? Si la motllura costa 7,2 euros el metre, calcula el preu del marc.
2. En una ciutat hi ha un parc en forma de pentàgon irregular. Els costats mesuren respectivament, 45, 39, 29, 17 i 39 metres. Quina longitud té la tanca que l'envolta?
3. En les festes d'un poble han muntat un envelat per fer la revetlla en forma de polígon regular de 11 costats. L'envelat està envoltat per una garlanda amb bombetes que té una longitud total de 68 m. Quant mesura el costat de l'envelat?
4. S'ha d'enrajolar el pati interior d'un edifici amb rajoles quadrades de 30 cm de costat. El pati és rectangular i les seves mesures són 10 m per 12 m. Quantes rajoles es necessitaran?
5. Una vela triangular d'una barca s'ha fet malbé i s'ha de substituir per una altra. Per confegir la nova vela, ens cobren 21 euros per m^2 . Quant valdrà la nova vela si ha de tenir 8 m d'altura i 4 m de base?
6. Un rotllo de tela de 2 m d'amplada s'ha utilitzat per tallar 1050 mocadors quadrats de 20 cm de costat. Quina longitud de tela hi havia en el rotllo si no ha faltat ni sobrat tela?
7. Hem fabricat un estel, que té forma de rombe, i les diagonals mesuren 393 cm i 205 cm respectivament. Per fer-lo, s'ha utilitzat una làmina plàstica rectangular de longitud i amplada iguals que les de l'estel. Calcula l'àrea de l'estel i de la làmina.
8. Una empresa fabrica para-sols per a la platja. Per fer-ho fa servir tela

tallada en forma de polígon regular. Calcula la quantitat de tela que necessitarà per poder fabricar 36 para-sols de 10 costats si sabem que el costat mesura 173 cm i la seva apotema mesura 266,21 cm.

9. Calcula l'àrea d'una de les corones poligonals del mosaic representat (les formades per quadrants i triangles que envolten cadascun dels hexàgons). El costat de l'hexàgon és igual al del dodecàgon i mesura 30 cm. L'apotema de l'hexàgon mesura 25,98 cm. L'apotema del dodecàgon mesura 55,98 cm.



10. La torre d'una antiga fortificació és de planta hexagonal. S'ha mesurat l'àrea de la planta inferior, i s'ha obtingut un resultat de $166,27 m^2$. Si cadascuna de les parets mesura 8 m d'amplada, quant mesura l'apotema de la planta de la torre?
11. a) Quants dam^2 són $97 hm^2$?
b) Quants dm^2 són $172 dam^2$?
c) Quants cm^2 són $0.5 km^2$?
d) Quants dm^2 són $2 km^2$?
e) Quants mm^2 són $256 m^2$?
12. a) Quants m^2 són $250000 mm^2$?
b) Quants dam^2 són $6 m^2$?
c) Quants hm^2 són $1423 mm^2$?
d) Quants km^2 són $8000 dm^2$?
e) Quants m^2 són $1500000 cm^2$?



La recta d'Euler

Si marquem els **quatre punts notables** de qualsevol triangle, tres d'ells sempre estan **alineats** (**circumcentre**, **baricentre** i **ortocentre**). La recta que passa per aquests punts s'anomena **recta d'Euler**. En quins casos la **recta d'Euler** passa pels quatre punts notables del triangle?

Recta d'Euler d'un triangle acutangle. Recta d'Euler d'un triangle rectangle. Recta d'Euler d'un triangle obtusangle.

En un triangle isòsceles els quatre punts estan alineats. L'incentre està en la recta d'Euler. En un triangle equilàter els quatre punts coincideixen. No hi ha recta d'Euler.

Recobrint el pla

En l'art, el disseny tèxtil i les matemàtiques, resulta molt interessant poder saber quins polígons recobreixen totalment el pla, sense deixar espais buits ni superposar-se entre ells. En la següent escena pots provar amb alguns d'ells. Quins són els que et permeten recobrir totalment el pla?

Amb triangles equilàters és possible recobrir el pla. Amb quadrats és possible recobrir el pla. Amb pentàgons regulars no és possible recobrir el pla. Amb hexàgons regulars és possible recobrir el pla.

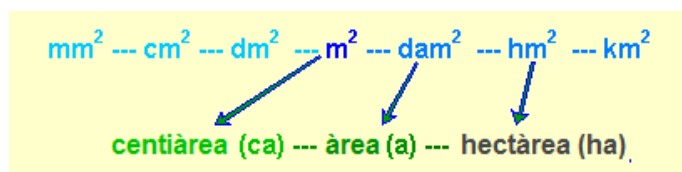
Amb qualsevol altre polígon regular no seria possible recobrir tot el pla, però sí que seria possible, en alguns casos, utilitzant polígons diferents, per exemple, quadrats i octògons.

Polígons, perímetres i àrees

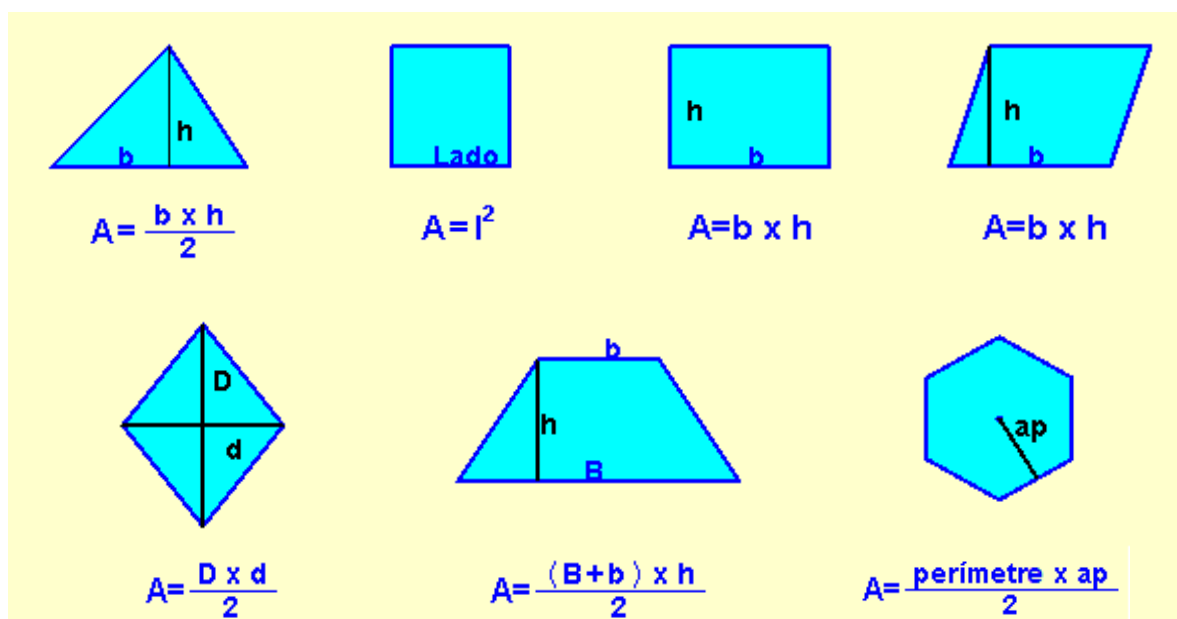


Recorda el més important

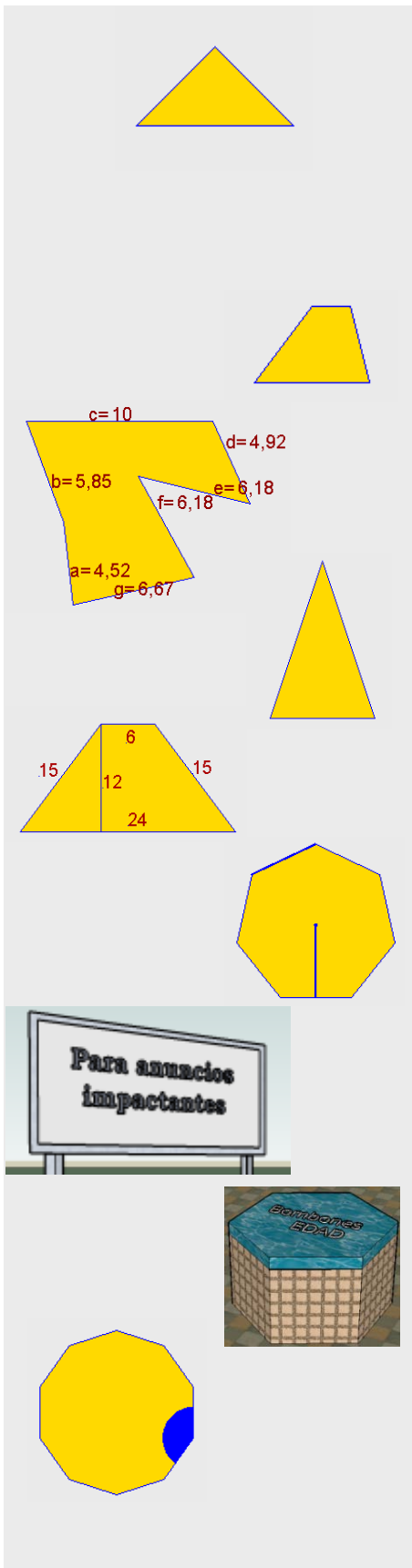
- Una **línia poligonal** és la que s'obté en concatenar diversos segments. Pot ser **oberta** o **tancada**.
- Un **polígon** és la superfície interior d'una línia poligonal tancada. Els polígons poden ser: **còncavs** o **convexos** i **regulars** o **irregulars**.
- Els triangles poden classificar-se en: **acutangles**, **rectangles** i **obtusangles**, segons els seus angles, i en: **equilàters**, **isòsceles** i **escalens**, segons els seus costats.
- Els **quadrilàters** poden ser: **paral·lelograms**, **trapezis** i **trapezoides**, segons tinguin costats paral·lels o no.
- Els paral·lelograms es divideixen en: **quadrats**, **rectangles**, **rombes** i **romboides**.
- La unitat d'àrea és el **metre quadrat** (m^2). Les unitats d'àrea varien de 100 en 100.
- Per mesurar terrenys agraris se solen utilitzar les anomenades **unitats agràries**: **Àrea (a)**, **hectàrea (Ha)** i **centiàrea (ca)**, que equivalen, respectivament al dam^2 , al Hm^2 i al m^2 .



- El **càlcul d'àrees** de triangles, quadrilàters i polígons regulars es realitza mitjançant l'aplicació de diferents **fórmules**.
- En el cas de polígons irregulars s'utilitzen tècniques com: la **triangulació**, **quadriculació** i **descomposició**.



Autoavaluació



1. Classifica el següent triangle segons els seus costats.
2. Com s'anomena el punt on es tallen les medians d'un triangle?
3. Classifica el quadrilàter.
4. Calcula el perímetre del polígon.
5. Calcula l'àrea del triangle sabent que la base mesura 4 cm, els costats iguals mesuren 6,3 cm i l'altura 6 cm.
6. Calcula l'àrea del quadrilàter.
7. Calcula l'àrea d'un heptàgon regular sabent que el costat mesura 8 cm i l'apotema 8,30 cm.
8. Una tanca publicitària mesura 9 metres de base i la seva àrea és de 27 m^2 . Quina és la seva altura?
9. Esbrina l'apotema d'una tapa d'una bombonera amb forma d'hexàgon regular, si la seva àrea és de $314,86 \text{ cm}^2$ i el costat és de 11 cm.
10. Calcula la mesura de l'angle interior d'un decàgon regular.

Solucions dels exercicis per practicar

1. 23,90 euros
2. 169 metres
3. 6,18 metres
4. 1333 rajoles
5. 336 euros
6. 21 metres
7. 4,03 metres, 8,06 metres
8. 23,03 metres quadrats
9. 7738,2 centímetres quadrats
10. 6,93 metres
11. a) 9700 dam²
b) 1720000 dm²
c) 5000000000 cm²
d) 200000000 dm²
e) 256000000 mm²
12. a) 0,25 m²
b) 0,06 dam²
c) 0.0000001423 hm²
d) 0,0008 km²
e) 150 m²

Solucions AUTOAVALUACIÓ

1. Isòsceles
2. Baricentre
3. Trapezi
4. 44,32 cm²
5. 12 cm²
6. 180 cm²
7. 232,4 cm²
8. 3 metres
9. 4,77 cm
10. 144°