

## Objectius

Aquesta quinzena aprendràs a:

- Saber si un nombre és múltiple d'un altre.
- Reconèixer les divisions exactes.
- Trobar tots els divisors d'un nombre.
- Reconèixer els nombres primers.
- Descompondre un nombre en els seus factors primers.
- Trobar el mínim comú múltiple de dos o més nombres.
- Trobar el màxim comú divisor de dos o més nombres.
- Resoldre problemes senzills aplicant aquests coneixements.

Abans de començar

1. Múltiples i divisors .....	pàg. 4
Múltiples d'un nombre	
La divisió exacta	
Divisors d'un nombre	
Criteris de divisibilitat	
2. Nombres primers .....	pàg. 6
Nombres primers i compostos	
Obtenció de nombres primers	
Descomposició factorial	
3. mcm i mcd. ....	pàg. 8
El mínim comú múltiple	
Obtenció del mcm	
El màxim comú divisor	
Obtenció del mcd	
4. Aplicacions .....	pàg. 9
Problemes d'aplicació	

Exercicis per practicar

Per saber-ne més

Resum

Autoavaluació



## Abans de començar



Aquesta cascada de nombres es transforma després en un ball. Els nombres que baixen, quan arriben al centre comencen un moviment circular, cada nombre segons el seu valor, de manera que, quan ha completat un cicle, un nombre es troba amb un múltiple seu. Segons això podem distingir quatre classes de nombres:

- El nombre 0, que segueix el seu camí recte, aliè a tot, i desapareix.
- El nombre 1, que incideix sobre cada nombre dels que baixen.
- Els nombres que en arribar al centre coincideixen només amb el nombre 1. Fan els seus cicles per l'esquerra. Són els nombres primers.
- Els nombres que, en arribar al centre coincideixen amb algun altre nombre a més de l'1, fan els seus cicles per la dreta. Són els nombres compostos.

# Múltiples i divisors

## 1. Múltiples i divisors

### Els múltiples d'un nombre

Els **múltiples** d'un nombre natural són els nombres naturals que resulten de multiplicar aquest nombre per altres nombres naturals.

Diem que un nombre és múltiple d'un altre si el conté un nombre enter de vegades.

- El nombre 0 només té un múltiple, que és el 0. Els altres nombres naturals tenen infinits múltiples.
- El nombre 0 és múltiple de tots els nombres.
- Tots els nombres són múltiples d'1.

Els 50 primers múltiples de 7:

0	7	14	21	28
35	42	49	56	63
70	77	84	91	98
105	112	119	126	133
140	147	154	161	168
175	182	189	196	203
210	217	224	231	238
245	252	259	266	273
280	287	294	301	308
315	322	329	336	343

### La divisió exacta de nombres naturals

En dividir dos nombres naturals pot succeir que el residu sigui 0, això passa perquè el **dividend** és **múltiple** del divisor, diem que és una divisió **exacta**.

Si el residu no és 0 la divisió no és exacta. El dividend no és múltiple del divisor.

**Divisió exacta** és la que té **residu 0**.

$$\begin{array}{r|l} 42 & 7 \\ \hline 0 & 6 \end{array}$$

Divisió exacta, 42 és múltiple de 7

La divisió no és exacta, 39 no és múltiple de 8

$$\begin{array}{r|l} 39 & 8 \\ \hline 7 & 4 \end{array}$$

### Els divisors d'un nombre

Els divisors d'un nombre natural són els nombres naturals que el poden dividir de manera exacta, és a dir, que tenen residu 0.

Ser divisor és recíproc de ser múltiple. Si 9 és múltiple de 3, aleshores 3 és divisor de 9.

Un nombre a és **divisor** d'un nombre b si la divisió de b entre a, és exacta.

Cada nombre té una quantitat concreta de divisores. A la dreta hi pots veure alguns exemples.

- Només el 0 té infinit nombre de divisors, ja que tots els nombres són divisors de 0. El nombre 1 només té un divisor. El 0 i l'1 són nombres especials.

Els divisors de **60** són:

1	2	3	4
5	6	10	12
15	20	30	60

té 12 divisors

Els divisors de **24** són:

1	2	3	4
6	8	12	24

té 8 divisors

Els divisors de **73** són:

1	73
---	----

Només té 2 divisors, l'1 i ell mateix

El nombre **1650**

- Acaba en 0, és múltiple de **2**
- Les seves xifres sumen  $1+6+5+0=12$ , és múltiple de **3**
- Acaba en 0, és múltiple de **5**
- També es múltiple de **10**
- $1+5=6$ ,  $6+0=6$ , y  $6-6=0$  és múltiple d'**11**

El nombre **49275**

- $4+9+2+7+5=27$ , és múltiple de **3** i també de **9**.
- Acaba en 5, -es múltiple de **5**

## Críteris de divisibilitat

Podem saber fàcilment si un nombre és divisible per un altre sense necessitat de fer la divisió, observant aquestes característiques:

- Els múltiples de 2 acaben en 0, 2, 4, 6, 8.
- En els múltiples de 3 si sumem el valor individual de les seves xifres resulta també un múltiple de 3.
- Els múltiples de 5 acaben en 0 ó 5.
- En els múltiples de 9 si sumem el valor individual de les seves xifres resulta també un múltiple de 9.
- Els múltiples de 10 acaben en 0.
- En els múltiples d'11 s'acompleix que si sumem el valor individual de les xifres que estan en posició parell, a part sumem el valor individual de les xifres en posició senar, en restar aquestes dues quantitats ens dona un múltiple d'11 (el 0 també ho és).

## EXERCICIS resoltos

1. Quins dels següents nombres són múltiples de 6?

33, 54, 9, 88, 68, 6, 89, 53, 73, 77, 42, 3.

Solució: Són múltiples 54, 6 i 42.

No són múltiples 33, 9, 88, 68, 89, 53, 73, 77, i 3.

2. Busca els 9 divisors de 36.

Solució: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 i 36.

3. Quins dels següents nombres són divisors de 48?

4, 7, 6, 35, 10, 8, 24, 1, 3, 17, 21, 12.

Solució: Són divisors 4, 6, 8, 24, 1, 3, 12.

No són divisors 7, 35, 10, 17, 21.

4. El nombre 74652, és divisible per 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11?

Solució: És divisible per 2, 3, 4, i 6.

No és divisible per 5, 8, 9, 10 i 11.

## 2. Nombres primers i compostos

### Nombres primers i nombres compostos

En comprovar quants divisors tenen els nombres observem que:

L'1 és l'únic nombre que només té un divisor, per això és un nombre especial. té infinits divisors, ja que tots els nombres són divisors de 0, també és un nombre especial. Pels altres nombres poden passar dos casos que tinguin només 2 divisors, l'1 i el mateix nombre, o que en tinguin més.

- Els nombres **primers** són els que tenen dos divisors, que són l'1 i el mateix nombre primer.
- Els nombres **compostos** són els que tenen més de dos divisors, són els més freqüents.

### Obtenció de nombres primers

No existeix un mètode directe per obtenir sistemàticament tots els nombres primers.

Per poder afirmar que un nombre és primer, hem de comprovar que aquest nombre no és múltiple dels primers menors que ell, de fet és suficient amb els que siguin menors que la seva arrel quadrada.

**601** és un nre. primer.

**602** és un nre. compost, Es pot dividir per 2.

**603** és un nre. compost, Es pot dividir per 3.

**604** és un nre. compost, Es pot dividir per 2.

**605** és un nre. compost, Es pot dividir per 5.

**606** és un nre. compost, Es pot dividir per 2 i per 3.

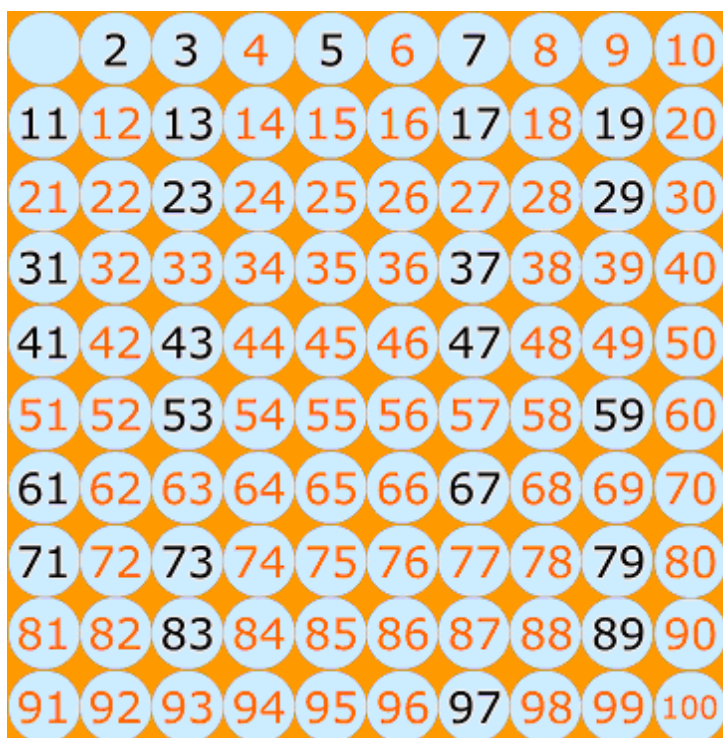
**607** és un nre. primer.

**608** és un nre. compost, Es pot dividir per 2.

**609** és un nre. compost, Es pot dividir per 3.

**610** és un nre. compost, Es pot dividir per 2, 5 i 10.

**611** és un nre. compost, Es pot dividir per 13.



**El Garbell d'Eratòstenes** és un procediment per obtenir els primers nombres primers.

Es col·loquen els nombres naturals a partir del 2.

- a) Començant pel nombre 2, el deixem, i a partir d'ell comptem de 2 en 2 i eliminem tots els nombres parells.
- b) El primer nombre dels que queden és el 3, el deixem, i des d'ell eliminem els nombres que siguin múltiples de 3.
- c) El següent nombre dels que queden és el 5, el deixem, i des d'ell eliminem els nombres que siguin múltiples de 5.
- d) Així anem avançant, quan arribem a un nombre que no ha estat eliminat el deixem, i a partir d'ell els nombres que en siguin múltiples els eliminem. Finalment hauran quedat només nombres primers.

En el requadre pots veure els nombres primers menors que 100.

## Descomposició factorial de 220

220 és divisible per 2  
 $220:2 = 110$        $220=2 \cdot 110$   
 1100 és divisible per 2  
 $110:2 = 55$        $220=2 \cdot 2 \cdot 55$   
 55 és divisible per 5  
 $55:5=11$        $220=2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$   
 11 és divisible per 11  
 $11:11=1$        $220=2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 1$

Es disposa així:

$$\begin{array}{r|l}
 220 & 2 \\
 220:2 \rightarrow 110 & 2 \\
 110:2 \rightarrow 55 & 5 \\
 55:5 \rightarrow 11 & 11 \\
 11:11 \rightarrow 1 & 
 \end{array}$$

$$220=2^2 \cdot 5 \cdot 11$$

## Descomposició factorial d'un nombre

Descompondre un nombre en factors és posar-lo com a producte de factors primers. Es procedeix de la següent manera:

- Dividim el nombre pel primer nombre primer que puguem.
- El quocient que hagi resultat el col·loquem a sota del nombre.
- Si podem seguim dividint successivament aquest quocient pel mateix nombre primer.
- Quan no puguem fer la divisió per aquest nombre primer, la fem pel següent nombre primer que puguem.
- Així successivament, fins que el quocient final sigui 1.
- Finalment, posem aquest nombre com un producte de potències de factors primers.

## EXERCICIS resoltos

5. Indica si aquests nombres són primers o compostos.

76, 51, 23, 60, 72, 47, 36, 64, 21, 30, 53, 49.

Solució: Són primers 23, 47 i 53.

Són compostos 76, 51, 60, 72, 36, 64, 21, 30 i 49.

6. Descomposició factorial del nombre 31164.

Solució:  $31164 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 53$ .

7. Troba el mínim comú múltiple de 6 i 8.

La seva descomposició factorial:  $6 = 2 \cdot 3$

$$8 = 2^3$$

Solució:  $\text{mcm}(6, 8) = 24$

8. Troba el mínim comú múltiple de 15, 9 i 10.

La seva descomposició factorial:  $15 = 3 \cdot 5$

$$9 = 3^2$$

$$10 = 2 \cdot 5$$

Solució:  $\text{mcm}(15, 9, 10) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$

# Múltiples i divisors

## 3. Mínim comú múltiple i màxim comú divisor

### Mínim comú múltiple

El mínim comú múltiple de diversos nombres, a, b, c, etc., és el nombre més petit que és múltiple de tots aquests nombres, sense considerar el 0.

Se escriu mcm (a, b, c, ...)

- EXEMPLE: mcm de 12 i 30

Múltiples de 12 → 12, 24, 36, 48, **60**, 72, 96, 108, 120, ...

Múltiples de 30 → 30, **60**, 90, 120, 150, 180, 210, ...

Hi ha molts més nombres que són a la vegada múltiples de 12 i de 30, però el menor de tots és 60.

$$\text{mcm}(12,30) = \mathbf{60}$$

### Màxim comú divisor

El màxim comú divisor de diversos nombres a, b, c, etc., és el nombre més gran que és divisor de tots aquests nombres.

Se escriu mcd (a, b, c, ...)

- EXEMPLE: mcd de 12 i 30

Divisors de 12 → 1, 2, 3, 4, **6**, 12

Divisors de 30 → 1, 2, 3, 5, **6**, 10, 15, 30

1, 2, 3 i 6 són divisors de 12 i de 30, el major és el 6.

$$\text{mcd}(12,30) = \mathbf{6}$$

### Calcular el mcm i el mcd

Comencem descomponent els nombres en factors primers:

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$12 = 2^2 \cdot 3 \quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{mcm}(12,30) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

$$\text{mcd}(12,30) = 2 \cdot 3 = 6$$

- El **mínim comú múltiple** de diversos nombres és el producte dels factors **comuns i no comuns** elevats al seu **major** exponent.
- El **màxim comú divisor** de diversos nombres és el producte dels **factores comuns** elevats a l'exponent **menor**.

Quan resulta que l'únic divisor comú entre dos nombres és l'1, diem que són primers entre sí. Per exemple el 72 i el 55, el 8 i el 9, el 15 i el 16.

## EXERCICIS resoltos

9. Troba el mcd de 64 i 100

La seva descomposició en factors:

$$64 = 2^6$$

$$100 = 2^2 \cdot 5^2$$

Solució:  $\text{mcd}(64, 100) = 2^2 = 4$

10. Calcula el mcd i el mcm de 15 i 18, després multiplica'ls. Efectua també el producte 15·18, què hi observes?

Solució:  $\text{mcd}(15, 18) = 3$

$$\text{mcm}(15, 18) = 90$$

$$\text{El seu producte} = 18 \cdot 15 = 270$$

$$\text{El producte del seu mcd pel seu mcm} = 3 \cdot 90 = 270$$

11. Els nombres 8 i 21 no tenen divisors comuns, són primers entre sí. Quin és el seu mcm?

Solució: Si no tenen factors comuns, el seu mcd és 1.

$$\text{El seu mcm és el seu producte} = 8 \cdot 21 = 168$$

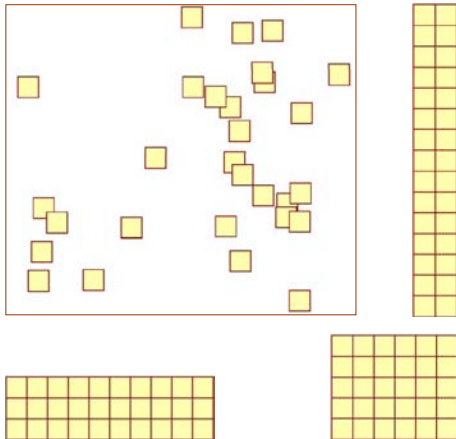
12. Troba dos nombres primers entre sí el producte dels quals sigui 72.

Solució: Si no tenen factors comuns, el seu mcd és 1.

$$\text{El seu mcm és el seu producte} = 8 \cdot 9 = 72$$



## 4. Aplicacions



### Problemes d'aplicació

1) Tinc una col·lecció de 30 minerals, guardats cadascun en una caixa quadrada, totes les caixes són iguals. Vull posar aquestes caixes en exposició de manera que formin un rectangle complet. De quantes maneres ho puc fer? Quina és la disposició que més s'assembla a un quadrat?

✓ Els divisors de 30 són 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 i 30

Puc posar les caixes en rectangles de les següents maneres:

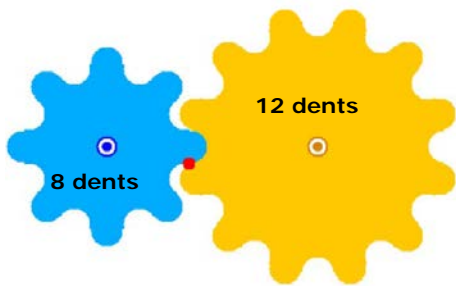
$$1 \times 30 \quad \text{ó} \quad 30 \times 1$$

$$2 \times 15 \quad \text{ó} \quad 15 \times 2$$

$$3 \times 10 \quad \text{ó} \quad 10 \times 3$$

$$5 \times 6 \quad \text{ó} \quad 6 \times 5$$

Qualsevol d'aquestes dues disposicions és la més "quadrada"



2) Aquestes rodes dentades formen un engranatge. Calcula quantes dents de cada roda han de passar fins que els punts assenyalats en color vermell tornin a coincidir. Quantes voltes haurà donat cadascuna de les rodes?

✓ La roda blava té 8 dents, la groga 12.

El número de dents que han de passar fins que tornin a coincidir és un múltiple de 8 i de 12, a més el menor dels múltiples comuns.

$$8 = 2^3 \quad 12 = 2^2 \cdot 3 \quad \text{mcm}(8, 12) = 2^3 \cdot 3 = 24$$

Quan hagin passat 24 dents, els punts vermells tornaran a coincidir.

La roda blava haurà girat  $24:8 = 3$  voltes.

La roda groga haurà donat  $24:12 = 2$  voltes.



3) Tinc peces de colors per fer collarets, n'hi ha 120 de blaves, 160 de vermelles i 200 de blanques. Vull fer collarets tan llargs com sigui possible, cada collaret amb el mateix nombre de peces sense que en sobrin i sense barrejar colors. Quantes peces he d'utilitzar per a cada collaret? Quants collarets de cada color puc fer?

✓ Si no poden sobrar peces de cap dels tres colors, el número de peces que hauré de posar és un divisor de 120, 160 i 200. Com que també els vull fer tan llargs com sigui possible serà el mcd.

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \quad 160 = 2^5 \cdot 5 \quad 200 = 2^3 \cdot 5^2$$

$$\text{mcd}(120, 160, 200) = 2^3 \cdot 5 = 40$$

40 peces utilitzaré a cada collaret

Puc fer  $120:40 = 3$  collarets blaus,

$160:40 = 4$  collarets vermells,

$200:40 = 5$  collarets blancs.

# Múltiples i divisors



## Per practicar

1. És 176 múltiple de 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 41?

Aplica els criteris de divisibilitat o realitza la divisió per veure si el residu és 0.

- Divisibilitat per 2 o per 5 que l'última xifra ho sigui.
- Divisibilitat per 3 o per 9 que la suma de les xifres ho sigui.

2. És 198 divisible per 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 41?

3. Escriu els 10 primers múltiples de 8.

4. Escriu els múltiples de 12 menors que 100.

5. La descomposició en factors primers de 15000 és  $2^3 \cdot 3 \cdot 5^4$ . Quants divisors té?

Fem la descomposició en factors primers, augmentem en 1 cadascun dels exponents. El producte d'aquests exponents augmentats és el nombre de divisors.

6. Quants divisors té el nombre 810?

7. Troba els divisors de 6728

$$6728 = 2^3 \cdot 29^2$$

Calcula primer el nombre de divisors, serà més fàcil.

8. Troba els divisors de 147.

9. Decideix raonadament si 247 és primer o no.

Els possibles primers que poden dividir a 247 són els menors que  $\sqrt{247}$  són 2, 3, 5, 7, 11, 13.

10. Decideix raonadament si 131 és primer o no.

11. Troba el mínim comú múltiple de:

- a) 72, 60.
- b) 150, 90
- c) 9, 24, 6
- d) 36, 15, 4

Convé que primer facis la descomposició factorial d'aquests nombres.

12. Troba el màxim comú divisor de:

- a) 72, 24
- b) 56, 81
- c) 84, 108, 36
- d) 54, 60, 18

Convé que primer facis la descomposició factorial d'aquests nombres.

### mcd o mcm?

13. L'Anna va a la biblioteca de l'institut, oberta tots els dies, inclosos els festius, cada 4 dies i en Joan, cada 6 dies. Si han coincidit avui. D'aquí a quants dies tornaran a coincidir?

14. La Maria i en Jordi tenen 30 boles blanques, 27 blaves i 42 vermelles i volen fer el major nombre possible de fileres iguals. Quantes fileres poden fer?

15. Un ebenista vol tallar una planxa de 10 dm de llarg i 6 d'ample, en quadrats el més grans possibles i amb el costat mesurant un nombre enter de decimetres. Quina ha de ser la longitud del costat?

16. La alarma d'un rellotge sona cada 9 minuts, un altre cada 21 minuts. Si acaben de coincidir els dos donant el senyal. Quant de temps passarà perquè els dos tornin a coincidir?

Per saber-ne més



## Quants nombres primers hi ha?

En quina proporció es troben els nombres primers respecte al total de nombres naturals?

Els nombres primers són força freqüents entre els primers  $n$  naturals, però a mesura que avancem a nombres grans escassegen, això ens podria fer pensar que a partir de cert nombre ja no hi ha més nombres primers.

Per resoldre aquest dubte fem aquest raonament, que ja van fer els antics grecs:

Si la quantitat de nombres primers fora concreta, podríem multiplicar-los tots ells i obtindríem el nombre  $m$ .

El nombre  $m$ , lògicament, seria compost, però el nombre que li segueix  $m+1$  en ser dividit per qualsevol nombre primer donaria de residu 1, per tant no seria múltiple de cap d'ells, és a dir seria primer.

Després sempre podem obtenir un altre nombre primer més, és a dir, el conjunt de nombres primers és il·limitat.

## Quin és el major nombre primer conegut?

A dia d'avui, aquest que té ni més ni menys que 12.978.189 de dígit!, per la qual cosa, òbviament, no es pot escriure aquí.

$$2^{43112609} - 1 =$$

31647026933025592314...80022181166697152511

Va ser descobert el 23 d'agost de 2008 a la Universitat de Califòrnia i el seu descobridor va guanyar el premi de 100.000 dòlars, ofert per *Electronic Frontier Foundation* al primer que aconseguís un nombre primer amb més de 10.000.000 de dígit. Ocupa el nre. 46 de la llista de primers de Mersenne, encara que el nre. 45 va ser descobert 2 setmanes més tard.

Avui dia hi ha un premi de 150.000 dòlars per al primer que aconseguixi un nombre primer amb més de 100.000.000 de xifres, així que ànim!



## Què és un nombre perfecte?

Es diu que un nombre és perfecte quan és igual a la suma dels seus divisors, llevat d'ell mateix.

Els divisors de 6 són 1, 2, 3 i 6  
 $1+2+3=6$

El 6 és un nre. perfecte.

Els divisors de 28 són 1, 2, 4, 7, 14, 28  
 $1+2+4+7+14=28$

28 també és perfecte.

El següent nombre perfecte és el 496. T'atreveixes a comprovar-ho?. Després ve el 8128, el 33550336 i el 8589869056, fixa't que acaben en 6 o en 8.

Euclides ja va descobrir una fórmula per calcular nombres perfectes:

$$6=2 \cdot 3=2^1 \cdot (2^2-1)$$

$$28=4 \cdot 7=2^2 \cdot (2^3-1)$$

$$496=16 \cdot 31=2^4 \cdot (2^5-1)$$

$$8128=64 \cdot 127=2^6 \cdot (2^7-1)$$

Però compte no es compleix per a totes les potències de 2 només quan  $2^n-1$  és un nombre primer, un *primer de Mersenne!*

Aquest nombre primer pertany als anomenats primers de Mersenne, que són nombres primers de la forma

$$2^n - 1$$

El seu nom es deu a Marin Mersenne, frare franciscà que el 1644, va enunciar que aquests nombres eren primers per a determinats valors de  $n$ . Així els nombres primers i els nombres perfectes estan relacionats.

# Múltiples i divisors



## Recorda el més important

- **Els múltiples d'un nombre** són els nombres que resulten de multiplicar aquest nombre per qualsevol altre nombre natural.

Exemple: múltiples de 7 = {0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, ... }

- **Els divisors d'un nombre** són els nombres que el poden dividir, la seva divisió és exacta.

Tots els nombres naturals són divisors de 0.

Exemple: els divisors de 18 són sis  $D(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

- El nombre 1 té un únic divisor, és l'1.

**La divisió exacta** és aquella que té residu 0, el dividend és múltiple del divisor.

És exacta.  $48:8 = 6$

- 48 es *múltiple* de 8
- 8 es *divisor* de 48

2	3	4	5	6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- **Els nombres primers** són els que només tenen dos divisors, que són l'1 i ell mateix.

Exemple: nombres primers = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 ... }

- **Els nombres compostos** són els que tenen més de dos divisors. S'anomenen així perquè es poden escriure com a producte de potències de nombres primers.

Exemple: nombres compostos = {4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, ... }

- **Descompondre factorialment un nombre** és posar-lo com a producte de potències de nombres primers.

Exemple:  $63 = 3^2 \cdot 7$

- **El mínim comú múltiple de dos o més nombres** és el nombre més petit que és múltiple de tots ells, sense tenir en compte el 0.

*Producte dels factors comuns i no comuns elevats a l'exponent major*

Exemple:

$$54 = 2 \cdot 3^3$$

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\begin{aligned} \text{m.c.m.}(54, 60) &= \\ &= 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 = 540 \end{aligned}$$

$$\text{m.c.d.}(54, 60) = 2 \cdot 3 = 6$$

- **El màxim comú divisor de dos o més nombres** és el nombre més gran possible que és divisor de tots ells.

*Producte dels factors comuns elevats a l'exponent menor*

Quan dos nombres no tenen en comú més divisors que l'1, diem que són nombres primers entre sí.

Exemple 49 i 24 són primers entre sí perquè  $\text{m.c.d.}(49, 24) = 1$

## Autoavaluació



1. Escriu tres nombres múltiples de 26.
2. Escriu quatre divisors de 24.
3. Indica si aquestes divisions són exactes o no:
  - a)  $39 : 4$
  - b)  $23 : 9$
4. A partir dels criteris de divisibilitat indica si el nombre 49755 és o no múltiple dels indicats:
  - a) de 2 :
  - b) de 3:
  - c) de 5:
  - d) de 11:
5. Indica si els nombres 61, 60 i 65 són primers o compostos.
6. En quines xifres poden acabar els nombres primers a partir del 5?
7. Descompon factorialment el nombre 240.
8. Calcula el  $\text{mcm}(45, 75)$
9. Indica si els nombres 25 i 28 són primers entre si o no.
10. Calcula el  $\text{mcd}(45, 75)$

## Solucions dels exercicis per practicar

- 176 és múltiple de 2, 4, 8.
- 198 és divisible per 2, 3, 4, 9, 11
- 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80.  
El 0 també es pot considerar ja que és múltiple de tots.
- 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96
- Al descompondre en factors primers els exponents són: 3, 1, 4.  
Augmentats cadascun d'ells en una unitat i multiplicats:  $4 \cdot 2 \cdot 5 = 40$  divisors.
- $810 = 2 \cdot 3^4 \cdot 5$ ,  $2 \cdot 5 \cdot 2 = 20$  divisors.
- $6728 = 2^3 \cdot 29^2$   
El seu nombre de divisors és  $4 \cdot 3 = 12$ .  
Fem 6 ratlles a sobre i 6 a sota.  
$$\begin{array}{cccccc} \underline{1} & \underline{3} & \underline{9} & \underline{27} & \underline{29} & \underline{87} \\ 22707 & 7569 & 2523 & 841 & 783 & 261 \end{array}$$
  
Observa que una vegada calculats els de sobre, es divideix el nre. 22707 entre ells i s'obtenen els de sota.
- $147 = 3 \cdot 7^2$   $2 \cdot 3 = 6$  divisors  
$$\begin{array}{ccc} 1 & 3 & 7 \\ 147 & 49 & 21 \end{array}$$
- 247 és divisible per 13, compost.
- 131, no és divisible per 2, ni per 3, ni per 5, ni per 7, ni per 11. És primer.
- a)  $72 = 2^3 \cdot 3^2$   $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$   
 $m.c.m.(72, 60) = 360$   
b)  $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$   $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$   
 $m.c.m.(150, 90) = 450$   
c)  $9 = 3^2$   $24 = 2^3 \cdot 3$   $6 = 2 \cdot 3$   
 $m.c.m(9, 24, 6) = 72$   
d)  $36 = 2^2 \cdot 3^2$   $15 = 3 \cdot 5$   $4 = 2^2$   
 $m.c.m.(36, 15, 4) = 180$
- a)  $72 = 2^3 \cdot 3^2$   $24 = 2^3 \cdot 3$   
 $m.c.d.(72, 24) = 24$   
b)  $56 = 2^3 \cdot 7$   $81 = 3^3$   
 $m.c.d.(56, 81) = 1$ , primers entre sí.  
c)  $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$   $108 = 2^2 \cdot 3^3$   $36 = 2^2 \cdot 3^2$   
 $m.c.d.(84, 108, 36) = 12$   
d)  $54 = 2 \cdot 3^3$   $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$   $18 = 2 \cdot 3^2$   
 $m.c.d.(54, 60, 18) = 6$
- Els dies que han de passar per tornar a coincidir a la biblioteca són  $m.c.m.(4, 6) = 12$  dies.
- El nombre de fileres que es poden fer és el  $m.c.d.(30, 27, 42) = 3$  fileres.
- La longitud del costat en dm és el  $m.c.d.(10, 6) = 2$  dm.
- $m.c.m.(9, 21, 15) = 315$  minuts han de passar per tornar a coincidir.

## Solucions AUTOAVALUACIÓ

- 52, 78, 260 per exemple
- 2, 3, 4, 6 (també 8, 12, 1, 24)
- Cap de les dues
- És múltiple de 3 i de 5
- En 1, 3, 7 o 9, com 11, 13, 17, 19
- 61 primer, 60 i 65 compostos
- $240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$
- 225
- Són primers entre sí
- 15