

Objectius

En aquesta quinzena aprendràs a:

- Conèixer el valor d'una fracció.
- Identificar les fraccions equivalents.
- Simplificar una fracció fins trobar la fracció irreductible.
- Passar fraccions a nombres decimals.
- Sumar fraccions.
- Restar fraccions.
- Multiplicar fraccions.
- Dividir fraccions.
- Resoldre problemes utilitzant fraccions.

Abans de començar

1. Concepte de fracció pàg. 4
 Les fraccions a la nostra vida
 Definició i elements d'una fracció
 Com es llegeix una fracció
 El valor d'una fracció
 Passar d'una fracció a un decimal
2. Fraccions equivalents pàg. 6
 Fraccions equivalents. Nombre racional
 Productes creuats
 Simplificar una fracció
3. Operacions amb fraccions pàg. 7
 Passar a comú denominador
 Suma de fraccions
 Suma i resta de fraccions
 Multiplicació de fraccions
 Fracció inversa d'una fracció
 Divisió de fraccions
 Operacions combinades
4. Problemes amb fraccions pàg. 11

Exercicis per practicar

Per saber-ne més

Resum

Autoavaluació

Abans de començar



En el nostre llenguatge, utilitzem expressions com aquestes:

"Em queda la meitat".

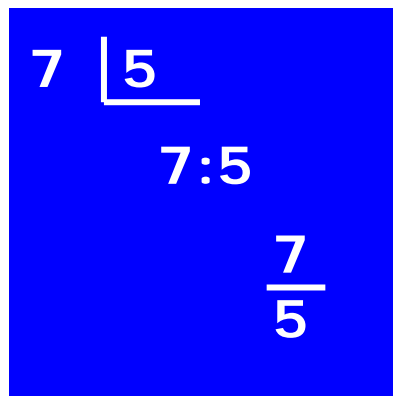
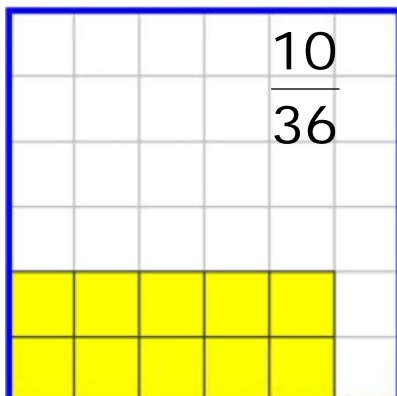
"Falta un quart d'hora".

"Tinc un dècim de loteria".

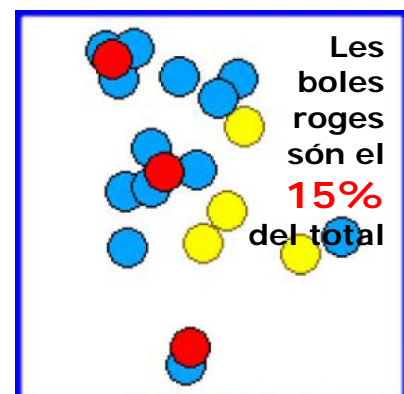
"Hi caben tres quarts de litre".

"Està al vuitanta-cinc per cent de la seva capacitat".

En aquestes expressions estem utilitzant fraccions. Per tant l'ús de fraccions és tan antic com el nostre llenguatge.



- Una fracció ens serveix per expressar quantitats en coses partides en parts iguals.
- Una fracció ens serveix per expressar el valor numèric resultat d'una divisió.
- Una fracció ens serveix per expressar la raó que guarden dues magnituds proporcionals.
- Una fracció aplicada a un nombre actua com operador.
- Una fracció també és el tant per cent.



En aquesta quinzena aprendràs a expressar-les matemàticament, a reconèixer el seu valor numèric i a fer les operacions bàsiques amb elles.

Fraccions

1. Concepte de fracció

Definició i elements d'una fracció

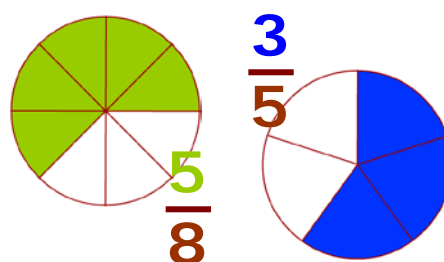
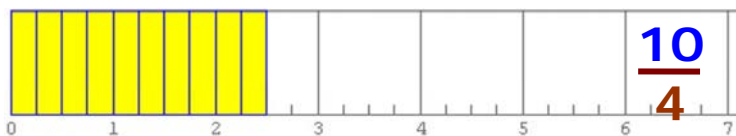
Una fracció expressa un valor numèric. Sabem que els nombres naturals expressen quantitats referides a objectes enters, les fraccions expressen quantitats on els objectes estan dividits en parts iguals.

Una fracció és el quocient de dos nombres. És a dir, és una divisió sense realitzar.

Una fracció expressa el valor o nombre que resulta en realitzar aquesta divisió.

Els elements que formen la fracció son:

- **El numerador.** És el nombre superior, indica les parts que tenim.
- **El denominador.** És el nombre inferior, indica el nombre de partes iguals en què dividim cada unitat.
- **La ratlla de fracció.** És una ratlla horitzontal que els separa



Una altra forma de representar una fracció.

Com es llegeix una fracció

Primer es llegeix el numerador com qualsevol altre nombre, després es llegeix el denominador d'aquesta manera:

- Si és l'1 es llegeix com els enters.
- Si és el 2 es llegeix mitjos.
- Si és el 3 es llegeix terços.
- Si és el 4 es llegeix quarts.
- Si és el 5 es llegeix cinquens.
- Si és el 6 es llegeix sisens.
- Si és el 7 es llegeix setens.
- Si és el 8 es llegeix vuitens.
- Si és el 9 es llegeix novens.
- Si és el 10 es llegeix dècims.
- Si és més gran que 10 es llegeix el nombre acabat en "-ens". Exemple: onzens, dotzens, tretzens, ...
- Si és una potencia de 10 es llegeix el nombre acabat en "-èsims". Exemple: centèsims, mil·lèsims, deumil·lèsims, ...

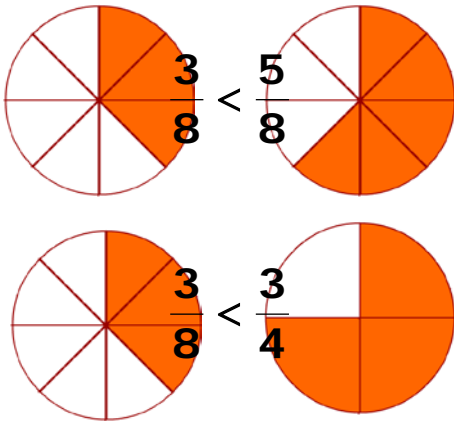
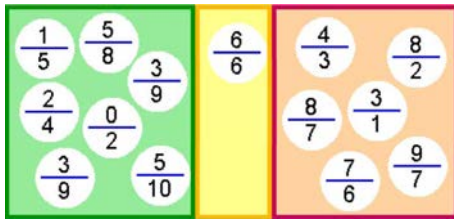
$\frac{2}{6}$ dos sisens

tres $\frac{3}{5}$
cinquens

$\frac{5}{8}$ cinc vuitens

$\frac{12}{15}$ dotze quinzens

set $\frac{7}{100}$
centèsims



El valor d'una fracció

Com que una fracció representa una divisió, per saber el seu valor hauríem de fer la divisió.

De tota manera, podem comparar fraccions si ens fixem en el seu numerador i denominador.

- Si el numerador és més petit que el denominador, aleshores la fracció val menys que 1.
- Si el numerador és igual al denominador, aleshores la fracció val 1.
- Si el numerador és major que el denominador, aleshores la fracció val més que 1.

El seu valor serà més gran quant major sigui el numerador, i serà més petit quant major sigui el denominador.

Passar d'una fracció a un decimal

Per passar una fracció a un nombre decimal es divideix el numerador entre el denominador.

- Hi ha divisions que donen com a resultat un nombre natural.
- Altres divisions donen com a resultat un nombre decimal amb algunes xifres decimals.
- En altres divisions el resultat és un decimal periòdic, que té un grup de xifres decimals que es repeteixen i per moltes xifres decimals que calculem mai no s'arriba a tenir de residu 0.

$$\frac{12}{4} = 12 : 4 = 3$$

$$\frac{42}{8} = 42 : 8 = 5,25$$

$$\frac{7}{3} = 7 : 3 = 2,333333\dots$$

Passar un decimal a fracció

Per passar un **nombre decimal no periòdic** en forma de fracció es posa de numerador el nombre sense la coma i de denominador l'1 seguit de tants 0 com xifres decimals tingui el nombre decimal.

- Un nombre natural equival a una fracció que té per numerador aquest nombre i 1 per denominador.

$$0,047 = \frac{47}{1000}$$

$$3,21 = \frac{321}{100}$$

$$7 = \frac{7}{1}$$

2. Fraccions equivalents

Fraccions equivalents, nombre racional

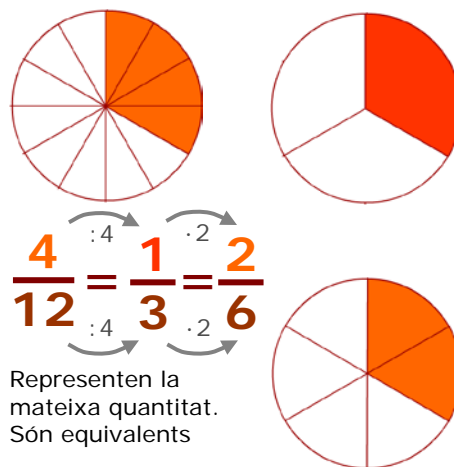
Una fracció representa una divisió, sabem que hi ha diverses divisions que donen el mateix resultat, valen el mateix.

Les fraccions equivalents tenen diferent numerador i denominador, però valen el mateix.

Cada fracció té infinites fraccions equivalents a si mateixa.

Per obtenir una fracció equivalent a una donada només cal multiplicar o dividir els seus termes pel mateix nombre.

- Un **nombre racional** és tot valor que pot ser expressat mitjançant una fracció. Totes les fraccions equivalents entre si expressen el mateix nombre racional.

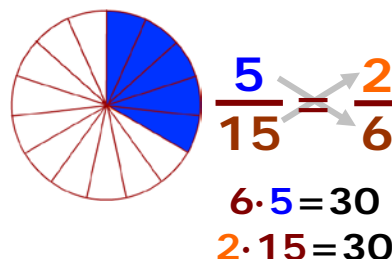


$\frac{2}{10}$ $\frac{9}{45}$ $\frac{1}{5} = 0,2$	$\frac{30}{10}$ $\frac{9}{3}$ $\frac{3}{1} = 3$	$\frac{18}{6}$ $\frac{20}{15}$ $\frac{5}{3} = 1,666\dots$
---	---	---

Productes creuats

Per comprovar si dues fraccions són equivalents o no, el mètode més fàcil és el dels productes creuats.

Multipliquem els seus termes en creu: El producte del numerador d'una fracció pel denominador de l'altra ha de donar el mateix en ambdós casos.



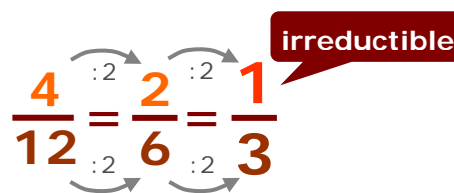
Simplificar una fracció

Totes les fraccions equivalents entre sí representen el mateix valor. Per tant, ens interessa utilitzar la fracció més simple, aquesta serà la que tingui el numerador i el denominador més petits.

Aquesta fracció s'anomena **fracció irreductible**, perquè ja no es pot simplificar més.

A partir de la propietat fonamental de la divisió, sabem que si multipliquem o dividim el numerador i el denominador pel mateix nombre, obtenim una altra fracció **equivalent**. Per simplificar una fracció cal buscar un nombre que sigui divisor comú del numerador i del denominador i dividir-los per aquest nombre.

Ens interessa dividir-los pel nombre més gran possible, aquest nombre és el màxim comú divisor de tots dos, així, en un sol pas, obtindrem la **fracció irreductible**.



$$\frac{24}{60} = \frac{12}{30} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{84}{126} = \frac{7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2}{7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{2}{3}$$

$$\text{mcd}(153, 261) = 9$$

$$\frac{153:9=17}{261:9=29} = \frac{17 \cdot 9}{29 \cdot 9} = \frac{17}{29}$$

EXERCICIS resolts

1. Ordena de major a menor aquestes fraccions:

$$\frac{3}{7}, \frac{9}{4}, \frac{8}{8}, \frac{2}{5}$$

Solució: $\frac{2}{5} < \frac{3}{7} < \frac{8}{8} < \frac{9}{4}$

2. Cada fracció de sota es equivalent a una altra de dalt, col·loca-les juntes.

$$\frac{9}{3}, \frac{7}{49}, \frac{6}{4}, \frac{9}{1}, \frac{8}{8}, \frac{10}{6}$$

Solució: $\frac{9}{3} = \frac{21}{7}$ $\frac{7}{49} = \frac{8}{56}$ $\frac{6}{4} = \frac{9}{6}$

$$\frac{3}{3}, \frac{45}{5}, \frac{21}{7}, \frac{40}{24}, \frac{8}{56}, \frac{9}{6}$$

$$\frac{8}{8} = \frac{3}{3} \quad \frac{10}{6} = \frac{40}{24} \quad \frac{9}{1} = \frac{45}{5}$$

3. Escribe el terme que falta en aquestes fraccions equivalents.

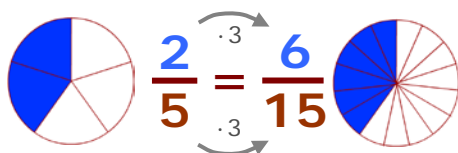
a) $\frac{2}{6} = \frac{5}{x}$ $6 \cdot 5 = 30$ $x = 30 : 2 = 15$ b) $\frac{2}{6} = \frac{x}{24}$ $2 \cdot 24 = 48$ $x = 48 : 6 = 8$

4. Simplifica fins obtenir la fracció irreductible:

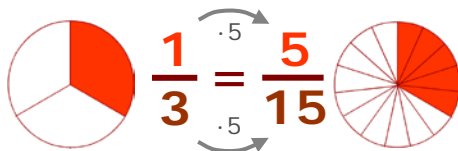
a) $\frac{24}{60}$ $\text{mcd}(24,60)=12$ es divideix numerador i denominador per 12 $\rightarrow \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$

b) $\frac{70}{42}$ $\text{mcd}(70,42)=14$ es divideix numerador i denominador per 14 $\rightarrow \frac{70}{42} = \frac{5}{3}$

c) $\frac{112}{168}$ $\text{mcd}(112,168)=56$ es divideix numerador i denominador per 56 $\rightarrow \frac{112}{168} = \frac{2}{3}$



mcm(3,5) = 15



3. Operacions amb fraccions

Passar fraccions a comú denominador

No és el mateix tenir meitats que tenir terços. Quan sumem ho fem de quantitats homogènies, han de ser quantitats de la mateixa cosa. Per sumar o restar fraccions cal que tinguin el mateix denominador.

Per passar fraccions a **comú denominador** el mètode més adequat és el del mínim comú múltiple dels denominadors, s'han de seguir els següents passos:

1. Es busca el mínim comú múltiple dels denominadors i es posa de denominador a cada una de les fraccions.
2. Per trobar els nous numeradors es divideix aquest nombre pel denominador de cada fracció i es multiplica pel seu numerador.

$$\frac{3}{10} \quad \frac{7}{12} \quad \frac{4}{15}$$

$6=2 \cdot 3$ $12=2^2 \cdot 3$ $15=3 \cdot 5$
 $\text{mcm}(6,12,15) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

$$60:10=6 \quad \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 6}{60} = \frac{18}{60}$$

$$60:12=5 \quad \frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 5}{60} = \frac{35}{60}$$

$$60:15=4 \quad \frac{4}{15} = \frac{4 \cdot 4}{60} = \frac{16}{60}$$

Fraccions

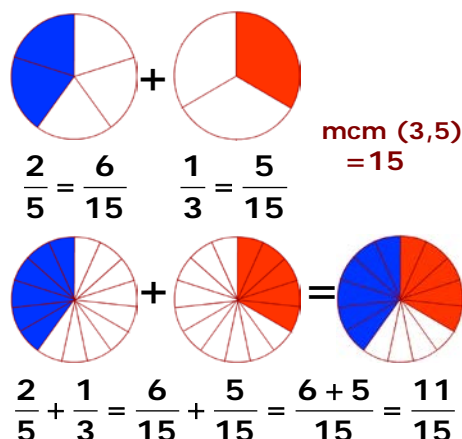
Suma de fraccions

Per sumar fraccions és necessari que tinguin totes el mateix denominador.

Si ja tenen igual denominador es poden sumar directament.

El denominador serà el mateix i el numerador serà la suma dels numeradors.

Si les fraccions tenen diferents denominadors es passen a comú denominador, és a dir, es canvien per altres d'equivalents a elles, però totes amb el mateix denominador.



Suma i resta de fraccions

Quan tenim sumes i restes seguim el mateix procés que si tinguéssim només sumes:

- Es passen totes a comú denominador.
- S'escriu una altra fracció amb el mateix denominador i el numerador la suma o resta dels numeradors.
- Per últim, si es pot, se simplifica.

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \quad \text{mcm}(3,5,6) = 30$$
$$\frac{18}{30} + \frac{20}{30} - \frac{5}{30} = \frac{18+20-5}{30} = \frac{33}{30} = \frac{11}{10}$$

EXERCICIS resoltos

5. Redueix a comú denominador les fraccions: $\frac{5}{12}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{11}{45}$

$$12=2^2 \cdot 3 \quad 15=3 \cdot 5 \quad 20=3^2 \cdot 5 \quad \text{mcm}(12, 15, 45) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$180:12=15 \quad \frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 15}{180} = \frac{75}{180} \quad 180:15=12 \quad \frac{3}{15} = \frac{3 \cdot 12}{180} = \frac{36}{180} \quad 180:45=4 \quad \frac{11}{45} = \frac{44}{180}$$

6. Calcula:

a) $\frac{10}{6} + \frac{3}{8} + \frac{4}{9} =$ Denominador comú: $\text{mcm}(6, 9, 8)=72$

$$\frac{10}{6} + \frac{3}{8} + \frac{4}{9} = \frac{120}{72} + \frac{27}{72} + \frac{32}{72} = \frac{179}{72}$$

b) $\frac{1}{6} - \frac{3}{18} + \frac{5}{9} =$ Denominador comú: $\text{mcm}(6, 18, 9)=54$

$$\frac{1}{6} - \frac{3}{18} + \frac{5}{9} = \frac{9}{54} - \frac{21}{54} + \frac{30}{54} = \frac{18}{54} = \frac{1}{3}$$

c) $\frac{4}{7} + \frac{5}{6} - \frac{4}{3} =$ Denominador comú: $\text{mcm}(7, 6, 3) = 42$

$$\frac{4}{7} + \frac{5}{6} - \frac{4}{3} = \frac{24}{42} + \frac{35}{42} - \frac{56}{42} = \frac{3}{42} = \frac{1}{14}$$

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 7} = \frac{15}{56}$$

$$\frac{5}{9} \text{ inverses } \frac{9}{5}$$

$$\frac{5}{9} \cdot \frac{9}{5} = \frac{5 \cdot 9}{9 \cdot 5} = 1$$

$$\frac{7}{2} : \frac{5}{9} = \frac{7}{2} \cdot \frac{9}{5} = \frac{63}{10}$$

També pots fer-ho així:

$$\text{Multiplicant en "creu": } \frac{7}{2} \cdot \frac{9}{5} = \frac{7 \cdot 9}{2 \cdot 5} = \frac{63}{10}$$

Multiplicació de fraccions

Per multiplicar fraccions no cal posar-les amb igual denominador, es multipliquen directament.

- Multipliquem els numeradores i ho posem de numerador, multipliquem els denominadors i ho posem de denominador.

Fracció inversa d'una fracció

La inversa d'una fracció és una altra fracció que en ser multiplicada per ella dóna la fracció unitat.

- La fracció que té el numerador i denominador intercanviats respecte d'ella, és la seva fracció inversa.

Lògicament, si una fracció és inversa d'una altra, també ho són totes les equivalents a aquesta

La fracció de valor 0 és l'única que no té inversa.

Divisió de fraccions

- **Dividir** una fracció per una altra és el mateix que **multiplicar** la primera fracció **per la inversa** de la segona fracció.

Una fracció es pot dividir per qualsevol altra, menys per la fracció 0

EXERCICIS resolts

7. Multiplica:

a) $\frac{6}{5} \cdot \frac{7}{9} =$

Solució: $\frac{6 \cdot 7}{5 \cdot 9} = \frac{42}{45} = \frac{14}{15}$

b) $3 \cdot \frac{5}{6} =$

Solució: $\frac{3 \cdot 5}{6} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$

8. Divideix:

a) $\frac{6}{8} : \frac{7}{3} =$

Solució: $\frac{6}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{18}{56} = \frac{9}{28}$

b) $5 : \frac{2}{3} =$

Solució: $5 \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{2}$

c) $\frac{6}{7} : 3 =$

Solució: $\frac{6}{7} \cdot \frac{1}{3} = \frac{6}{7 \cdot 3} = \frac{2}{7}$

9. Calcula:

a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} : \frac{9}{7} =$

Solució: $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{9} = \frac{42}{180} = \frac{7}{30}$

Fraccions

Operacions combinades

Para resoldre operacions combinades hem de tenir en compte aquestes indicacions:

- La missió dels parèntesis és la d'unir o "empaquetar" allò a què afecten.
- Els signes de multiplicar uneixen més que els de sumar i restar, és a dir, quan dos nombres estan units pel signe de multiplicar formen un bloc inseparable.
- Per poder sumar o restar dos nombres han d'estar sols, no podem sumar dos nombres si un d'ells està unit per l'altre costat a una altra expressió mitjançant un signe de multiplicar.
- Les operacions combinades es resolen per passos, tot el que no es resol en un pas s'ha de copiar una altra vegada com estava, sense oblidar-ho ni canviar-ho de posició.

Com a norma general, és aconsellable començar resolent l'interior dels parèntesis, seguir després amb les multiplicacions i acabar amb les sumes i les restes.

Per a això, abans de començar a resoldre operacions combinades hem d'observar l'expressió i plantejar-nos una estratègia a seguir, el que farem abans i després.

$$\frac{5}{3} - \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2} \right) + \frac{7}{10} =$$

1r) els parèntesis:

$$= \frac{5}{3} - \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{6} \right) + \frac{9}{10} =$$

$$= \frac{5}{3} - \frac{4 \cdot 8}{5 \cdot 6} + \frac{9}{10} =$$

2n) les multiplicacions o divisions:

$$= \frac{5}{3} - \frac{32}{30} + \frac{9}{10} =$$

3r) les sumes i restes:

$$\text{mcm}(3, 30, 10) = 30$$

$$= \frac{50}{30} - \frac{32}{30} + \frac{27}{30} = \frac{45}{30} =$$

4t) se simplifica si és possible:

$$= \frac{3}{2}$$

EXERCICIS resoltos

10. Calcula:

$$\text{a) } \frac{1}{8} + \frac{11}{4} \cdot 6 + \frac{3}{5} = \frac{1}{8} + \frac{66}{4} + \frac{3}{5} = \frac{5}{40} + \frac{660}{40} + \frac{24}{40} = \frac{689}{40}$$

$$\text{b) } \frac{1}{8} \cdot \frac{5}{2} + \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5}{16} + \frac{21}{12} = \frac{15}{48} + \frac{84}{48} = \frac{99}{48} = \frac{33}{16}$$

$$\text{c) } \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \cdot \left(6 + \frac{3}{5} \right) = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \cdot \frac{33}{5} = \frac{1}{8} + \frac{33}{20} = \frac{5}{40} + \frac{66}{40} = \frac{71}{40}$$

$$\text{d) } \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4} \right) : \left(6 - \frac{3}{5} \right) = \left(\frac{1}{8} + \frac{2}{8} \right) : \left(\frac{30}{5} - \frac{3}{5} \right) = \frac{3}{8} : \frac{27}{5} = \frac{3 \cdot 5}{27 \cdot 8} = \frac{5}{72}$$

$$\text{e) } \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{5}{2} + \frac{7}{3} \right) \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{10}{6} + \frac{14}{6} \right) \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{8} \cdot \frac{24}{6} \cdot \frac{3}{4} = \frac{24 \cdot 3}{8 \cdot 6 \cdot 4} = \frac{3}{8}$$

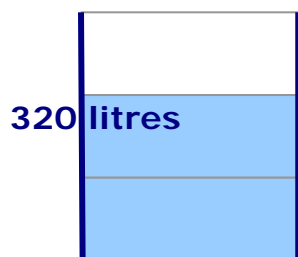
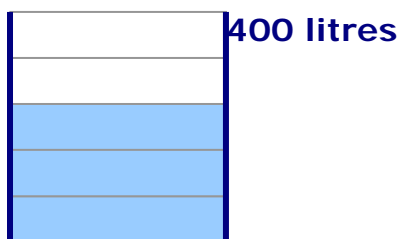
Calcular la part d'un nombre

$\frac{3}{4}$ de 12 = ?

$$\frac{3}{4} \cdot 12 = \frac{3 \cdot 12}{4} = \frac{36}{4} = 9$$

Calcular un nombre coneguda la part

9 són $\frac{3}{4}$ de ?

$$9 : \frac{3}{4} = \frac{9 \cdot 4}{3} = \frac{36}{3} = 12$$


4. Problemes amb fraccions

Ara que ja coneixes els significats de les fraccions i la manera d'operar amb elles, et serà fàcil resoldre problemes utilitzant-les.

Has de considerar que una fracció és simplement un valor numèric.

- Llegeix atentament l'enunciat del problema.
- Fixa't què és el que et demana que calculis.
- Mira les dades de què disposes.
- Fes un dibuix o esquema del problema.
- Decideix les operacions que has de realitzar fins a arribar al resultat.
- Resol el problema amb ordre.
- Posa les unitats al resultat, és a dir quina cosa és.
- Observa el resultat, mira si és un resultat lògic o no. Pot ser que t'hagis equivocat en alguna cosa.

EXEMPLE 1

Quants litres d'aigua conté un dipòsit de 400 litres de capacitat, que està a $\frac{3}{5}$ de la seva capacitat?

- ✓ S'ha de calcular els $\frac{3}{5}$ de 400

$$\text{Conté } \frac{3}{5} \cdot 400 = \frac{3 \cdot 400}{5} = 240 \text{ litres}$$

EXEMPLE 2

Un dipòsit que conté 320 litres d'aigua, només està ple fins a les dues terceres parts de la seva capacitat. Troba la capacitat total del dipòsit.

- ✓ Els $\frac{2}{3}$ del TOTAL són 320 litres,

$$\text{llavors el total és } \frac{320 \cdot 3}{2} = 480 \text{ litres.}$$

EXEMPLE 3

La Maria llegí la setmana passada la meitat d'un llibre i aquesta setmana la tercera part, però encara li falten 30 pàgines, quantes pàgines té el llibre?

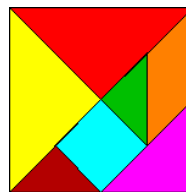
- ✓ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

Si ha llegit les $\frac{5}{6}$ parts li falta una sisena part.

$$\frac{1}{6} \text{ del TOTAL són 30 pàgines, llavors el llibre té } 30 \cdot 6 = 180 \text{ pàgines}$$



Per practicar



1. Calcula:

a) $\frac{5}{6} + \frac{7}{9} + \frac{4}{3}$ b) $\frac{5}{6} + \frac{7}{9} - \frac{1}{3}$
 c) $\frac{2}{3} + \frac{11}{15} - \frac{1}{5}$ d) $\frac{8}{12} + \frac{2}{5} - \frac{1}{2} - \frac{1}{10}$

2. Calcula:

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{15}{14}$ b) $\frac{4}{3} : \frac{7}{11}$
 c) $6 \cdot \frac{5}{4}$ d) $\frac{4}{3} : 6$

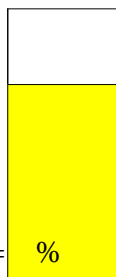
3. Calcula:

a) $\frac{6}{7} \cdot \left(\frac{9}{4} + \frac{3}{8}\right)$ b) $\left(8 + \frac{2}{5}\right) : \left(6 - \frac{9}{4}\right)$
 c) $\frac{7}{9} : \frac{4}{3} + \frac{8}{12} \cdot \frac{2}{5}$ d) $\frac{8}{12} + \frac{2}{5} : \frac{6}{7}$
 e) $\frac{5}{6} + \frac{7}{9} \cdot \frac{4}{3} - \frac{1}{2}$ f) $\frac{5}{6} + \frac{7}{9} \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right)$

4. Expressa en % el contingut d'aquest dipòsit respecte de la seva capacitat total.

Per això mesura amb el regle. Convé que la mesura la facis en mil·límetres per tal que siguin nombres naturals.

Alçada del líquid = $\frac{\quad}{\quad}$ = $\frac{\quad}{\quad}$ %
 Alçada del dipòsit



5. Troba la raó de semblança entre aquests triangles.

Tria un costat, per exemple el costat major i mesura'l als dos triangles. Només pots emprar nombres naturals.



6. Expressa la fracció de quadrat que ocupa cada peça d'aquest tangram.

7. En una bossa de 24 boles, les boles blanques són $\frac{1}{4}$ del total. Sense treure'n cap, quantes boles blanques haig d'afegir per aconseguir que les blanques siguin la meitat?

8. Un cotxe porta circulant 26 minuts, i aquest temps ha recorregut $\frac{2}{3}$ del seu trajecte. Quant temps trigarà en recórrer tot el trajecte, anant sempre a la mateixa velocitat?

9. Una pilota, en caure al terra rebota fins als $\frac{3}{8}$ de l'alçada des de la que es deixa anar. Si es deixa caure des de 1024 cm, a quina alçada arribarà després del tercer bot?

10. D'un pinar de 210 pins van talar $\frac{3}{5}$ parts, poc després va haver-hi un incendi, i es va cremar $\frac{5}{7}$ del que quedava. Quants pins van sobreviure?

11. La família de l'Oscar gasta $\frac{1}{3}$ del seu pressupost en habitatge i $\frac{1}{5}$ en alimentació. Quina fracció del pressupost li queda per a altres despeses? Els seus ingressos mensuals són 2235 euros. Quant pagaran per l'habitatge?

12. Un ciclista ha de recórrer 18 km que separen dos pobles. Si ha recorregut $\frac{2}{3}$ de la distància, quants km li falten encara?

13. Cada passa de l'Eva mesura aproximadament $\frac{3}{5}$ de metre. Quantes passes donarà per recórrer 6 km?

14. Una empresa vol embotellar 912 litres de suc de taronja. Si cada ampolla té una capacitat de $\frac{2}{3}$ de litre, quantes ampolles necessitarà?

15. La relació entre l'amplada i l'alçada d'una pantalla tradicional és $\frac{4}{3}$. Calcula l'alçada que hauria de tenir una pantalla amb una amplada de 112 cm.



Des de sempre l'home ha utilitzat paraules per indicar particions d'una cosa, però la forma d'expressar per però la forma d'expressar en llenguatge matemàtic aquestes particions ha canviat, s'ha millorat.

Antigament no es coneixien bons sistemes de numeració, per aquest motiu les fraccions van rebre durant molt de temps notacions poc clares i inadequades per a les aplicacions pràctiques.

Els egipcis només utilitzaven les fraccions de numerador 1. Els babilonis van ser els primers en utilitzar una notació racional, expressant els nombres de forma una mica més semblant a l'actual.

L'expressió d'una fracció posant el numerador a sobre i el denominador a sota, la devem als hindús, però ells no posaven entre ambdós nombres la ratlla horitzontal que posem actualment, aquesta ratlla la devem als àrabs.

Leonard de Pisa, conegut com **Fibonacci** (1175-1240), va contribuir molt en estendre per Europa durant el segle XIII els coneixements matemàtics dels àrabs.

Busca informació sobre aquest extraordinari matemàtic.



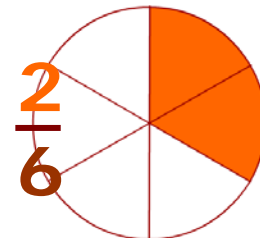


Recorda el més important

- **Les fraccions** expressen quantitats referides a coses partides en parts iguals.

El **numerador** indica les parts que tenim.

El **denominador** indica las parts en què dividim la unitat.



$$\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0,6$$

- Una **fracció representa un valor**, es el resultat de la divisió del numerador entre el denominador.

Per passar de **fracció a nombre decimal** es fa la divisió.

$$1,23 = \frac{123}{100}$$

Per passar de nombre **decimal a fracció** posem de numerador el nombre sense la coma i de denominador l'1 amb tants 0 com xifres decimals tingui el nombre decimal.

Irreductible

- **Fraccions equivalents** són les que expressen el mateix valor. Anomenem **fracció irreductible** a la més simple de totes les equivalents. $\frac{21}{12} = \frac{70}{40} = \frac{28}{16} = \frac{7}{4} = \frac{14}{8}$

Nombre racional és tot valor que pot ser expressat mitjançant una fracció. Totes les fraccions equivalents entre si són el mateix **nombre racional**.

- Para **simplificar una fracció** es divideixen el seu numerador i el seu denominador pel mateix nombre. $\frac{84}{18} = \frac{84 : 6}{18 : 6} = \frac{14}{3}$

- Per **sumar i restar** fraccions han de tenir el mateix denominador.

Per passar fraccions a **comú denominador** es busca el mínim comú múltiple dels denominadors, i es posa de denominador de totes.

Cada numerador es troba dividint el mcm pel denominador de la seva fracció i multiplicant pel numerador.

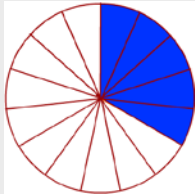
Finalment se sumen o es resten els numeradors i es posa el mateix denominador.

$$\begin{aligned} \frac{5}{4} - \frac{1}{6} &= \frac{\quad}{12} - \frac{\quad}{12} = \\ & \text{mcm}(4,6)=12 \\ & 12:4=3 \quad 5 \cdot 3=15 \\ & 12:6=2 \quad 2 \cdot 1=2 \\ & = \frac{15}{12} - \frac{2}{12} = \\ & = \frac{15-2}{12} = \frac{13}{12} \end{aligned}$$

- La **multiplicació** de fraccions es fa directament, numerador per numerador i denominador per denominador. $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{12}{35}$

- Per **dividir** una fracció per una altra es multiplica per la inversa. $\frac{4}{5} : \frac{3}{7} = \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{28}{15}$

Autoavaluació



1. A quina fracció correspon la representació gràfica de l'esquerra?

2. Posa un denominador a cada una d'aquestes fraccions:

$$\frac{16}{\quad} < 1 \qquad \frac{43}{\quad} = 1 \qquad \frac{29}{\quad} > 1$$

3. Quina fracció equival al nombre decimal 7,96?

4. Simplifica aquesta fracció fins fer-la irreductible.

$$\frac{7}{168} = \underline{\hspace{2cm}}$$

5. Posa el terme que falta perquè aquestes fraccions siguin equivalents.

$$\frac{11}{\quad} = \frac{44}{56}$$

6. Calcula:

$$\frac{6}{5} + \frac{7}{15} = \underline{\hspace{2cm}}$$

7. Calcula:

$$\frac{16}{17} - \frac{7}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$$

8. Calcula:

$$\frac{9}{10} \cdot \frac{11}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$$

9. Escriu la fracció inversa de:

$$\frac{7}{12}$$

10. Calcula:

$$\frac{3}{25} : \frac{6}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Solucions dels exercicis per practicar

- a) $\frac{53}{18}$ b) $\frac{5}{18}$
c) $\frac{43}{9}$ d) $\frac{7}{15}$
- a) $\frac{5}{7}$ b) $\frac{44}{21}$
c) $\frac{15}{2}$ d) $\frac{2}{9}$
- a) $\frac{9}{4}$ b) $\frac{56}{25}$
c) $\frac{17}{20}$ d) $\frac{17}{15}$
e) $\frac{37}{27}$ f) $\frac{40}{27}$
- Està al 72%
- Estan en raó $\frac{1}{2}$
- Groc, vermell $\frac{1}{4}$, marró, verd $\frac{1}{16}$,
Blau, taronja, fúcsia $\frac{1}{8}$
- He d'afegir 12 boles blanques.
- Tardarà 39 minuts.
- Arribarà a 54 cm de altura.
- Sobrevisqueren 24 pins.
- Per altres despeses queden $\frac{7}{15}$ del
pressupost.
En habitatge gasten 745 €.
- Li falten 6 km.
- 10000 passes.
- 1368 ampolles.
- 84 cm d'alçada.

Solucions AUTOAVALUACIÓ

- $\frac{5}{15}$
- 17, 43, 28. per exemple
- $\frac{796}{100}$
- $\frac{1}{24}$
- 14
- $\frac{5}{3}$
- $\frac{9}{136}$
- $\frac{99}{70}$
- $\frac{12}{7}$
- $\frac{1}{10}$