



La circumferència i el cercle

Continguts

1. La circumferència.
La circumferència.
Elements de la circumferència.
2. Posicions relatives.
Punt i circumferència.
Recta i circumferència.
Dues circumferències.
3. Angles en la circumferència.
Angle central.
Angle inscrit.
Angle inscrit en la semicircumferència
4. Cercle i figures circulars.
El cercle.
Figures circulars.
Longituds en la circumferència.
Àrees en el cercle.

Objectius

- Identificar els diferents elements presents en la circumferència i el cercle.
- Conèixer les posicions relatives de punts, rectes i circumferències.
- Conèixer les propietats dels angles construïts en la circumferència.
- Mesurar longituds i àrees de figures circulars.


Abans de començar



Investiga

Construeix un cercle de cartró i mesura la distància del centre a la vora. Enrotlla un tros de cordill al voltant del cercle. Estira'l i després mesura'l. Divideix la segona quantitat entre la primera i apunta el resultat. Pots repetir l'experiment amb cercles de diferents mides.

Què pots dir dels resultats que s'obtenen?

Fes clic  Per anar a la pàgina següent

1. La circumferència

1.a. La circumferència

Completa la definició de circumferència:

La **circumferència** és una línia _____ i _____ en la qual tots els punts estan a _____ distància d'un punt O donat.

Llegeix amb molta atenció les instruccions de l'escena de la dreta de la pantalla.

Modifica els controls, activa les diferents eines i comprova el seu funcionament.

Activitats

1. Clica el botó **Inici**, modifica el valor del radi i observa com es dibuixa la circumferència. Anota el valor del radi de la circumferència construïda: **r** = _____
2. Amb l'eina Regle comprova que la distància del centre O a qualsevol punt de la circumferència coincideix amb el radi.
3. Selecciona **Dibuixar** i amb el regle dibuixa un segment de color **blau** de centre el punt O i longitud el valor indicat. Amb l'eina **Compàs** dibuixa en **vermell** la circumferència.
4. Amb el teu compàs dibuixa a l'espai següent, una circumferència de 2 cm de radi. Comprova que la distància del centre a qualsevol punt és igual a 2 cm:



Fes clic  Per anar a la pàgina següent

1.b. Elements de la circumferència


Completa la taula següent amb les definicions dels diferents elements que podem distingir en una circumferència:

Centre:	<hr/> <hr/>
Radi:	<hr/> <hr/>
Corda:	<hr/> <hr/>
Diàmetre:	<hr/> <hr/>
Arc:	<hr/> <hr/>
Semicircumferència:	<hr/> <hr/>

Llegeix les instruccions de l'escena de la dreta de la pantalla, modifica els controls, activa les diferents eines i comprova el seu funcionament.

Activitats

1. Selecciona **Dibuixar**, traça una circumferència i representa sobre ella un radi, un diàmetre, un arc, una corda i una semicircumferència.
2. Amb el teu compàs dibuixa en aquest requadre una circumferència i representa aquests elements:

Fes clic sobre el botó  I resol els dos exercicis proposats.

1.- Dibuixa amb regle i compàs una circumferència de 3 cm de radi amb centre en el punt A i traça sobre ella els següents elements: un radi, un diàmetre, una corda i un arc.

■ A

2.- Identifica a la figura el nom dels diferents elements que apareixen pintats de color vermell.

Element 1 =

Element 2 =


Element 3 =

Element 4 =

Element 5 =

Element 6 =

Comprova el resultat dels dos exercicis prement el botó 

Fes clic  Per anar a la pàgina següent

2. Posicions relatives

2.a. Punt i circumferència

Llegeix amb atenció el text de la pantalla.


RESPON AQUESTES QÜESTIONS	RESPOSTES
Quan diem que un punt és exterior a la circumferència?	
Quan diem que un punt és interior a la circumferència?	
Quina condició ha de complir un punt perquè pertanyi a la circumferència?	

Observa l'escena de la dreta de la pantalla.

Activitats

1. Modifica la posició del punt B i compara el valor del radi amb la distància del centre a B.

2. Amb l'eina compàs dibuixa una nova circumferència i modifica la posició del punt B segons sigui interior, exterior o pertanyi a la circumferència. Compara la distància de B al centre amb el valor del radi:

Fes clic  Per anar a la pàgina següent

2.b. Recta i circumferència

Llegeix amb atenció el text de la pantalla.

Utilitza les eines de l'escena de la dreta de la pantalla per comprovar la relació entre el radi i la distància del centre de la circumferència a la recta segons siguin exteriors, tangents o secants.

RESPON AQUESTES QÜESTIONS	RESPOSTES
Quan diem que una recta i una circumferència són secants?	
Quan una recta i una circumferència són exteriors, quina relació existeix entre el radi i la distància del centre a la recta?	
Com són una recta i una circumferència si només tenen un punt en comú?	
Com són una recta i una circumferència si la distància del centre a la recta coincideix amb el radi?	
Quants punts en comú tenen una recta i una circumferència que són exteriors?	
Com es calcula la distància d'un punt a una recta?	

Activitats

1. Dibuixa una circumferència i una recta exterior. Traça un segment des del centre a la recta de manera que la seva longitud determini la distància del punt a la recta. Compara aquest valor amb el radi.

2. Dibuixa una circumferència i una recta interior. Traça un segment des del centre a la recta de manera que la seva longitud determini la distància del punt a la recta. Compara aquest valor amb el radi.

3. Dibuixa una circumferència i una recta tangent. Traça un segment des del centre a la recta de manera que la seva longitud determini la distància del punt a la recta. Compara aquest valor amb el radi.

Fes clic  Per anar a la pàgina següent

2.c. Dues circumferències

Llegeix el text de la pantalla i indica les diferents posicions relatives entre dues circumferències:

_____, _____, _____ i _____

Com s'anomenen dues circumferències que tenen el mateix centre? _____

Observa l'escena de la dreta de la pantalla, modifica la posició dels centres i els punts **A** i **B** i construeix circumferències amb diferents posicions relatives. Compara el valor de la distància entre els dos centres i la dels dos radis.

Activitats

1. Dibuixa dues circumferències exteriors. Calcula la distància entre els dos centres. Compara aquest valor amb la suma dels dos radis.

2. Dibuixa dues circumferències tangents exteriors. Calcula la distància entre els dos centres. Compara aquest valor amb la suma dels dos radis.

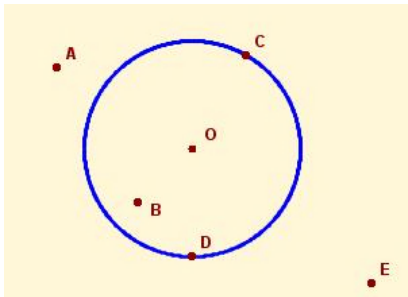
3. Dibuixa dues circumferències concèntriques.

Fes clic sobre el botó

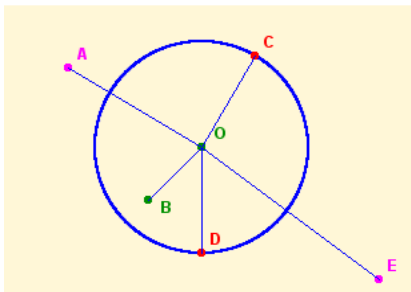


I resol els vuit exercicis proposats.

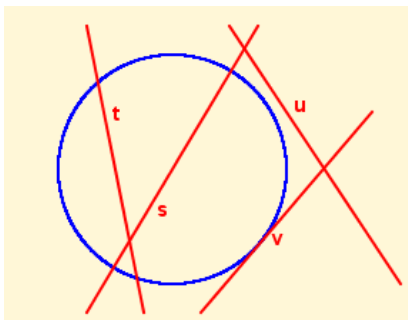
1. Indica si els següents punts són interiors, exteriors o pertanyen a la circumferència.



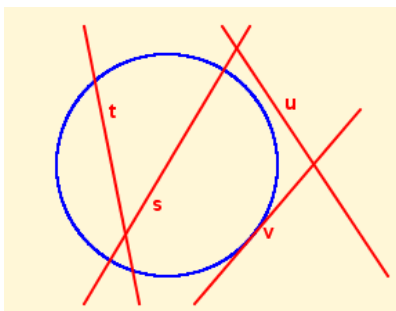
2. Indica quins dels punts estan a igual distància del centre, quins es troben a una distància del centre major que el radi, quins estan a menor distància que el radi i quins estan a una distància equivalent al doble del radi.



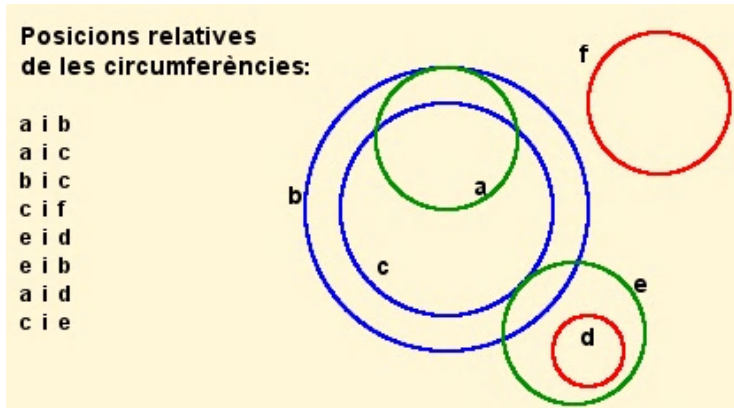
3. Indica la posició relativa de les rectes que apareixen en la figura, respecte a la circumferència.



4. Representa sobre la figura la distància de cada una de les rectes al centre de la circumferència i indica en quins casos aquesta distància és major que el radi, en quins és menor i en quins és igual al radi.



5. Indica la posició relativa dels parells de circumferències que apareixen en la figura:




- a i b : _____
- a i c : _____
- b i c : _____
- c i f : _____
- e i d : _____
- e i b : _____
- a i d : _____
- c i e : _____

6. Dibuixa dues circumferències de radis 5 cm i 3 cm respectivament que siguin tangents interiors. A quina distància es troben seus centres?

7. Dibuixa les mateixes circumferències anteriors, però aquesta vegada en posició de tangents exteriors. A quina distància es troben ara els seus centres?

8. Dues circumferències tenen radis 3 i 4 cm respectivament, i els seus centres es troben a una distància de 9 cm. Quina és la seva posició relativa?

Comprova el resultat dels exercicis prement el botó 

Fes clic  Per anar a la pàgina següent

3. Angles en la circumferència

3.a. Angle central

Llegeix amb atenció el text de l'escena de la pantalla i completa:

Un **angle central** és qualsevol angle que tingui _____ en el _____ de la circumferència.


Tot angle central determina _____ sobre la circumferència.

A l'escena de la dreta de la pantalla realitza les següents...

Activitats

1. Modifica els valors de l'angle i observa el dibuix

2. Activa l'eina "transportador" i comprova la mesura de l'angle.

Fes clic  Per anar a la pàgina següent

3.b. Angle inscrit

A partir de la lectura atenta del text de la pantalla, completa:

S'anomena **angle inscrit** a l'angle que té _____ sobre la circumferència, de manera que els seus costats són _____ amb la circumferència.


L'amplitud de qualsevol angle inscrit és _____ de l'amplitud de l'angle central corresponent.

A l'escena de la dreta de la pantalla realitza les següents...

Activitats

1. Modifica les posicions dels punts A, B i P.

2. Amb el transportador comprova els valors de l'angle central l'angle inscrit.

Fes clic  Per anar a la pàgina següent

3.c. Angle inscrit en la semicircumferència

Llegeix el text de la pantalla i completa:

Un diàmetre de la circumferència determina una _____, que es correspon amb un angle central de _____.

Tot angle inscrit en una semicircumferència és un _____.

Observa l'escena de la dreta de la pantalla.

Activitats

1. Modifica les posicions dels punts A i B i observa que l'angle inscrit és sempre la meitat de l'angle central.

2. Modifica les posicions dels punts A i B fins aconseguir que l'angle central sigui pla.

3. Comprova que en aquest cas l'angle inscrit és un angle recte.

Fes clic sobre el botó

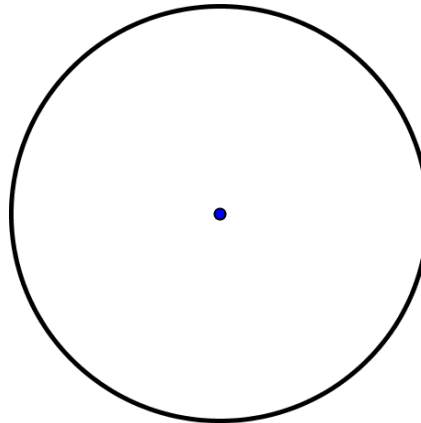


I resol els cinc exercicis proposats.

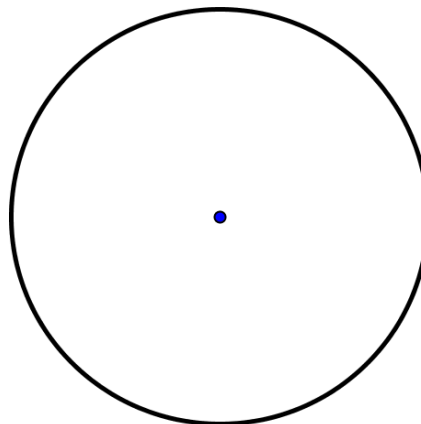
1.- Identifica els següents tipus d'angles, segons la seva posició en la circumferència.



2.- Representa sobre la circumferència de la figura un angle central recte i un angle inscrit que li correspongui. Calcula l'amplitud de l'angle inscrit, sense mesurar-lo amb el transportador.



3.- Representa sobre la circumferència de la figura un angle inscrit recte i el seu corresponent angle central. Calcula l'amplitud de l'angle central, sense mesurar-lo amb el transportador.



4.- En la figura següent indica l'amplitud dels angles senyalats, sense utilitzar el transportador, sabent que l'amplitud de l'angle AOC és 54° .

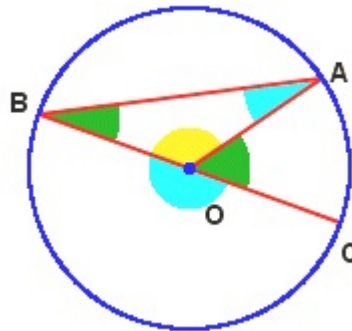
AOC = 54°

AOB

ABC


OAB

BOC



5.- Si tallem una empanada rodona en 18 trossos iguals, quin angle correspon a cada ració? En quants trossos l'hauríem de tallar perquè cada porció fos de 30° ?

Comprova el resultat dels exercicis prement el botó **Solucions**

Fes clic  Per anar a la pàgina següent

4. Cercle i figures circulars

4.a. El cercle

Llegeix el text de la pantalla i completa la definició:

El **cercle** està format per la _____ i tots els punts _____ a ella.

Llegeix amb molta atenció les instruccions de l'escena de la dreta de la pantalla.


Modifica les posicions dels punts A i B i compara el radi amb la distància del centre al punt B.

Completa:

Si O és el centre de la circumferència, la distància d'un punt qualsevol del cercle al centre O és _____ o _____ que el _____ de la circumferència.

Donada una circumferència indica si els següents punts pertanyen o no al cercle limitat per aquesta circumferència:

	Pertany al cercle? Per què?
Un punt interior a la circumferència	
Un punt exterior a la circumferència	
Un punt de la circumferència	

Fes clic  Per anar a la pàgina següent

4.b. Figures circulars

Llegeix la definició de les diferents figures circulars i observa a l'escena de la dreta el dibuix de cadascuna d'elles.

Completa les següents definicions i **fes un dibuix** de cada una de les figures:

La regió del cercle determinada per dos radis s'anomena _____

Anomenem _____ a la regió del cercle determinada per una corda.

La regió delimitada per dues cordes paral·leles s'anomena _____

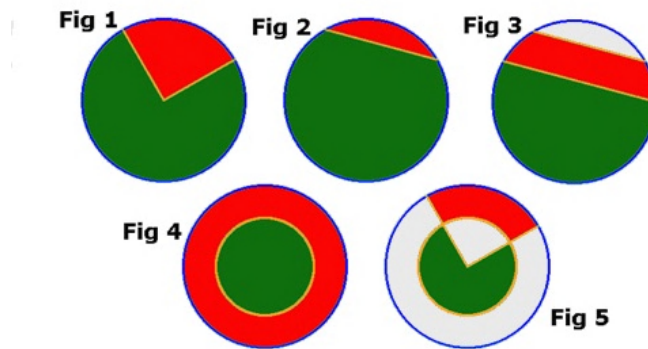
La regió limitada per dues circumferències concèntriques s'anomena _____

Si tallem una corona circular per dos radis, obtenim una figura anomenada: _____


Fes clic sobre el botó



I identifica cadascuna de les figures proposades.



- Figura 1: Verda _____ Vermella _____
- Figura 2: Verda _____ Vermella _____
- Figura 3: Verda _____ Vermella _____
- Figura 4: Verda _____ Vermella _____
- Figura 5: Verda _____ Vermella _____

Fes clic  Per anar a la pàgina següent

4.c. Longituds en la circumferència

Llegeix amb atenció el text de la pantalla.

- Escribe la fórmula per calcular la longitud d'una circumferència de radi R:

Longitud =

A l'escena de la dreta de la pantalla modifica el punt A de manera que el radi de la circumferència sigui 3. Modifica el control **Amplitud** de forma que A sigui un angle de 360° i calcula, aplicant les fórmules, la longitud de la circumferència.

Radi = Longitud =

Escribe la fórmula per calcular la longitud d'un arc de circumferència:

Longitud de l'arc=

Modifica l'amplitud de l'angle de manera que sigui 180° . Aplica la fórmula i comprova que la longitud de l'arc és igual a la meitat de la longitud de la circumferència.

Longitud d'un arc de 180° d'amplitud=

Longitud de la circumferència =

Ara modifica l'amplitud de l'angle de manera que sigui 90° . Aplica la fórmula i comprova que la longitud de l'arc és igual a la quarta part de la longitud de la circumferència.

Longitud d'un arc de 90° d'amplitud=

Longitud de la circumferència =

Fes clic sobre el botó



I resol els set exercicis proposats.

Nota: Per als càlculs realitzats en aquests exercicis s'ha considerat el valor $\pi \approx 3.14$ i els resultats de les operacions s'han arrodonit a les centèsimes.

1. Calcula la longitud d'una circumferència que té _____ de radi.

2. Calcula la longitud de dues circumferències que tenen _____ de diàmetre, la primera, i _____ de radi la segona.

3. Calcula la longitud de la circumferència i dels arcs marcats en blau i vermell, sabent que el seu radi és _____.

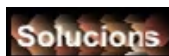
4. Calcula la longitud de l'arc corresponent a un angle de _____ en una circumferència de radi _____. Calcula també les longituds dels arcs de _____ i _____.

5. Calcula el radi d'una circumferència sabent que té una longitud de _____.

6. Calcula el radi d'una circumferència sabent que a un angle de _____ li correspon un arc de _____. I si fos un angle de _____ a qui correspon un arc de _____?

7. Una piscina circular de _____ de diàmetre està envoltada per una vorera de _____ d'amplada. Quina serà la longitud de la vorera si la mesurem exactament per la meitat de la seva amplada?

Comprova el resultat dels exercicis prement el botó



Fes clic



Per anar a la pàgina següent

4.d. Àrees en el cercle

Observa, a l'escena de la dreta de la pantalla, com es calcula l'àrea d'un polígon regular. Augmenta el número de costats fins que el polígon es confongui amb el cercle.

Escriu la fórmula per calcular l'àrea d'un polígon regular:

Àrea d'un polígon regular=

En el cas del cercle:

Perímetre = Longitud de la circumferència

Apotema = Radi

Àrea del cercle =

Per calcular l'àrea de diverses figures, activa el botó **Figures:**

- Selecciona **Cercle**

Modifica el radi del cercle i comprova el resultat amb la teva calculadora.

- Selecciona **Sector circular**

Escriu la fórmula de l'àrea d'un sector circular d'amplitud n :

Àrea d'un sector circular=

A l'escena, modifica l'amplitud de l'angle i comprova els resultats amb la teva calculadora.

- Selecciona **Corona circular**

Escriu la fórmula de l'àrea d'una corona circular de radi major R i radi menor r .

Àrea d'una corona circular=

A l'escena, modifica els dos radis, calcula l'àrea i comprova el resultat amb la teva calculadora.

Fes clic sobre el botó



I resol els set exercicis proposats.

Nota: Per als càlculs realitzats en aquests exercicis s'ha utilitzat el valor $\pi \approx 3.14$ i els resultats de les operacions s'han arrodonit a les centèsimes.

1. Calcula l'àrea d'un cercle de _____ de radi.

2. Calcula l'àrea de dos cercles de _____ i de _____ de diàmetre, respectivament.

3. Calcula l'àrea de les figures circulars acolorides.

Nota: En tots els casos, el radi de les circumferències exteriors és 2 cm i el de les interiors 1,2 cm

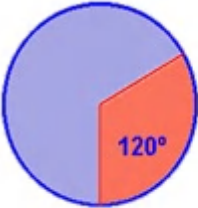


Fig 1




Fig 2




Fig 3




Fig 4

4. Quin és el perímetre d'un cercle d'àrea _____ cm^2 ?

5. Es vol construir una piscina rodona en una finca circular de _____, conservant un pi que hi ha en el centre. Calcula el diàmetre màxim de la piscina i la superfície de finca que quedarà després de l'obra.

6. La busca dels segons d'un rellotge mesura _____ cm . Calcula _____ que descriu aquesta busca després de _____ segons.

7. Si la minutera d'un rellotge mesura 4 cm , calcula l'àrea del sector circular que descriu aquesta busca entre les 3:20 i les 4:00. Calcula l'àrea del sector que descriu en el mateix interval de temps la busca horària, que mesura 3 cm .

Comprova el resultat dels exercicis prement el botó



Fes clic

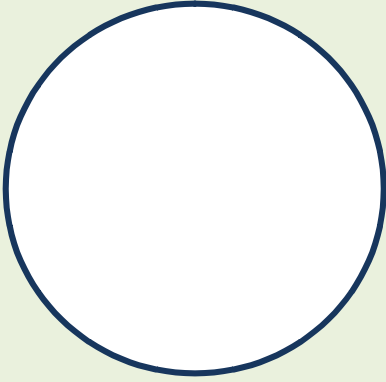


Per anar a la pàgina següent



Recorda el més important – RESUM

La circumferència i els seus elements.

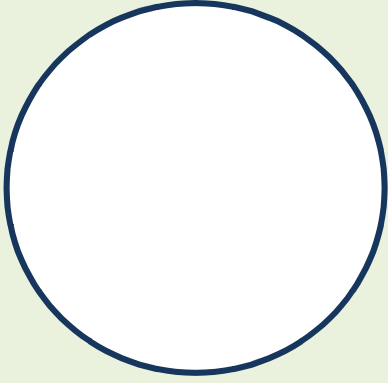
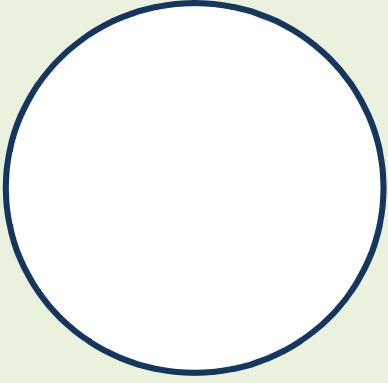
<p>La circumferència és una figura plana en què tots els seus punts estan a la mateixa distància del centre.</p>	
<p>Els seus elements més importants són:</p> <ul style="list-style-type: none"> • el centre • el radi • la corda • el diàmetre • l'arc • la semicircumferència 	<p>Dibuixa cadascun d'aquests elements en la següent circumferència (utilitza un color diferent per a cada element)</p> 

El cercle i els seus elements. Longituds i àrees.

<p>El cercle és la figura plana formada per una circumferència i tots els punts interiors a ella.</p> <p>Utilitza el regle i el compàs per dibuixar les figures circulars indicades:</p>		
<p>Sector circular</p>	<p>Segment circular</p>	<p>Zona circular</p>
<p>Corona circular</p>		<p>Trapezi circular</p>

Posicions relatives.

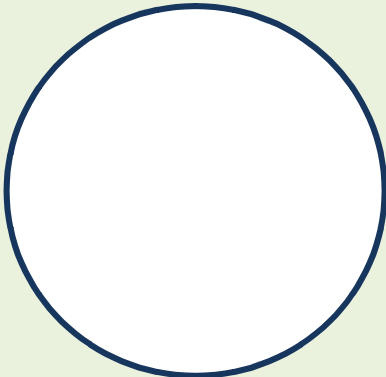
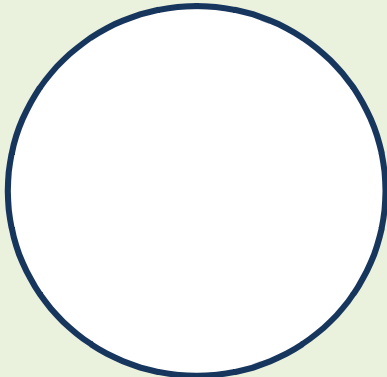
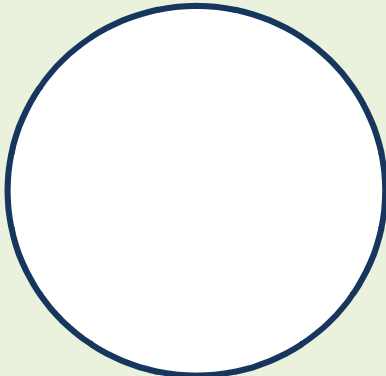
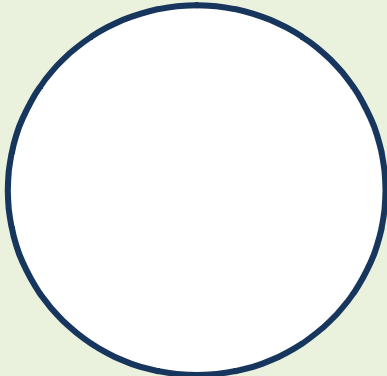
Dibuixa les diferents maneres en què poden estar situades entre sí un punt i una circumferència i una recta i una circumferència:

<p>Punt i circumferència</p> 	<p>Recta i circumferència</p> 
---	---

Dibuixa les diferents maneres en què poden estar situades entre sí dues circumferències:

<p>Interiors</p>	<p>Exteriors</p>
<p>Tangents interiors</p>	<p>Tangents exteriors</p>
<p>Secants</p>	<p>Interiors concèntriques</p>

Angles en la circumferència.


Dibuixa els diferents tipus d'angles que es poden construir en una circumferència:	
<p>Angle central</p> <div style="text-align: center; height: 150px;">  </div>	<p>Angle inscrit</p> <div style="text-align: center; height: 150px;">  </div>
<p>Relació fonamental Dibuixa un angle inscrit i el seu corresponent angle central i comprova la relació fonamental.</p> <div style="text-align: center; height: 150px;">  </div>	<p>Angle semiinscrit Dibuixa un angle semiinscrit i comprova que és recte.</p> <div style="text-align: center; height: 150px;">  </div>

Longituds i àrees

Escriu les fórmules de la longitud d'una circumferència i l'àrea d'un cercle:

<p>Longitud de la circumferència =</p>
<p>Àrea del cercle =</p>

Aquestes fórmules i la **proporcionalitat directa** ens permeten conèixer la **longitud** dels **arcs** i les **àrees** de **sectors**, **corones** i **trapezis** circulars.

Fes clic  Per anar a la pàgina següent



Per practicar

Practica ara resolent diferents EXERCICIS. En les següents pàgines trobaràs EXERCICIS de:

La Circumferència i els seus Elements
Posicions Relatives de Punts, Rectes i Circumferències
Angles en la Circumferència
Longituds i Àrees de les Figures Circulars.

Procura fer-ne almenys un de cada classe i un cop resolt comprova la solució. *Completa l'enunciat amb les dades dels que t'apareixen a cada EXERCICI a la pantalla i després el resols.*

És important que primer el resolguis tu i després comprovis a l'ordinador si l'has fet bé.

La Circumferència i els seus Elements.

1. En una circumferència de radi _____ Quina és la distància entre el centre de la circumferència i qualsevol dels seus punts? Quant mesura el diàmetre de la circumferència?
2. En una circumferència de radi _____, és possible traçar una corda de longitud _____?
3. Si una circumferència té longitud _____ i un arc té longitud _____ quina amplitud tindrà l'angle central corresponent a aquest arc?

En els següents EXERCICIS de **Posicions Relatives de Punts, Rectes i Circumferències** completa l'enunciat i resol en el requadre de sota. Després comprova la solució a l'ordinador.

4. Si una recta es troba a distància _____ del centre d'una circumferència de radi _____ Quina és la seva posició relativa?

5. Si els centres de dues circumferències estan a una distància de _____ i una d'elles té radi _____ Com haurà de ser el radi de l'altra perquè siguin tangents?

--

En els següents EXERCICIS d'**Angles en la circumferència** completa l'enunciat i resol en el requadre de sota. Després comprova la solució a l'ordinador.

6. Si l'angle central d'una circumferència té una amplitud de _____. Quina serà l'amplitud de l'angle inscrit corresponent?

--

7. Quina serà l'amplitud de l'angle central si sabem que el seu corresponent angle inscrit té amplitud _____? Quina figura es forma quan l'angle inscrit és recte?

--

En els següents EXERCICIS de **Longituds i Àrees de Figures Circulars** completa l'enunciat i resol en el requadre de sota. Després comprova la solució a l'ordinador.

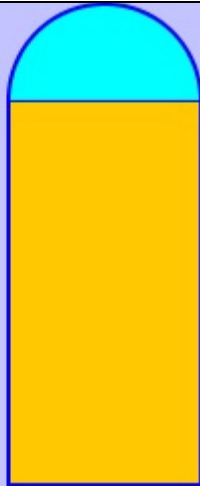
8. Calcula la longitud d'una circumferència de radi _____ i l'àrea del cercle corresponent. Calcula la longitud de l'arc d'amplitud _____ i l'àrea del sector corresponent.

--

9. Calcula el radi interior d'una corona circular sabent que el seu radi exterior és _____ i que la seva àrea és _____.

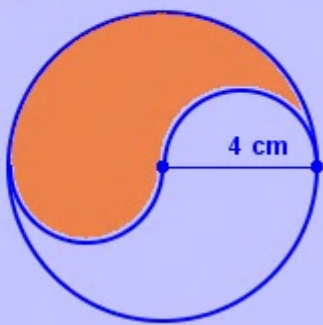
10. Calcula l'àrea i el perímetre d'una finestra formada per un rectangle de _____ d'amplada i el doble d'alçada, coronada per un semicercle.


La finestra està formada per dues figures. Una d'elles és un rectangle i l'altra és un semicercle.



11. Calcula l'àrea i el perímetre de la figura de color taronja.

Observa acuradament la figura i intenta descompondre-la en trossos dels quals puguis calcular-ne la seva àrea i el seu perímetre.



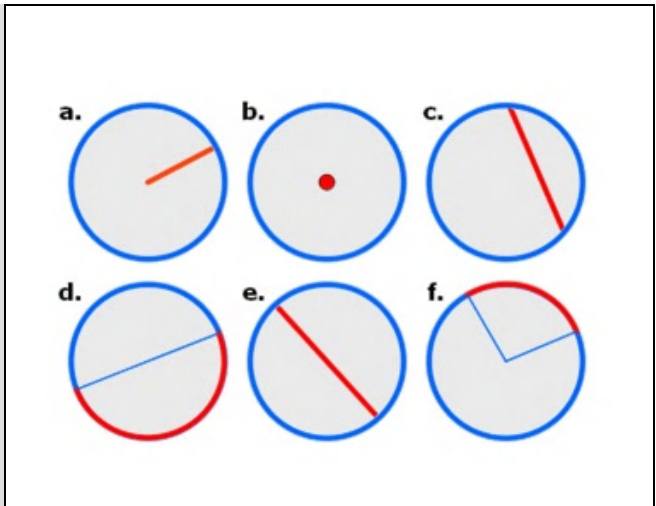
Fes clic  Per anar a la pàgina següent

Autoavaluació



Completa aquí cadascun dels enunciats que proposa l'ordinador i resol, introdueix el resultat per comprovar si la solució és la correcta.

1 Relaciona l'element de la circumferència marcat en vermell amb el seu nom corresponent.



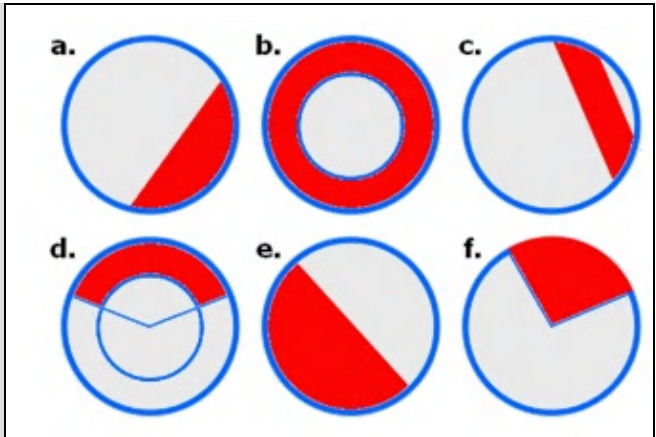
2 Indica la posició relativa d'un punt situat a distància _____ del centre d'una circumferència de radi _____.

3 Indica la posició relativa d'una recta situada a distància 6,8 del centre d'una circumferència de radi 7,6.

4 Indica la posició relativa de dues circumferències de radis _____ i _____ i els centres de les quals estan situats a una distància de _____.

5 Quina és l'amplitud de l'angle inscrit en una circumferència sabent que el seu corresponent angle central és de _____?

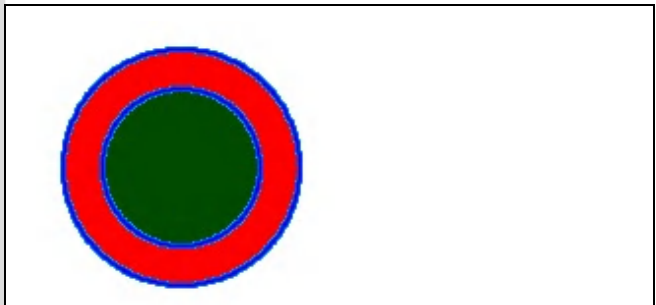
6 Identifica pel seu nom les figures circulars representades en vermell.



7 Calcula la longitud de l'arc que inclou un angle de _____ en una circumferència de radi _____.

8 Quin serà el radi d'una circumferència sabent que l'àrea del sector circular d'amplitud _____ és de _____?

9 Calcula l'àrea d'un camí de _____ metres d'amplada i que envolta un jardí de forma circular de _____ metres de diàmetre.



10 Calcula la distància que recorre una velocista en donar _____ voltes a un circuit com el de la figura.

